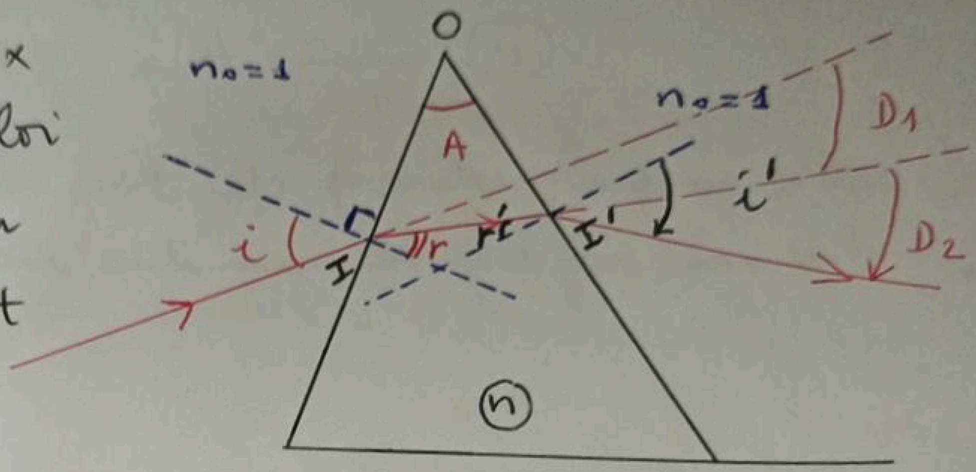
③ Le Prisme : الموشور

*** Définition :**

le prisme est un milieu transparent d'indice de réfraction n délimité par 02 dioptres plans faisant un angle A, Angle du prisme.

Formules du prisme :

l'application aux deux dioptres plans de la loi de Descartes pour la réfraction, se traduit par :



$$n_0 \sin i = n \sin r \quad \text{——— ①}$$

$$n \sin r' = n_0 \sin i' \quad \text{——— ②}$$

i : angle d'incidence sur le premier dioptre plan

r : angle de réfraction sur le premier dioptre plan

r' : angle d'incidence sur le deuxième dioptre plan.

i' : angle de réfraction à travers le deuxième dioptre plan

*** relation entre r et r' :**

Dans le triangle OII', on a :

$$\hat{A} + \left(\frac{\pi}{2} - \hat{r}\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi$$

$$\Rightarrow \quad A - r - r' = 0$$

$$\Rightarrow \quad r + r' = A \quad \text{——— ③}$$

Déviation :

la déviation totale par rapport à la direction initiale du rayon incident est égale à : $D = D_1 + D_2$

avec D_1 : la déviation par rapport au premier dioptre plan.

D_2 : la déviation par rapport au deuxième dioptre plan.

$$D_1 = i - r \quad \text{et} \quad D_2 = i' - r'$$

$$\Rightarrow D = (i - r) + (i' - r') = i + i' - (r + r')$$

$$D = i + i' - A \quad \text{——— (4)}$$

* les 04 formules citées sont les formules fondamentales du prisme (Pour une onde monochromatique, une seule longueur d'onde).

* Déviation minimale :

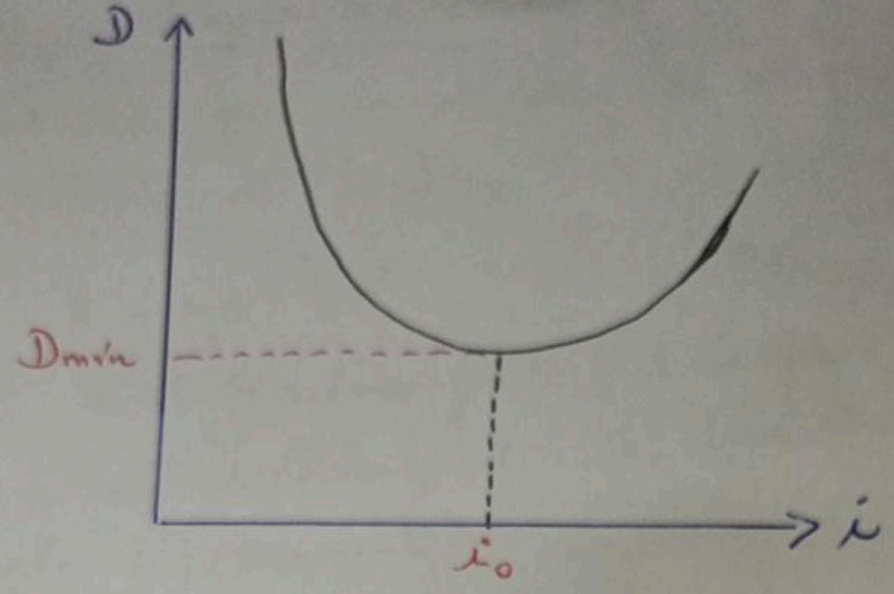
L'expérience montre que lorsqu'on étudie la déviation D en fonction de l'angle d'incidence i, $D = f(i)$, D prend une valeur minimale D_{min} pour une certaine valeur de l'angle d'incidence i_0.

Démontrez que au déviation minimale on aura :

$$r = r' = A/2 \quad \text{et} \quad i = i' = i_0$$

$$\Rightarrow n = \frac{\sin\left[\frac{D_{min} + A}{2}\right]}{\sin A/2} \quad \text{— (5)}$$

Démonstration : (Cours ou TD.).



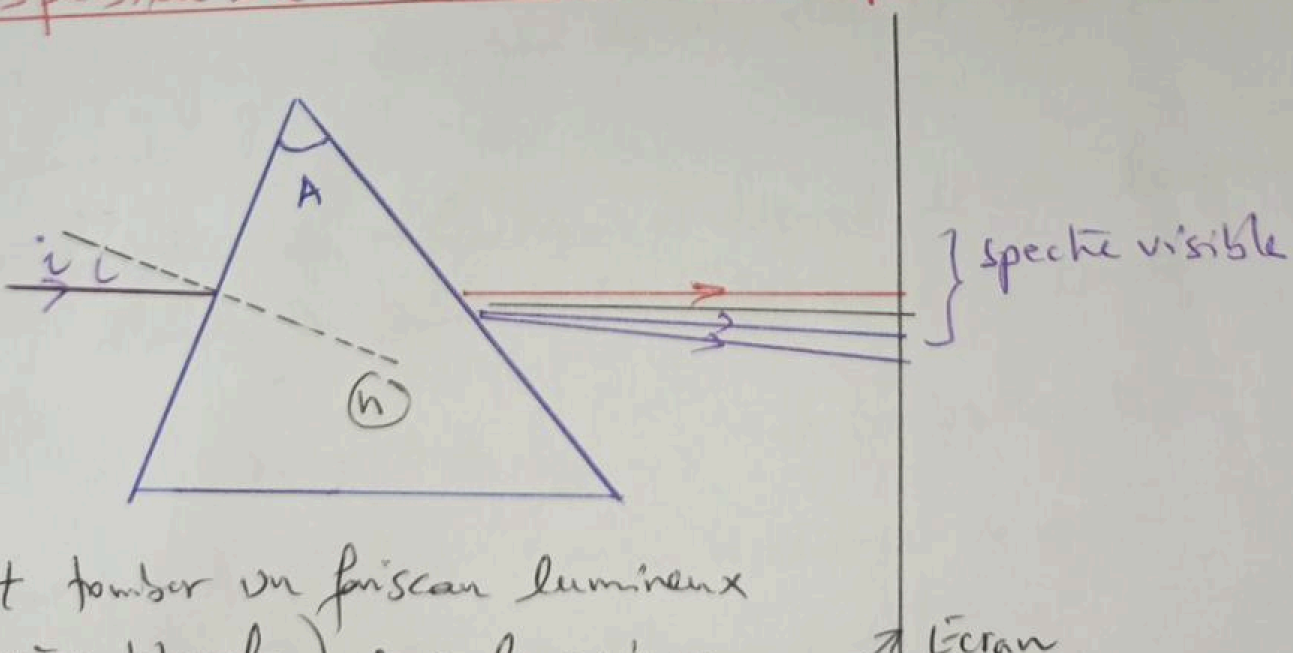
Remarque :

Au déviation minimale, on a : $\dfrac{dD}{di} = 0$.

$$\frac{dD}{di} = \frac{d}{di}\left[i + i' - A\right] = \frac{di}{di} + \frac{di'}{di} - \frac{dA}{di} \quad \frac{dA}{di}=0 \ (A = cte)$$

$$\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di}, \quad \frac{di'}{di} = ?$$ Démonstration en cours ou bien en TD.

* Dispersion de la lumière blanche par le prisme :



on fait tomber un faisceau lumineux (lumière blanche) sur le prisme avec un angle d'incidence i

on s'aperçoit l'apparition du spectre visible sur l'écran.
Cela veut dire, que la déviation de chaque couleur est différente de l'autre.

$$D = i + i' - A$$

Remarque: i est le même pour tout le spectre ainsi que A.
S'il y a une différence dans D, donc elle liée à l'angle i', comment?

On a: $n_0 \sin i' = n \sin r' = n \sin (A - r)$
or r est lié à i par: $n_0 \sin i = n \sin r$.

(

$$\Rightarrow \quad r = f(i, n)$$

$$\Rightarrow n_0 \sin i' = n \sin \left[A - f(i, n) \right]$$

Donc la valeur de i' dépend de: n, A et i
or A et i sont les mêmes pour tout le faisceau, donc s'il y a une variation de i', elle est liée à n,
Comment?

$\Rightarrow$ l'indice de réfraction n dépend de la longueur d'onde λ suivant la relation de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}, \quad A \text{ et } B \text{ des constantes}$$

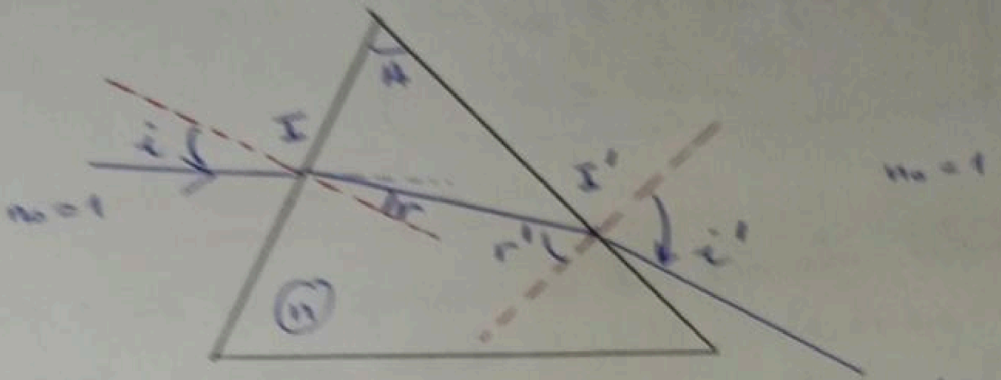
Donc lorsque la couleur change, n change de valeur
n change $\Rightarrow r$ aussi $\Rightarrow r' \longrightarrow i'$.

* Conditions d'émergence d'un rayon du prisme:

Il y'a 2 conditions pour qu'un rayon lumineux puisse émerger du Prisme:

* Condition sur l'angle A

** " " l'angle d'incidence i.



(1) On a émergence de la lumière au point I' ssi l'angle d'incidence r' (incidence du rayon II') ≤ l'angle critique i_c (c'est à dire pas de réflexion totale)

$$r' \leq i_c \Rightarrow A - r \leq i_c$$

$$\Rightarrow A \leq r + i_c \quad \text{——} \; (1)$$

avec $\sin i_c = \frac{1}{n}$ — (2) (Pourquoi ?).

d'un autre côté, on a: $\sin i = n \sin r$

$$\Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \quad \text{—} \; (3)$$

de (2) et (3) $\Rightarrow$ $r \leq i_c$. —— (4)

(1) + (4) $\Rightarrow$ $\boxed{A \leq 2 i_c}$ la première condition

(2) si $A \leq 2 i_c$ $\Rightarrow$ les rayons qui peuvent émerger sont ceux pour lesquels:

$$r' \leq i_c \Rightarrow A - r \leq i_c \Rightarrow r \geq A - i_c$$

d'où: $\sin r \geq \sin (A - i_c)$

$$\Rightarrow \quad n.\sin r \geq n.\sin(A - i_c)$$

<u>Or :</u> $\quad n \sin r = \sin i$

$$\Rightarrow \quad \sin i \geq n \sin(A - i_c)$$

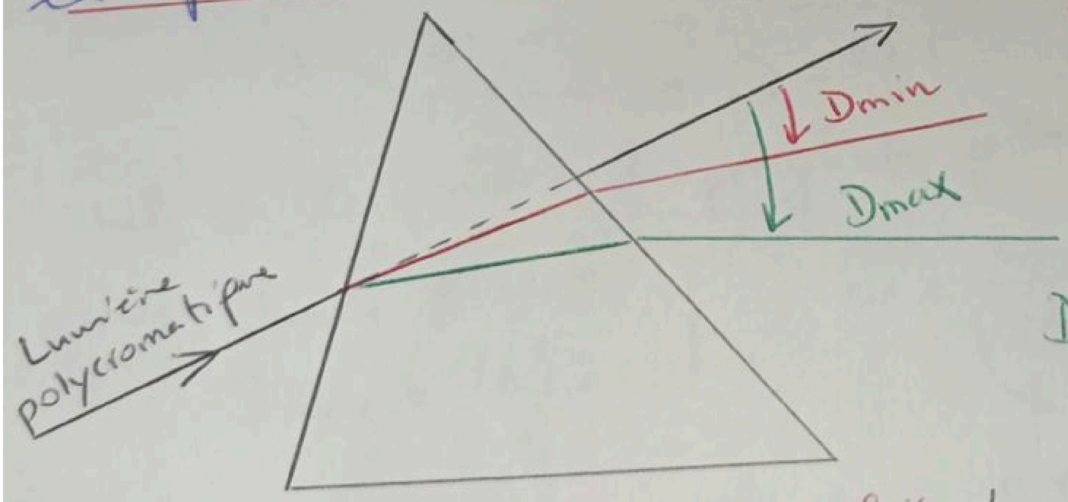
$$\Rightarrow \quad \sin i \geq \sin i_{min}$$

avec $\boxed{\begin{array}{c} \sin i_m = n \sin(A - i_c) \\ i \geq i_{min} \end{array}}$ $2^{ème}$ condition.

* <u>Pouvoir dispersif d'un Prisme :</u>

On a vu la dispersion de la lumière blanche par le prisme, à cause de la variation de n en fonction de la longueur d'onde λ suivant la relation de Cauchy : $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$

<u>On va essayer de déterminer un moyen de quantifier la lumière la capacité d'un prisme donné à disperser la lumière</u>



Dmin : angle de déviation minimum de toute lumière visible

Dmax : angle de déviation maximum

On définit " Pouvoir Dispersif " d'un prisme par :

$$\boxed{\omega = \frac{D_{max} - D_{min}}{\left(\frac{D_{max} + D_{min}}{2}\right)}} \quad *$$

Définition :

Le pouvoir dispersif d'un prisme, ω est une mesure de la différence de réfraction des rayons lumineux entrant dans le prisme, entre ceux ayant la plus grande longueur d'onde et ceux ayant la plus courte longueur d'onde.

$$\omega = \frac{D_{max} - D_{min}}{\left(\frac{D_{max} + D_{min}}{2}\right)}$$

Si $D_{max} = D_{min} \Rightarrow \omega = 0 \Rightarrow$ le prisme n'est pas du tout dispersif.

$\omega = 0$ pour les matériaux non dispersifs.

$0,01 \leq \omega \leq 0,1$.

exemple : Une lumière blanche dispersée par un prisme a des longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 700 nm

Pour $\lambda = 400\ nm \Rightarrow D = 22,9°$

$\lambda = 700\ nm \Rightarrow D = 22,1°$

$\lambda = 550\ nm \Rightarrow D = 22,5°$

Quel est le pouvoir dispersif du prisme ?

on a : $\left.\begin{array}{l} D_{min} = 22,1° \\ D_{max} = 22,9° \end{array}\right\} \Rightarrow \omega = \frac{22,9° - 22,1°}{\left(\frac{22,9° + 22,1°}{2}\right)}$

$$\omega = \frac{0,8°}{22,5°} \Rightarrow \omega = 0,035.$$

* une autre relation pour le pouvoir dispersif d'un Prisme est donnée par : $\omega = \frac{n_{max} - n_{min}}{\left(\frac{n_{max} + n_{min}}{2}\right) - 1}$

* Pour les prismes minces dont l'angle au Sommet A est relativement petit

$$\Rightarrow \quad D_{max} - D_{min} = A\left(n_{max} - n_{min}\right)$$

Démonstration au Cours

* Exemple :

Le prisme d'un spectroscope a un angle de 60°
- Son indice de réfraction pour la lumière du Sodium est $n = 1{,}751$:
Calculer la déviation minimale D_{min} et l'angle d'incidence i_0 correspondant.

- On fait arriver sous cette incidence i_0 la lumière d'un tube à hydrogène, formée d'une radiation rouge et d'une radiation bleue pour lesquelles les indices du verre sont respectivement 1,742 et 1,769.
Calculer l'angle que fait à la sortie les rayons rouge et bleu.

Solution au Cours.