TD 2

Résolution des systèmes d'équations linéaires

Exercice 1

Résoudre le système suivant :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercice 2

Résoudre le système suivant :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Exercice 3

Soit le système suivant :

$\alpha x_1 \quad + \quad x_3 = 2$

$\alpha x_1 \quad + 2\alpha x_3 = 1$

$2\alpha x_1 + 2x_2 - x_3 = 3$

1. Donner l'expression du déterminant de A en fonction de α. Quelle est la condition que le système doit satisfaire pour admettre une solution unique.

2. Résoudre le système par la méthode de Cramer en fonction de α.

Exercice 4

Résoudre le système suivant par la méthode de GAUSS, en déduire le déterminant :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 2 \\ -4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 10 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 8 \\ -2x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 4x_4 = -4 \end{cases}$$

Exercice 5

1. Résoudre le système suivant par la méthode de Jordan, en déduire le déterminant.

2. Calculer A^{-1}, en déduire la solution.

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Exercice 6

Résoudre le système suivant par la méthode CROUT, en déduire le déterminant.

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

<u>Exercice 7</u>

Résoudre le système suivant par la méthode CHOLESKY, en déduire le déterminant.

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 4 \\ 6 & 10 & 8 \\ 4 & 8 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 18 \\ 8 \end{bmatrix}$$

<u>Exercice 8</u>

1. Résoudre le système suivant par la méthode Gauss avec pivot partiel, en déduire le déterminant :

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

2. Résoudre le système par la méthode Gauss avec pivot total, en déduire le déterminant :

<u>Exercice 9</u>

Soit le système suivant :

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- est ce que les méthodes de JACOBIE et GAUSS-SEIDEL convergent?
- calculer les cinq première itérations de JACOBIE avec trois décimales exactes avec $X^{(0)}$=(2,2,2).
- calculer les trois première itérations de GAUSS-SEIDEL avec trois décimales exactes avec $X^{(0)}$=(2,2,2).