

Université Mohammed Seddik Ben Yahia
Faculté des sciences et technologie
Module: Analyse 2
1ère année ST, 1ère année ingénieur

Série de TD 04

Exercice 01 : (Equations à variables séparé). Résoudre les équations différentielles suivantes

- 1) $e^{-x^2+y}y' = x$, 2) $(x+1)y' + y = 0$, 3) $y' + \frac{xy}{1-x^2} = 0$ vérifiant $y(0) = 1$,
 4) $xy' - y - 3 = 0$, 5) $y' + xy = x$, 6) $xy' = (x-y)y$, 7) $(x^2+1)y' = y^2+4$,
 8) $\sin y dy + \cos x dx = 0$, 9) $\sqrt{y^2+1}dx = xy dy$,

$$10) \begin{cases} (1+e^x)yy' = e^x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- 11) $y' + \frac{1+y^3}{xy^2(1+x^2)} = 0$, 12) $xy' \ln x = (3 \ln x + 1)y$.

Exercice 02 : (Equations homogènes). Résoudre les équations différentielles suivantes

- 1) $(2x+y)dx - (4x-y)dy = 0$, 2) $4x+y+(x-2y)y' = 0$, 3) $x^2y' + xy = x^2+y^2$,
 4) $x dy - y dx = \sqrt{x^2+y^2}dx$, 5) $x^2yy' = y^3 - xy^2$, 6) $y^2dx + (xy+x^2)dy = 0$.

Exercice 03 : (Equations différentielles lineaires du premier ordre). Résoudre les équations différentielles suivantes

- 1) $y' + xy = x$, 2) $y' - \frac{y}{x} = \ln x$, 3) $y' = 2y + (x^2 + 3x + 1) = 0$,

puis le problème de Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y + (x^2 + 3x + 1) = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

- 4) $x \frac{dy}{dx} - 2y = \frac{1}{2}x^3$, 5) $y' + y = \cos x$, 6) $y' + 2xy = 4x$, 7) $y' - y = xe^x$,
 8) $y' - 2y = \sinh x - 2x \cosh x$.

Exercice 04 : (Equations de Bernoulli et Reccati). Résoudre les équations différentielles suivantes

- 1) $y' + \frac{1}{y} = x^3 y^3$, 2) $y' + y = y^3$, 3) $y' = y - 2xy^3$ avec $2y(\frac{1}{2}) = \sqrt{2}$,
 4) $y' - 2xy + y^2 = 2 - x^2$, 5) $xy' + 6y - 3xy^{\frac{4}{3}} = 0$, 6) $xy' + 3y - x^2 y^2 = 0$,
 7) $y' + \frac{1}{2}y = \frac{y^2}{x^3} + 2x$ avec $y_p = x^2$ solution particulière.
 8) $(1 - x^3)y' + x^2 y + y^2 - 2x = 0$ (vérifier que $y_p = x^2$ est une solution.)
 9) $y' = -xy^2 + \frac{y}{x} - \frac{2}{x^3}$, $y_p = \frac{1}{x^2}$.

Exercice 05 : (Equations différentielles du deuxième ordre). Résoudre les équations différentielles suivantes

- 1) $y'' - 4y = 0$, 2) $y'' - 2y' + y = 0$, 3) $y'' - 2y' = x^2 + x$, 4) $y'' - 4y' + 3y = \sin 2x$,
 5) $y'' + 2y' = (4 + 3x)e^x$, 6) $y'' - 3y' + 2y = (x + 1)e^{3x}$, 7) $y'' + y' + y = e^{2x}$,

$$8) \begin{cases} y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0. \end{cases}$$