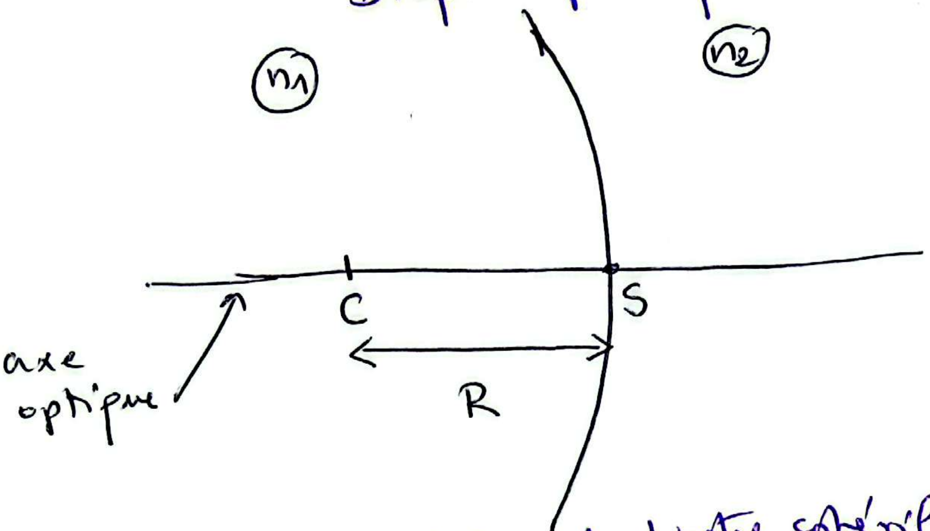
Dioptre sphérique :

Définition : toute surface sphérique qui sépare deux milieux d'indices $n_1 \neq n_2$, est appelée : Dioptre sphérique.



S : Sommet.

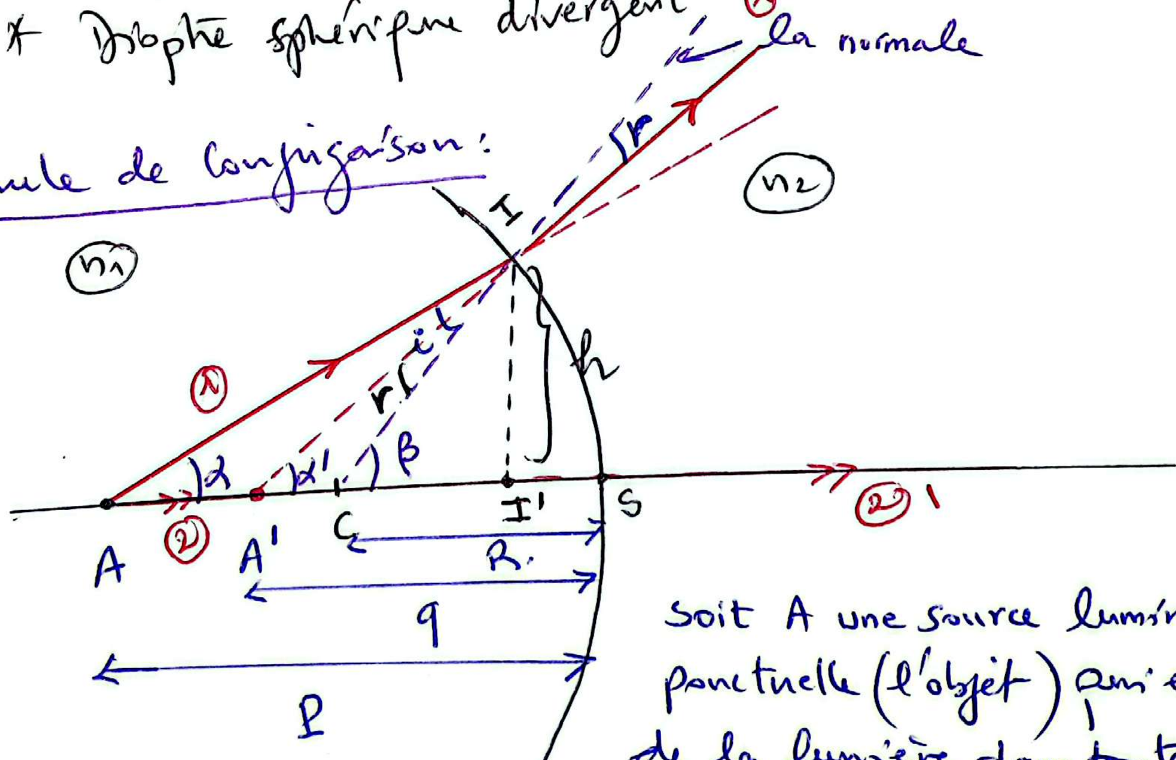
C : Centre de courbure.

R : rayon de courbure

on distingue 02 types de dioptres sphériques :

* Dioptre sphérique convergent — كاسر كروي مقرب
* Dioptre sphérique divergent — كاسر كروي مبعد

Formule de Conjugaison :



Soit A une source lumineuse ponctuelle (l'objet) qui émet de la lumière dans toutes les directions

rayon incident ① avec un angle d'incidence i ⟹ un rayon réfracté ①' avec un angle de réfraction r (on suppose que $r < i$), et un rayon incident ② avec un angle d'incidence nul $i=0 \Rightarrow$ le rayon réfracté ②'

avec un angle de réfraction $r=0$

$$\left(n_1 \sin i = n_2 \sin r, \text{ si } i=0 \Rightarrow r=0 \right)$$

on cherche l'intersection de ①' et ②' par prolongement

$\Rightarrow$ l'intersection c'est le point A' (image virtuelle de l'objet réel A).

la relation entre p (position de l'objet) et q (position de l'image) ??

Dans le triangle ACI :

$$\beta = \alpha + i$$

$$\Rightarrow \quad i = \beta - \alpha \quad \text{———} \quad ①$$

Dans le triangle A'CI :

$$\beta = \alpha' + r$$

$$\Rightarrow r = \beta - \alpha' \quad \text{———} \quad ②$$

$$tg\,\alpha = \frac{h}{AI'}, \quad tg\,\alpha' = \frac{h}{A'I'} \quad \text{et} \quad tg\,\beta = \frac{h}{CI'}$$

on se place dans les conditions de Gauss, c'est à dire pour faibles valeurs des angles

$tg\,\alpha \simeq \sin\alpha \simeq \alpha$

$tg\,\alpha' \simeq \sin\alpha' \simeq \alpha'$ et on néglige la distance $\overline{I'S}$

$tg\,\beta \simeq \sin\beta \simeq \beta$ devant AI', $A'I'$ et CI'

$$\Rightarrow \overline{AS} \simeq AI'$$

$$\overline{A'S} \simeq A'I'$$

$$CS \simeq CI'$$

on a aussi : $n_1 \sin i = n_2 \sin r$.

Pour des angles faibles $\Rightarrow n_1 i \simeq n_2 r$.

$$n_1(\beta-\alpha) = n_2(\beta-\alpha')$$

$$\Rightarrow n_1\alpha - n_2\alpha' = (n_1-n_2)\beta.$$

$$n_1 \frac{h}{AS} - n_2 \frac{h}{A'S} = (n_1-n_2)\frac{h}{CS}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{\overline{AS}} - \frac{n_2}{\overline{A'S}} = \frac{(n_1-n_2)}{\overline{CS}}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1-n_2}{R}$$

Formule de conjugaison pour le dioptre sphérique

Cas particuliers :

* l'objet à l'infini : $p \to \infty$

l'objet à l'infini, $p \to \infty$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{n_1}{\infty}}_{0} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1-n_2}{R}$$

$$\Rightarrow q = f_i = \frac{-n_2}{n_1-n_2} R$$

Si l'objet A est à l'infini, son image A' sera au Foyer image F' à une distance focale image f_i.

$$f_i = \frac{-n_2}{n_1-n_2} R$$

distance focale image
البعد المحرقي للصورة

* l'image à l'infini :

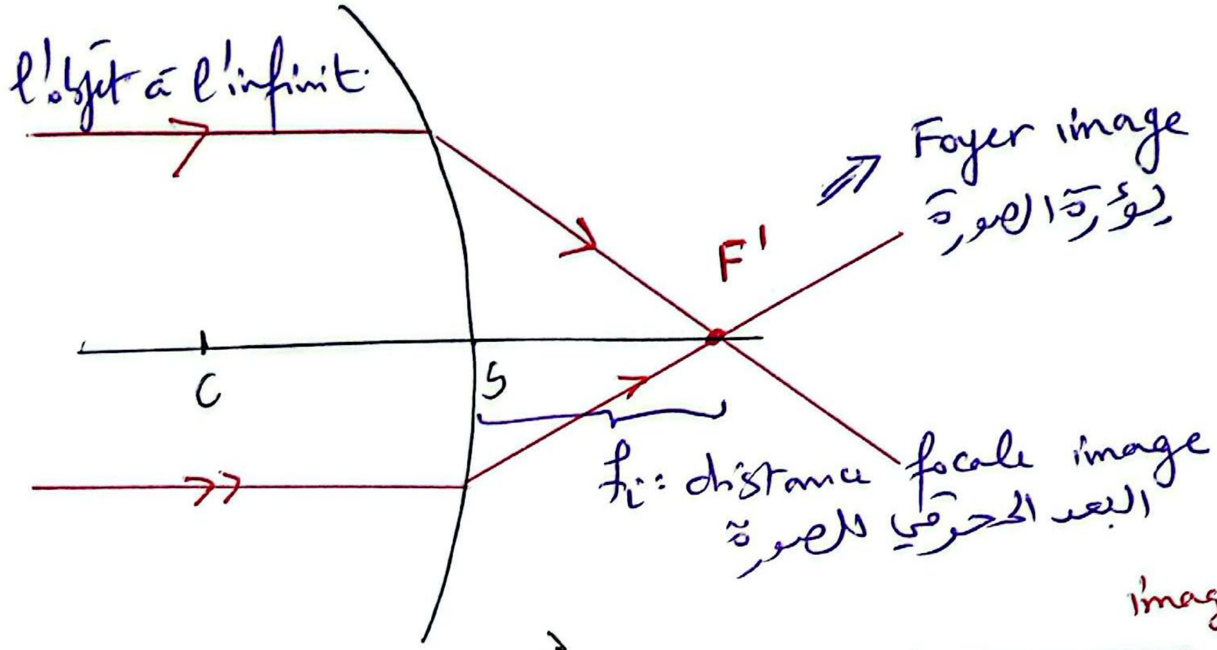
Image à l'infini $\Rightarrow q \to \infty$

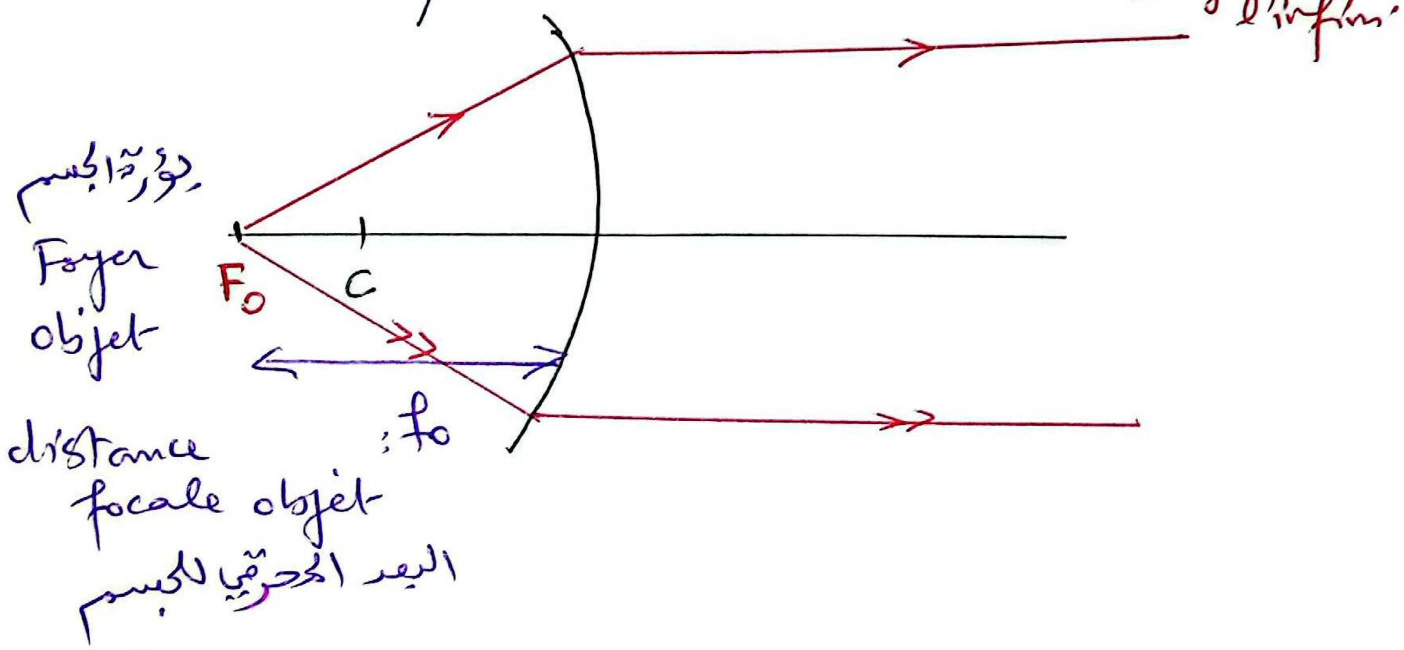
$$\Rightarrow \frac{n_1}{p} - \underbrace{\frac{n_2}{\infty}}_{0} = \frac{n_1-n_2}{R}$$

$$\Rightarrow p = f_o = \frac{n_1}{(n_1-n_2)} R$$

distance focale objet
البعد المحرقي للجسم

Si l'objet A est au Foyer objet F d'une distance focale objet f_o, son image sera à l'infini.





Remarques :

* $f_o = \dfrac{n_1}{n_1 - n_2} R$

$f_i = \dfrac{-n_2}{n_1 - n_2} R$

$\Rightarrow \dfrac{f_o}{f_i} = -\dfrac{n_1}{n_2} < 0$

f_o et f_i sont de signes différents

** $f_o + f_i = R$.

** Si F et F' sont réelles ⇒ dioptre convergent

Si F et F' sont imaginaires ⇒ " divergent.

La vergence

A partir de la Formule de conjugaison

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

On définit la vergence du dioptre (la puissance)

$$V = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2 - n_1}{SC}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = -V}$$

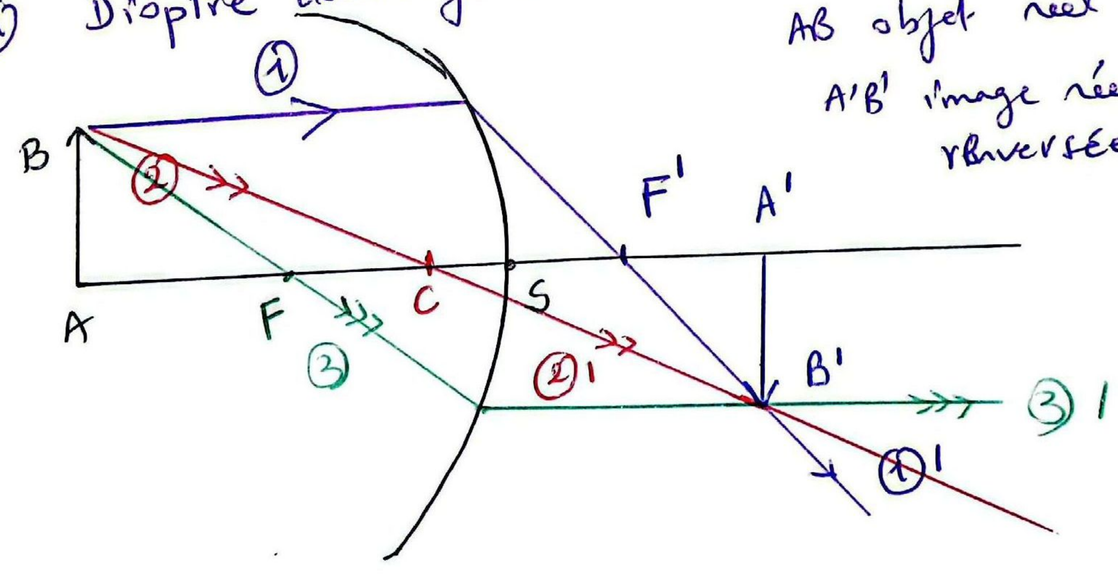
l'unité de la vergence, c'est la dioptrie δ

$$1\,\delta = 1\,m^{-1}$$

* si $V > 0 \Rightarrow$ dioptre convergent.
* si $V < 0 \Rightarrow$ " divergent.

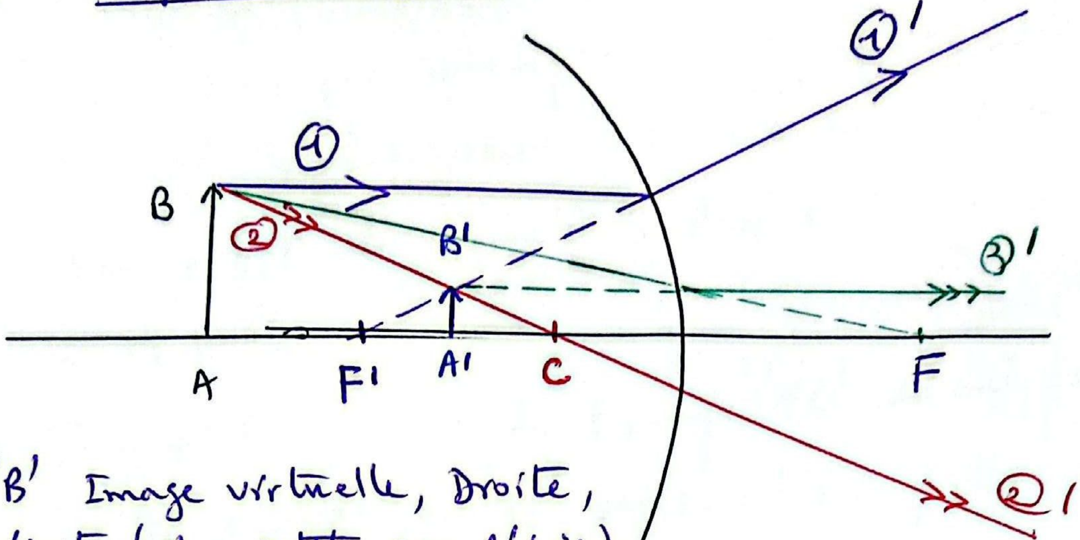
Méthode de construction de l'image:

① Dioptre Convergent:



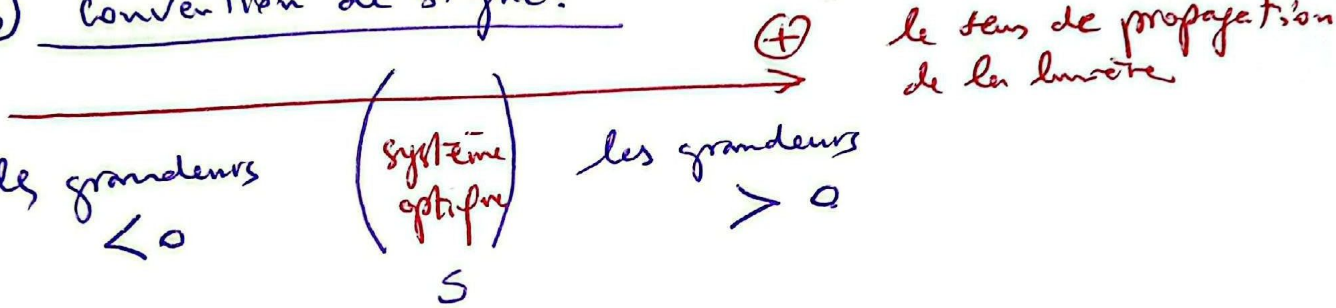
AB objet réel
A'B' image réelle renversée.

② Dioptre divergent :



A'B' Image virtuelle, Droite, réduite (plus petite que l'objet).

③ Convention de signe :



④ l'agrandissement γ :

L'agrandissement linéaire γ du dioptre sphérique est donné par :

$$\boxed{\gamma = \frac{n_1 q}{n_2 p} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$$

si $\gamma < 0 \Rightarrow$ image renversée

si $\gamma > 0$ " Droite.

$|\gamma| > 1 \Rightarrow$ image plus grande.

$|\gamma| < 1$ " plus petite

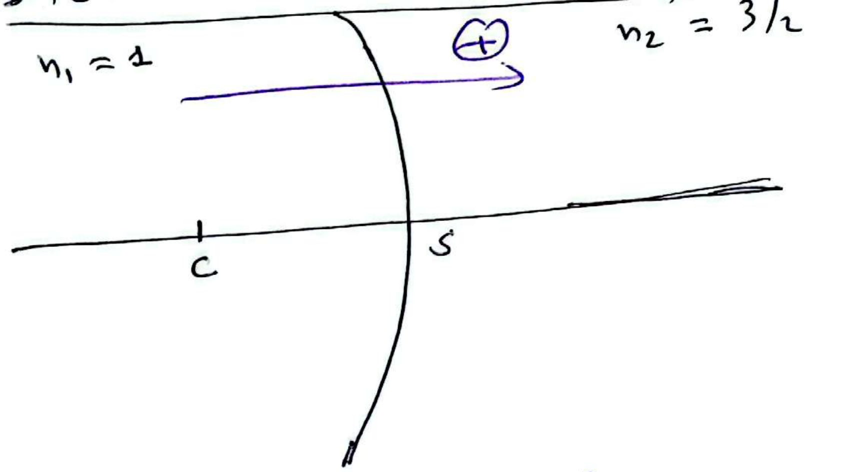
$|\gamma| = 1 \Rightarrow$ image de même taille de l'objet

Exemple d'application:

Soit un dioptre sphérique de rayon 10 cm, un objet AB de longueur 3 cm se trouve à une distance 15 cm avant le sommet S dans le milieu 1 ($n_1 = 1$) et $n_2 = 3/2$.

Trouver la position de l'image A'B' donnée par le dioptre pour l'objet et ses caractéristiques. (Par calcul et géométriquement).

* Détermination des distances focales:



a) distance focale objet f_o:

$$f_o = \frac{n_1}{n_1 - n_2} R \Rightarrow f_o = \frac{1}{1 - 3/2}(-10) = 20 \text{ cm.}$$

$$f_i = \frac{-n_2}{n_1 - n_2} R \Rightarrow f_i = \frac{-3/2}{1 - 3/2}(-10) = -30 \text{ cm}$$

Remarque: $f_o + f_i = 20 - 30 = -10 \text{ cm} = R.$

b) position de l'image:

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{R} \Rightarrow \frac{n_2}{q} = \frac{n_1}{p} - \frac{(n_1 - n_2)}{R}$$

A.N.3

$$\frac{3/2}{q} = \frac{1}{(-15)} - \frac{(1-3/2)}{(-10)}$$

$$\frac{3/2}{q} = \frac{-1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{-4-3}{60} = \frac{-7}{60}$$

$$\Rightarrow q = -\frac{60 \times 3/2}{7} \Rightarrow q = -12,86 \text{ cm}$$

c) l'agrandissement γ :

$$\gamma = \frac{n_1 q}{n_2 p} = \frac{1(-12,86)}{3/2(-15)} = 0,6.$$

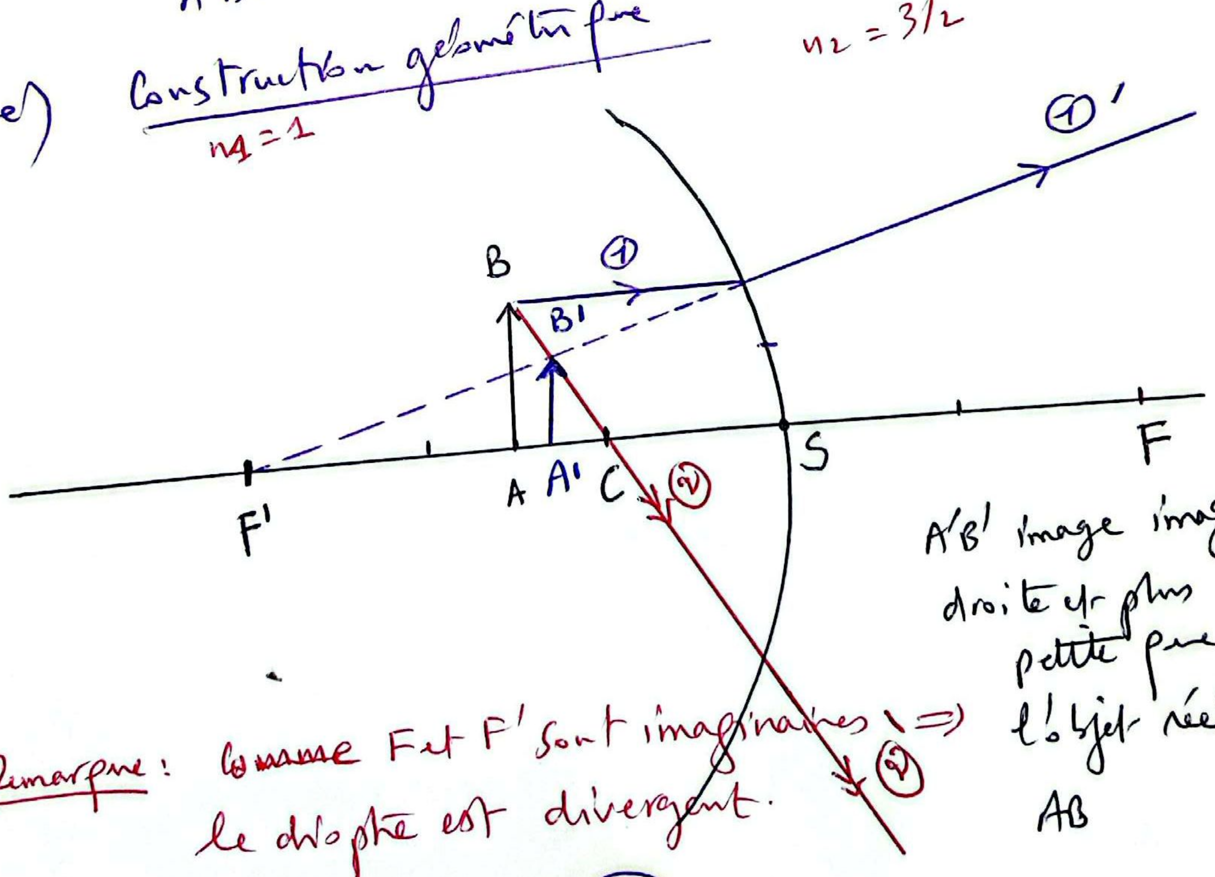
$$\boxed{\gamma \simeq 0,6}$$

* $\gamma > 0 \Rightarrow$ image droite.
* $\gamma < 1 \Rightarrow$ image plus petite
* $q < 0 \Rightarrow$ image imaginaire.

d) Longueur de l'image :

$$\overline{A'B'} = \gamma \ \overline{AB} = 0,6 \times 3 = 1,8 \text{ cm}$$

e) Construction géométrique



A'B' image imaginaire, droite et plus petite que l'objet réel AB

Remarque : comme F et F' sont imaginaires $\Rightarrow$ le dioptre est divergent.