

TD n°3 : Equations différentielles

Exercice 1 Résoudre les équations différentielles ordinaires d'ordre 1 suivantes:

1. $y' - \frac{1}{x}y = \ln x$.
2. $xy' - y = (x - 1)e^x$.
3. $y' - (\tan x)y = \sin x$, $x \in] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.
4. $y' - 2xy = e^{x^2} \sin x$ (laissée aux étudiants).
5. $y' = y + 1$ (laissée aux étudiants).

Exercice 2

1. Intégrer l'équation différentielle $y' = \frac{y}{x}$.
2. Dériver la fonction $f(x) = e^{-x}$, et donner la solution générale de l'équation: $y' - \frac{y}{x} = -\frac{(x+1)e^{-x}}{x}$.

Exercice 3 Résoudre l'équation différentielle homogène suivante:

$$y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$$

Exercice 4 Résoudre l'équation de Bernoulli:

$$y' + xy = xy^2.$$

Exercice 5 Résoudre les équations différentielles ordinaires du second ordre suivantes:

1. $y'' - y = e^{2x} - e^x$,
2. $y'' + 2y' + 4y = xe^x$.
3. $y'' - 2y' + y = x$, $y(0) = y'(0) = 0$.
4. $y'' - 2y' + y = xe^{\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ (laissée aux étudiants).

Exercice 6 Si la population dun pays double en 50 ans, en combien de temps sera augmenter en triple?. Compte tenu du fait que le taux d'accroissement est proportionnel au nombre d'habitants i.e. $\frac{dy}{dt} = Ry$, avec R est une constante et que la population à l'instant t_0 égale C_0 .