الأعمال الموجهة رقم 1

التمرين1: أوجد نشر ماك لوران-يونغ من الرتبة 4 للدوال التالية:

$$f(x)=\frac{x}{\sin x} \quad (\text{تترك للطالب}) \qquad , \qquad g(x)=\sqrt{1+\sin x}$$

التمرين2: باستعمال طريقتين أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{1-x+\ln x} \qquad , \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{e^x-1-x-\frac{1}{2}x^2}$$

- نفس السؤال للنهايات التالية: **(يترك للطالب)**

$$\mathbf{1)}\ \lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x^2}\ln(1+e^x) \qquad \mathbf{2)}\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)-\sin x}{x}$$

$$\mathbf{3)}\ \lim_{x\to 0}(1+a\tan x)^{\frac{1}{x\sin x}} \qquad \mathbf{4)}\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos(2x))}{x\sin x}$$

التمرين3:

1) أوجد نشر ماك لوران-يونغ من الرتبة 3 للدالة: $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{x}}$.
2) أوجد النهاية $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ ، ثم استنتج النهاية $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

التمرين4: **(يترك للطالب)**

1) باستعمال نشر ماك لوران-يونغ برهن المتراجحة التالية: $x-\frac{x^2}{2}<\ln(1+x)<x$
2) باستعمال السؤال السابق أحسب $\lim_{n\to+\infty}(\ln u_n)$ و $\lim_{n\to+\infty}u_n$ بحيث المتتالية معرفة بالحد العام:

$$u_n=\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n^2}\right)$$

التمرين5: أوجد النشر المحدود من الرتبة المطلوبة للدوال التالية:

1) الدالة $\ln(e^{2x}+2e^x+3)$ ، من الرتبة 2 في جوار 0.
2) الدالة $\sqrt{8+\sqrt{1+6x}}$ ، من الرتبة 3 في جوار 0.
3) الدالة $\mathrm{ch}(\ln(\mathrm{ch}\,x))$ ، من الرتبة 6 في جوار 0. **(يترك للطالب)**
4) الدالة $\ln(1+x^2)$ ، من الرتبة 2 في جوار 1. **(يترك للطالب)**

التمرين6:

1) أوجد مجموعة تعريف الدالة: $f(x)=\frac{\ln x}{2-x}$.
2) أكتب النشر المحدود للدالة f من الرتبة 4 في جوار 1.
3) بمقارنة عبارة نشر ماك لوران-يونغ مع نتيجة السؤال 2، استنتج قيم المشتقات $f^{(k)}(1)$ من أجل $k\in\{0,\dots,4\}$.