

Série de TD N1

Exercice 01

De l'eau de masse volumique ρ coule en régime stationnaire avec un débit massique q_m dans une canalisation horizontale et l'écoulement est supposé parfait. Loin du coude en amont, la pression est uniforme et vaut P_1 et l'écoulement est unidimensionnel de vitesse V_1 . Loin du coude en aval, la pression uniforme vaut P_2 et la vitesse V_2 .

1. Calculer P_2 et V_2 .
2. Calculer la force subie par la canalisation.

Exercice 02

Un réservoir cylindrique de section S constante où à sa base un orifice de section s par lequel l'eau peut s'échapper à l'air libre. Cet orifice est d'abord bouché pour remplir le réservoir jusqu'à la hauteur h_0 . A $t = 0$ on libère l'orifice et le vidage commence. Les valeurs numériques sont :

$$h_0 = 1 \text{ m}, s = 1 \text{ cm}^2 \text{ et } S = 0,5 \text{ m}^2.$$

On suppose que l'eau est un fluide parfait, incompressible et en écoulement permanent. La pression atmosphérique est $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$.

1. Soient v_B et v_A les vitesses de l'eau au sommet du réservoir et dans l'orifice de sortie. Que vaut v_A/v_B ?
2. Exprimer v_A à $t = 0$ et faites l'application numérique.
3. Exprimer v_B au cours du vidage et déduisez-en $h(t)$.

Les mesures de temps seront simples si la hauteur est une fonction affine du temps, soit $h = at + b$ (les différences de hauteur sont alors proportionnelles au temps écoulé) et on recherche la forme du réservoir correspondante.

4. Soit D le diamètre du réservoir : comment doit varier D en fonction de h pour que h varie comme $at + b$? Calculer alors numériquement le temps de vidage du réservoir.

Exercice 03

Un réservoir de forme cylindrique de rayon $R = 3 \text{ m}$ et de hauteur $h = 10 \text{ m}$ est initialement rempli à moitié d'eau de masse volumique $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$. La pression atmosphérique p_0 règne au dessus de la surface libre de l'eau grâce à une ouverture pratiquée au sommet du réservoir.

On ouvre à l'instant $t = 0$, un orifice B circulaire de faible section $s = 25 \text{ cm}^2$ au fond du réservoir. On donne $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Etablir l'équation de Bernoulli entre la surface libre de l'eau et l'orifice B , en déduire la vitesse v_B de sortie de l'eau en B .
2. A un instant t quand l'aire de la surface libre est S et la profondeur d'eau dans le réservoir est $y(t)$, établir l'équation différentielle en $y(t)$.
3. Exprimer littéralement, puis calculer la durée T_v de vidange de ce réservoir.
4. Si le réservoir est en position verticale, déterminer le temps de vidange T_h .

Exercice 04

Un jet d'eau est envoyé sur une plaque plane avec vitesse \vec{v} , un débit massique q_m et un angle d'incidence α . Les grandeurs vectorielles seront exprimées dans la base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où \vec{k} étant normal à la plaque et \vec{i} dans le plan d'incidence défini par \vec{k} et la vitesse \vec{v} du jet incident.

Nous admettons les hypothèses suivantes :

- La viscosité de l'eau est négligée ; il n'y a donc aucune perte d'énergie mécanique.
- Après l'impact sur la plaque, la vitesse de l'eau reste tangente à celle-ci.
- Le jet et la plaque sont soumis à la pression atmosphérique.
- L'influence de la pesanteur est négligeable.
- Le jet incident se sépare en deux jets unidimensionnels, dont les vitesses sont dans le plan d'incidence.

1. Déterminer \vec{v}_1 et \vec{v}_2 des jets émergents et leurs débits massiques q_{m1} , q_{m2} .
2. Déterminer la force de poussée. (Nous pouvons la définir comme opposée à la force supplémentaire \vec{F}_0 qui est appliquée pour maintenir la plaque immobile.

Série de TD N2

Exercice 01

Soit l'écoulement stationnaire et parallèle d'un fluide visqueux et incompressible entre deux plaques infinies parallèles distant de $2h$ en mouvement relatif uniforme dans leur plan. Si on considère que les plaques sont symétriques par rapport (Ox) et la plaque supérieure est mobile d'une vitesse U_0 tandis que l'inférieure est fixe déterminer :

1. le profil de vitesse
2. la contrainte de cisaillement au niveau de la paroi inférieure
3. le débit volumique
4. la vitesse moyenne

Exercice 02

Considérons l'écoulement stationnaire et parallèle d'un fluide visqueux et incompressible dans une conduite cylindrique infinie, de rayon R , posée à l'horizontale.

1. Déterminer l'expression du profil de vitesse.
2. Donner l'expression du débit volumique. En déduire la vitesse moyenne.
3. Exprimer la perte de charge dans la conduite en fonction de la viscosité dynamique, le rayon et la vitesse moyenne.

Exercice 03

Une huile visqueuse incompressible est en écoulement stationnaire et parallèle dans un tube annulaire de rayon interne R_1 et externe R_2 de longueur infinie posé à l'horizontale.

1. Déterminer le profil de vitesse.
2. Donner l'expression du débit volumique.

Exercice 04 :

Soit l'écoulement stationnaire et laminaire d'un fluide visqueux incompressible, entre deux cylindres coaxiaux, induit par leurs rotations uniformes. Les cylindres, horizontaux et suffisamment longs, tournent dans le sens trigonométrique avec des vitesses angulaires w_1, w_2 .

1. Déterminer l'expression du profil de vitesse.
2. Donner l'expression de la contrainte de cisaillement au niveau du cylindre externe.
3. Si le cylindre externe est fixe, exprimer la variation de pression dans l'entrefer (prendre $p=p_1$ pour le cylindre intérieur).

Série de TD N° 3

Exercice 1

Soit l'écoulement stationnaire et parallèle d'un fluide visqueux et incompressible entre deux plaques infinies, horizontales, parallèles, distant de h et maintenues à une température uniforme T_w . Si on considère que les plaques sont fixes et la plaque inférieure est le plan $y=0$, le profil de vitesse de l'écoulement aura la forme

$$u(y) = \frac{4U_{max}y}{h^2} (h - y),$$

En considérant le gradient de la température dans la direction de l'écoulement est nul, déterminer la distribution de la température $T(y)$ entre les deux plaques.

Exercice 2

Pour un écoulement laminaire, stationnaire et incompressible traversant un tube horizontale et long, la distribution de vitesse est donnée par :

$$v_z(r) = V_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right)$$

Où V_0 est la vitesse maximale à l'axe de symétrie et R est le rayon de tube.

Si la température de la paroi est constante T_w (paroi isotherme) et la distribution de température est seulement fonction de r , trouver $T(r)$ pour cet écoulement.

Exercice 3

On considère l'écoulement laminaire stationnaire d'un liquide visqueux confiné dans un espace annulaire entre deux cylindres verticaux concentriques. Le cylindre externe de rayon R_2 est fixe et maintenue à une température uniforme T_0 tandis que l'interne de rayon R_1 tourne à une vitesse angulaire constante ω et sa surface est supposée adiabatique.

1. Déterminer l'expression du profil de vitesse.
2. Obtenir la distribution de température en négligeant la variation axiale et en considérant la dissipation visqueuse de la chaleur.