

**Série 2 : Optimisation non linéaire sans contraintes  
(Méthodes Numériques)**

**Université de Jijel  
Master 1 IA  
2025 /2026**

**Exercice 1 :**

Nous cherchons le minimum de la fonction

$$f(x, y) = 4x^2_1 - 4x_1x_2 + 2x^2_2 \quad \text{et le point initial } x^0 = (2, 3)^t$$

- 1) Utiliser la méthode de gradient à un point optimal pour trouver le minimum
- 2) Utiliser la méthode de gradient conjugué pour trouver le minimum
- 3) Utiliser la méthode de Newton pour trouver le minimum

**Exercice 2 :**

$$\text{Soit } Q = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- 1) Montrer que Q est définie positive.
- 2) Construire  $d_0, d_1, d_2$  Q-conjugué.

**Exercice 3 (Devoir)**

Minimisation de la fonction  $x^4 + y^4 + 4xy$ , le point initial  $x^0 = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

- 1) En utilisant la méthode du gradient conjugué en prenant un pas optimal et des directions de
  - a. Fletcher-Reeves
  - b. Polak-Ribière
- 2) En utilisant la méthode de Newton

**Exercice 4**

Soit la fonction réelle à deux variables :

$$f(x, y) = x - x^2y + xy^2$$

1. Calculer le Jacobien,
2. Calculer le Hessien,
3. Déterminer l'équation caractéristique du Hessien,
4. Donner les valeurs propres de cette matrice,
5. Cette matrice est elle définie positive, pourquoi ?
6. Calculer le déterminant en utilisant les valeurs propres.
7. Trouver analytiquement les optimums de cette fonction. Quelle sont leurs natures ?