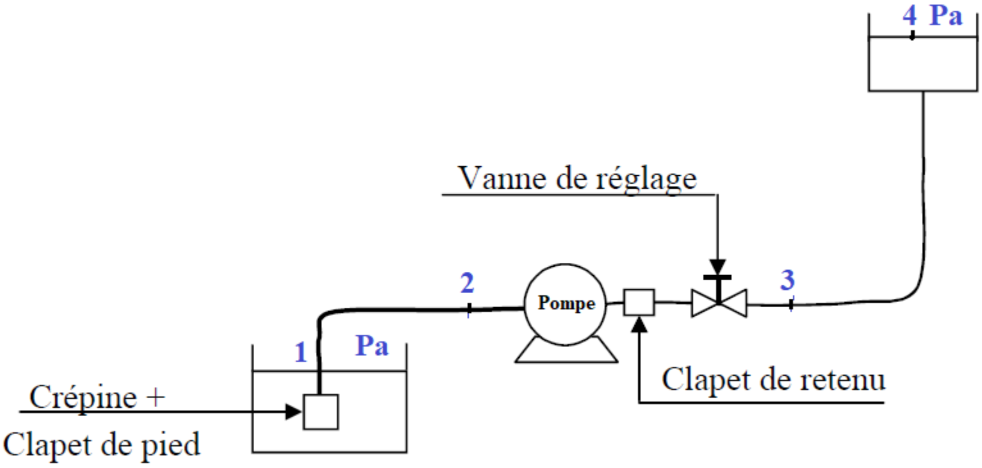
TD2 TM L3

Exercice n° 1



Données

$$Hg = z_4 - z_1 = 12m \qquad \rho = 1000k\,g/\,m^3$$

$$v_4 = 4m/s \qquad \Delta h_{tot} = 2,3m \qquad Q = 20l\;/\,s = 0,020m^3/\,s$$

Solution 1

Equation de Bernoulli entre les points 1 et 4 avec $p_1 = p_4 = p_{atm}$

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \underbrace{\frac{v_1^2}{2g}}_{=0} + H_{pompe} - \Delta h_{tot} = z_4 + \frac{p_4}{\rho g} + \frac{v_4^2}{2g}$$

Hauteur manométrique

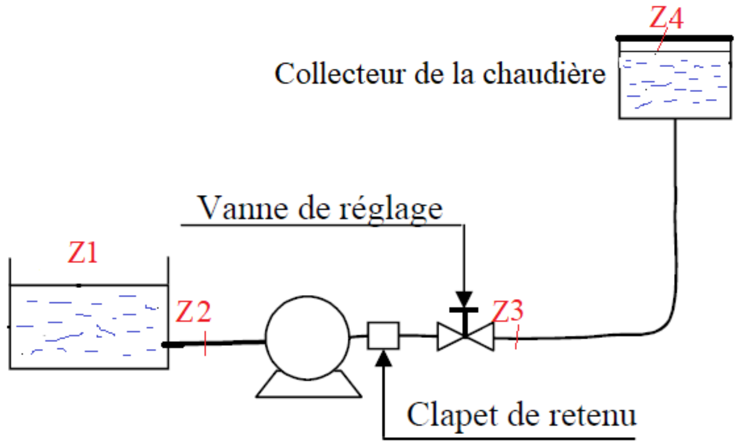
$$H_{pompe} = \left(z_4 - z_1\right) + \frac{v_4^2}{2g} + \Delta h_{tot} = 12 + \frac{4^2}{2.9,81} + 2,3 = 15,1m$$

La puissance utile reçue par le fluide (eau)

$$\dot{W} = \rho g Q H = 1000 \times 9,81 \times 0,02 \times 15,1 = 2960W \approx 3kW$$

C’est la puissance théorique du moteur qu’il faudrait installer

Exercice n° 2



Données

$(z_4 - z_1) = 20m \qquad \rho = 1000kg/m^3 \qquad p_1 = p_a = 10^5 N/m^2 \qquad v_1 = 0$

$v_4 = 0 \qquad Q = 10^5 kg/h = 10^5/3600 = 27,8kg/s$

$p_4 = 800N/cm^2 = 800.10^4 N/m^2$

Solution 2

En néglige les pertes de charge dans la conduite (longueur faible) $w_e = gH_{ideal} = \dfrac{\dot{W}}{\dot{m}}$

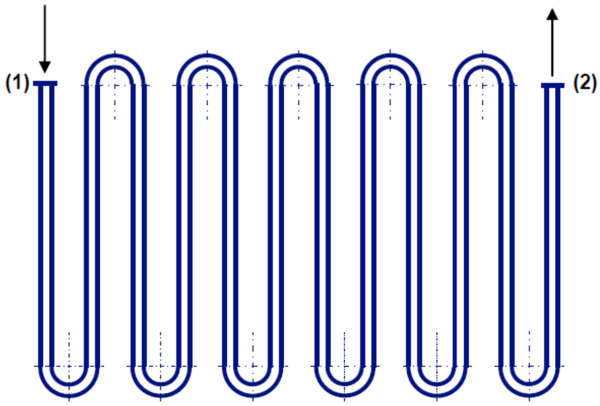
$$\dot{W}_h = \frac{p_4 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}\underbrace{\left(v_4^2 - v_1^2\right)}_{=0} + g\left(z_4 - z_1\right) \quad J/kg$$

$$\dot{W}_h = \frac{p_4 - p_1}{\rho} + g\left(z_4 - z_1\right) = \frac{(800-10)10^4}{1000} + 9,81\times 20 = 8100 \quad J/kg$$

$$\dot{W} = \rho QgH = \dot{m}\dot{W}_h = 8100\times 27,8 = 225kW$$

Exercice n° 3

Un liquide de refroidissement circule dans un radiateur en forme de serpentin.



Le serpentin comprend les éléments suivants :
- 12 tubes rectilignes de diamètre d=10 mm et de longueur 1 m chacun.
- 11 coudes à 180^0 ayant chacun un coefficient de perte de charge Ks = 0,4,

La conduite transporte un débit volumique qv=0,25 l/s. La pression en entrée est P1= 3 bars.
On donne les caractéristiques du fluide de refroidissement:

- viscosité dynamique : $\mu = 10^{-3}$ Pa.s.
- masse volumique : $\rho = 1000$ kg/m^3.

Travail demandé :
1) Calculer la vitesse v d'écoulement du fluide dans la conduite en (m/s).
2) Calculer le nombre de Reynolds Re.
3) Préciser la nature de l'écoulement.
4) Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire λ, en précisant la formule utilisée.
5) Calculer les pertes de charges linéaires (Δh_{lin}) en J/kg.
6) Calculer les pertes de charges singulières (Δh_{loc}) en J/kg.
7) Appliquer le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2) pour déterminer la pression de sortie P_2.

Solution 3

1) Vitesse d'écoulement : $v = \dfrac{4Q_v}{\pi d^2} = \dfrac{4 \times 0{,}25.10^{-3}}{\pi \times 0{,}01^2} = 3{,}18 m/s$
2) 2) Nombre de Reynolds : $R_e = \dfrac{v.d}{\left(\dfrac{\mu}{\rho}\right)} = \dfrac{3{,}18 \times 0{,}01}{\left(\dfrac{10^{-3}}{10^3}\right)} = 31800$
3) $2000 < Re < 10^5$ **:** il s'agit d'un écoulement turbulent lisse.
4) Formule de Blasius : λ= 0,316. Re$^{-0,25}$ = 0,316. 31800$^{-0,25}$ = 0,02366
5) Pertes de charge linéaires : $\Delta h = -\lambda \dfrac{v^2}{2}\left(\dfrac{L}{d}\right) = -0{,}02366.\dfrac{3{,}18^2}{2}\left(\dfrac{12}{0{,}01}\right) = -143{,}55 / kg$

6) Pertes de charge singulières : $\xi = -k_s \dfrac{v^2}{2} = (0{,}3.11)\dfrac{3{,}18^2}{2} = -\ 22{,}24\text{J /kg}$

7) Equation de Bernoulli : $\dfrac{1}{2}\left(v_2^2 - v_2^2\right) + \dfrac{1}{\rho}\left(p_2 - p_1\right) + g\left(z_2 - z_1\right) = \Delta h_{lin} + \Delta h_{loc}$

Or $v_1=v_2$ (meme diameter), $z_1=z_2$ (meme niveau)

$p_2 = p_1 + \Delta h_{lin} + \Delta h_{loc} = 3.10^5\text{-}1000 \times (143{,}55\text{+}22{,}24)\text{=}134210$ Pa=1,3421bar

Commentaire :

La perte de charge singulière constitue une part non négligeable dans la perte de charge totale (13,4 %). Ce ci est dû au nombre important d'accidents de parcours (coudes).

Exercice n° 4

La caractéristique d'une pompe centrifuge est donnée par $Hp = 22{,}9 + 10{,}7Q - 111Q^2$

La courbe du système (réseau extérieur) est donnée par $Hr = 15 + 85\ Q^2$

Déterminer le régime de fonctionnement de la pompe (le débit et la hauteur).

<u>Solution 4</u>

Détermination du régime de fonctionnement de la pompe

Le régime réel de fonctionnement de la pompe comme le point d'intersection de la courbe caractéristique du réseau extérieur.

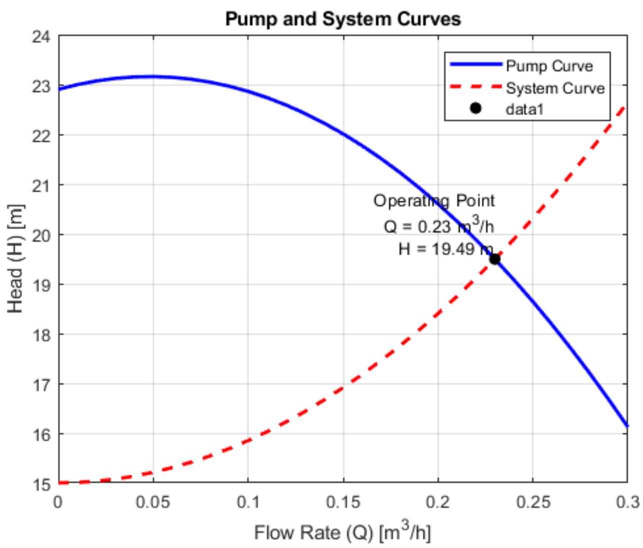
$$15 + 85Q^2 = 22.9 + 10.7Q - 111Q^2 \ \Rightarrow\ 196Q^2 - 10.7Q - 7.9 = 0$$

L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ et la Solution : $x = \dfrac{1}{2a}\left[-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\right]$

Donc $Q = \dfrac{1}{2.196}\left[+10{,}7 \pm \sqrt{10{,}7^2 + 4.196.7{,}9}\right] = 0{,}23m^3/s$

$H = 15 + 85Q^2 = 15 + 85\left(0{,}23\right)^2 = 19{,}49m$

Le Point de fonctionnement de la Pompe : $Q = 0{,}23m^3/s$ et $H = 19{,}49m$

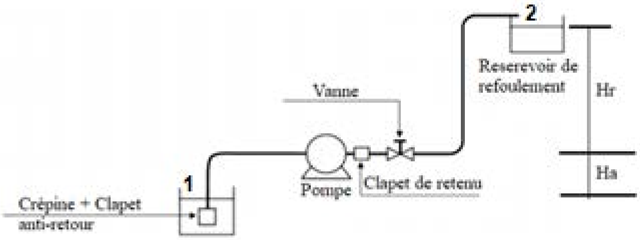


Exercice n° 5

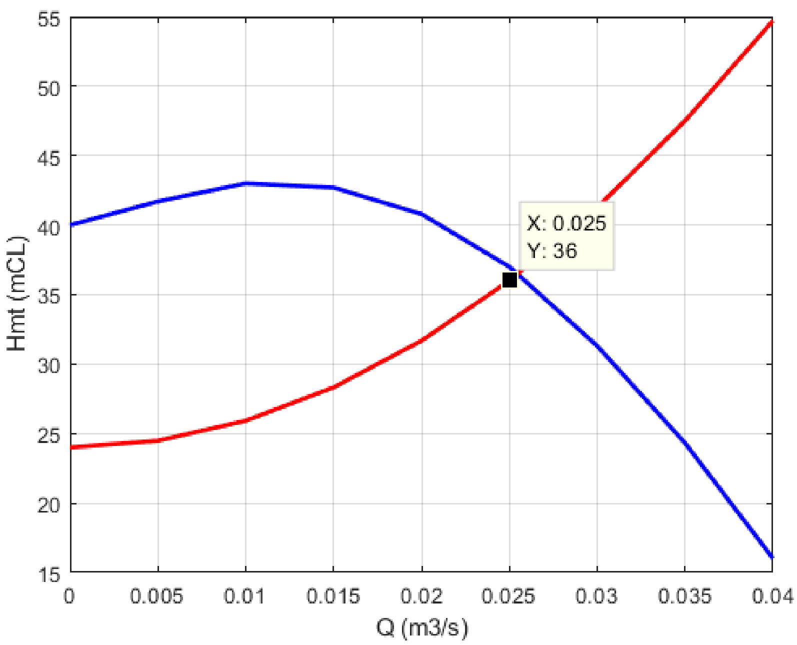
On considère le circuit de transport d’eau d’un barrage un réservoir de stockage (voir figure ci-contre). On supposera : - Les diamètres à l’aspiration et au refoulement identiques.
La hauteur géométrique d'aspiration Ha = 4 m et le refoule dans un réservoir à une hauteur géométrique de refoulement Hr = 20 m, comme l’indique le schéma ci-dessus. - La conduite d'aspiration de longueur La = 40 m et celle de refoulement de longueur Lr = 200 m ont le même diamètre D = 120 mm - Leur coefficient des pertes de charge régulières est $\lambda = 0{,}02$ et le coefficient des pertes de charge singulières à l’aspiration est $\xi a = 3$ et celui au refoulement est $\xi r = 5$. Les caractéristiques de la pompe sont données dans le tableau ci-dessous.

Q (m^3/s)	0	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
Hm(m)	40	41.7	43	42.7	40.8	37	31.3	24.3	16

1) Tracer H=f(Q)
2) Montrer que la hauteur manométrique du circuit peut s’écrire sous la forme :
$Hm = Hg + A.Q^2$, donner l’expression littérale de A.
3) Calculer A.
4) Trouver le point de fonctionnement



Solution 5



2) L’équation de Bernoulli généralisé est :

$$\left(\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+z\right)_1 + H_p - \Delta h_{frot} = \left(\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+z\right)_2 \qquad \text{Avec } H_p=H_m$$

$$h_m = \underbrace{\frac{p_2 - p_1}{\rho g}}_{0} + \underbrace{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}}_{0} + (z_2 - z_1) + \left(\sum_i f \frac{L_i}{D_i} + \sum_j \xi_j \right) \frac{v_m^2}{2g}$$

$$H_m = \underbrace{(z_2 - z_1)}_{Hg} + \underbrace{\left(\sum_i f \frac{L_i}{D_i} + \sum_j \xi_j \right) \frac{8}{\pi^2 D^4 g}}_{A} Q^2 = Hg + AQ^2$$ Avec Q (m^3/s)

3) $H_m = 24 + \underbrace{\left(\underbrace{0,02 \times \frac{240}{0,12} + (3+5)}_{48} \right) \underbrace{\frac{8}{3,14^2 \times 0,12^4 \times 9,81}}_{400}}_{A} Q^2 = 24 + 19200 Q^2$ Q (m^3/s)

4) Le point de fonctionnement **(Q=0,025m3/s, H_{mt}=36m)**