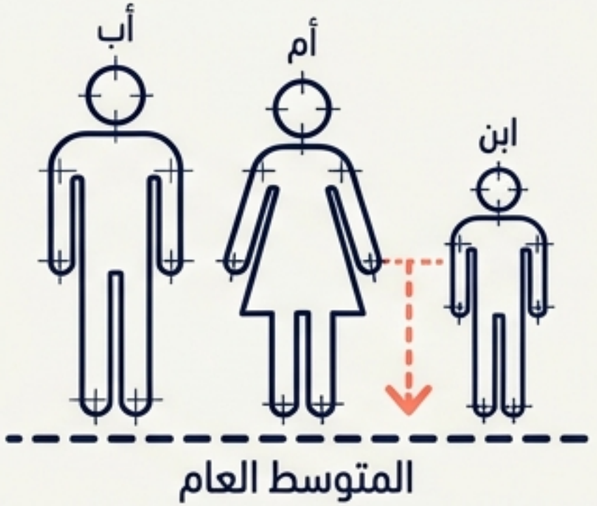
الإنحدار الخطي البسيط

الدليل المنهجي والتطبيقي: من البيانات الخام إلى التنبؤ الدقيق (وفق 18 خطوة عملية)

من إعداد الدكتورة سامية بوكحيل

NotebookLM

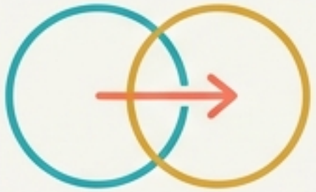
المخطط الأساسي: مفهوم الانحدار وأهدافه



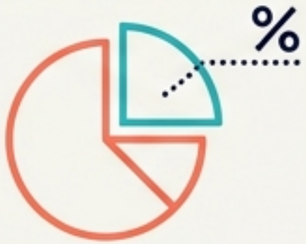
أسلوب رياضي قدمه العالم فرانسيس جالتون (Francis Galton).

الفكرة الجوهرية: دراسة تراجع (انحدار) البيانات نحو المتوسط العام.

تقدير العلاقة (Estimation):
بناء دالة رياضية لتقدير Y بناءً على X.



قياس الارتباط (Correlation):
تحديد قوة الارتباط الكلي بين المتغيرين.



تفسير التباين (Explanation):
معرفة نسبة تفسير المتغير X لاختلافات المتغير Y.

تحديد الاتجاه (Impact Direction):
هل التأثير إيجابي أم سلبي؟
(يُحدّد بإشارة وقيمة المَعْلَمَةِ).

NotebookLM

موقع النموذج في الفضاء الإحصائي: أنواع الانحدار

الانحدار الخطي البسيط (Simple Linear)

متغير مستقل (X): 1

متغير تابع (Y): 1

المتغيرات الضابطة: لا يوجد.

الانحدار الجزئي (Partial)

متغير مستقل (X): 1

متغير تابع (Y): 1

المتغيرات الضابطة: تثبيت وعزل المتغيرات الأخرى.

الانحدار المتعدد (Multiple)

متغير مستقل (X): 2 فما فوق

متغير تابع (Y): 1

المتغيرات الضابطة: لا يوجد.

NotebookLM

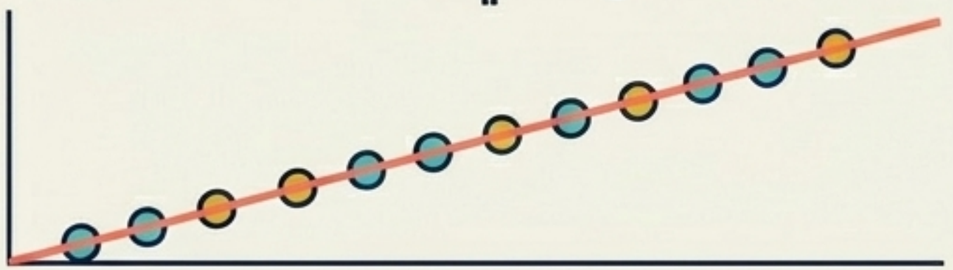
فحص النظام: الشروط القبلية الـ 7 لتطبيق النموذج

العشوائية والاستقلالية: اختيار العينة احتمالي، وقيم الأفراد مستقلة.	ON
البيانات الكمية: المتغيران (X, Y) مقاسان بمقياس كمي (نسبي أو فئوي).	ON
التوزيع الطبيعي (الاعتدالي): توزيع بيانات المتغيرين يتبع المنحنى الطبيعي (الجرس).	ON
التباين الإيجابي: تباين المتغير X أكبر من الصفر (لضمان قدرته على التفسير).	ON
العلاقة الخطية: وجود مسار خطي واضح بين X و Y.	ON
متوسط البواقي معدوم: متوسط الأخطاء العشوائية يساوي صفر.	ON
اعتدالية البواقي: الأخطاء العشوائية (البواقي) تتوزع توزيعاً طبيعياً.	ON

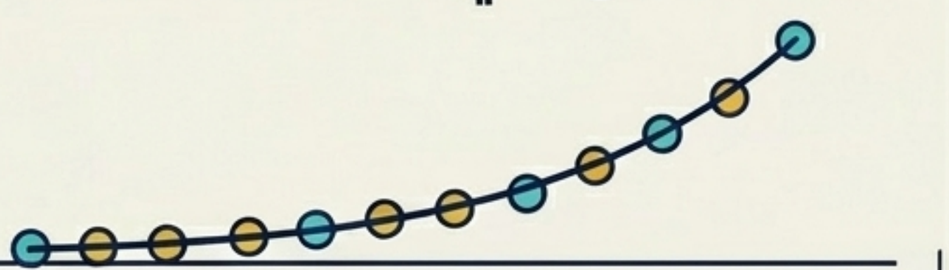
NotebookLM

مخطط الانتشار (Scatter Plot): لماذا نشترط الخطية؟

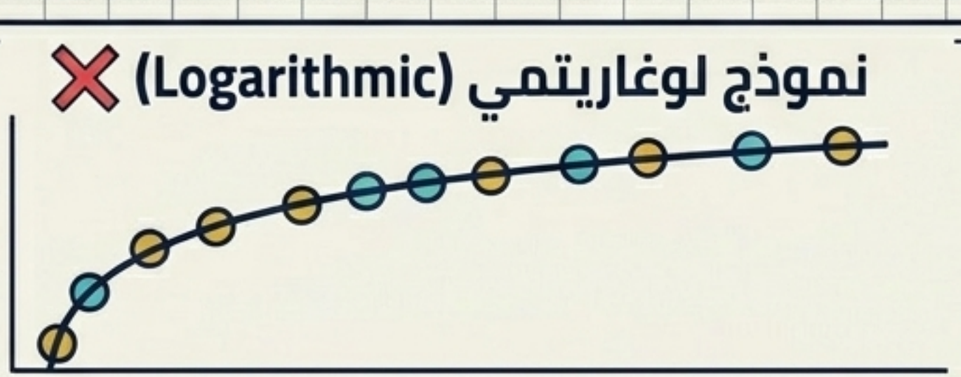
نموذج خطي (Linear) ✓



نموذج أسي (Exponential) ✗



نموذج لوغاريتمي (Logarithmic) ✗



نموذج تربيعي (Quadratic) ✗

قبل بدء الحساب، يجب رسم نقاط المتغير المستقل (X) والتابع (Y).
نطبق الانحدار الخطي فقط إذا اتخذت النقاط مساراً مستقيماً.

NotebookLM

التشريح الهندسي لمعادلة الانحدار

Y′: المتغير التابع
(المُتنبأ به - Predicted Value)

α / a: الثابت (Y-Intercept)
قيمة Y عندما تكون X = 0

$$Y' = \alpha + \beta X + \varepsilon$$

$$y' = a + bx$$

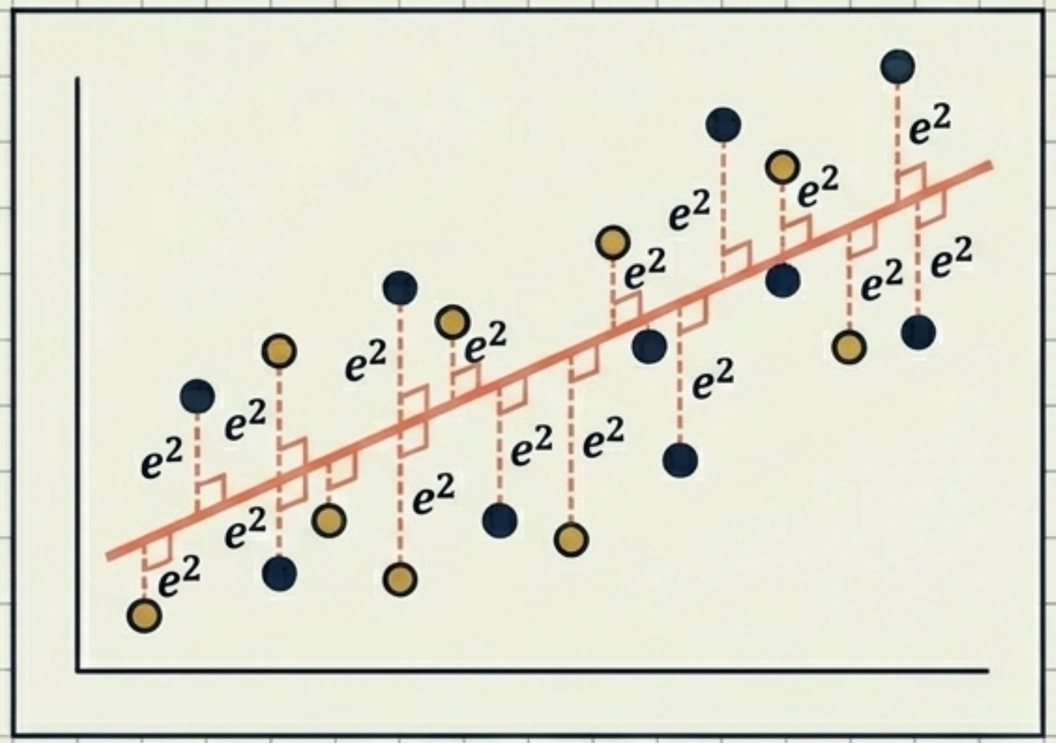
X: المتغير المستقل
(المُفسّر - Predictor)

β / b: معامل الانحدار / الميل)
مقدار التغير في Y عند تغير X بوحدة واحدة

ε / e: الأخطاء العشوائية (البواقي) -
الفروق بين القيم الحقيقية والمُقدرة

NotebookLM

محرك النموذج: طريقة المربعات الصغرى (OLS)



الهدف: رسم خط يجعل مجموع مربعات المسافات (الأخطاء) بين النقاط المنتشرة والخط مستقيماً أصغر ما يمكن.

معادلات العينة (Sample Formulas):

لحساب الميل (b):

$$b = \frac{\sum xy - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x^2 - n \cdot \bar{x}^2}$$

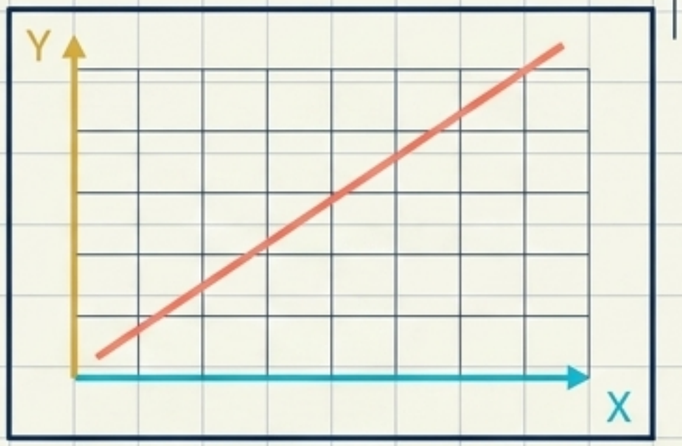
(أو باستخدام الانحرافات: $b = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$)

لحساب الثابت (a):

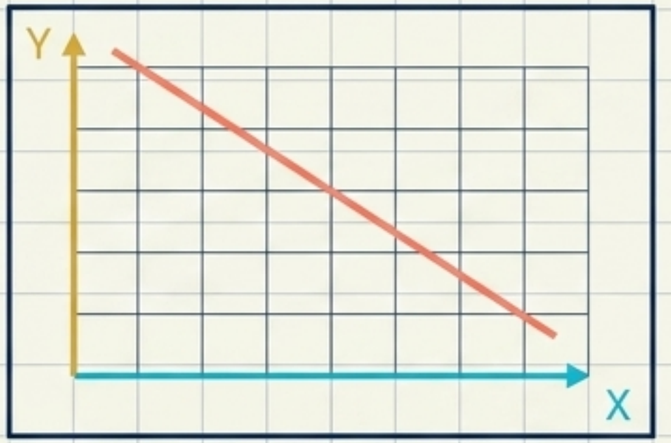
$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

NotebookLM

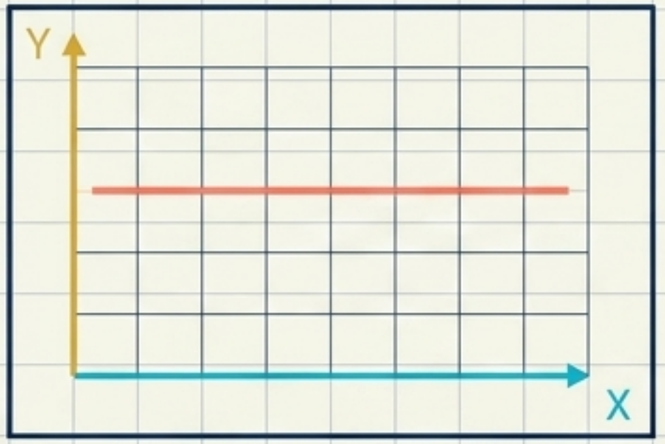
تفسير معامل الانحدار: قراءة الميل (b)



إشارة موجبة (+b): علاقة طردية. زيادة X تؤدي لزيادة Y.



إشارة سالبة (-b): علاقة عكسية. زيادة X تؤدي لنقصان Y.



معدوم (b=0): لا يوجد تأثير لـ X على Y.

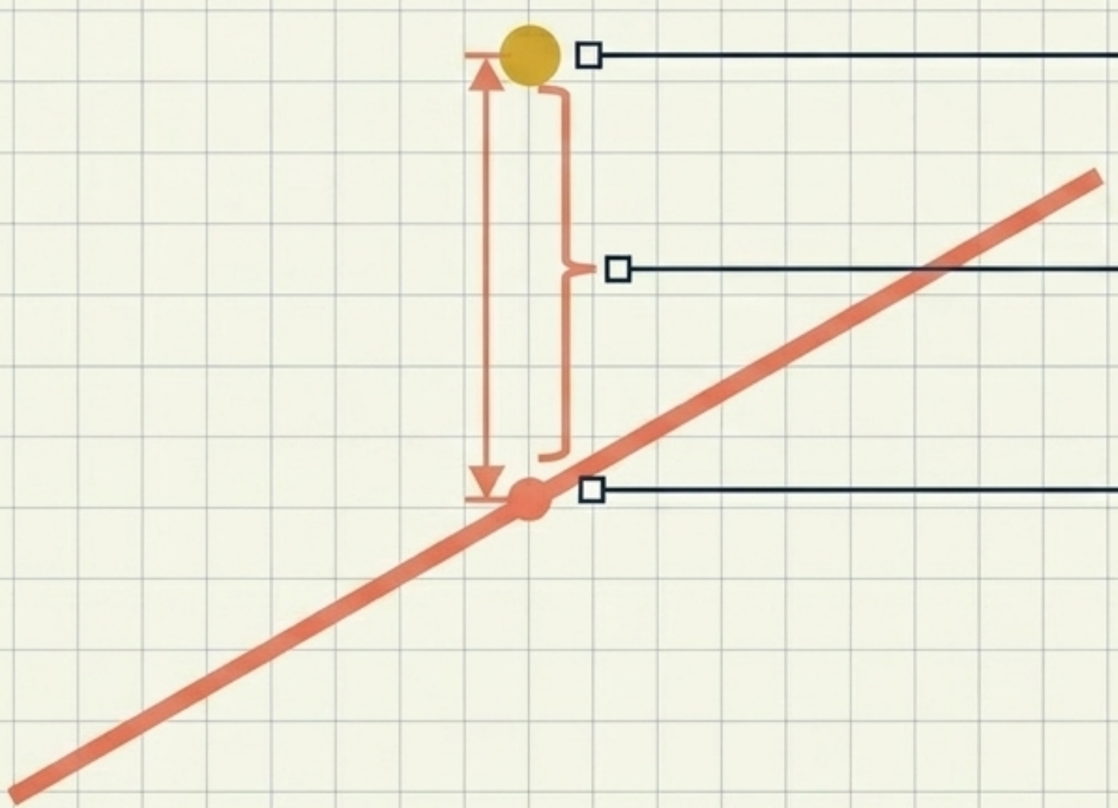
المثال التطبيقي: $Y' = 3.67 + 0.43\ X$

(X: ساعات المذاكرة، Y: التحصيل الدراسي)

التفسير: كلما زادت ساعات المذاكرة بوحدة واحدة، زاد التحصيل الدراسي بمقدار 0.43 درجة (التأثير طردي إيجابي).

NotebookLM

تشريح الأخطاء: فهم البواقي العشوائية (Residuals)



النقطة العلوية (Y): القيمة الحقيقية (المُشاهدة الفعلية).

النقطة على الخط (Y'): القيمة القيمة التقديرية (المُتنبأ بها).

المسافة العمودية (e): الباقي (الخطأ العشوائي).

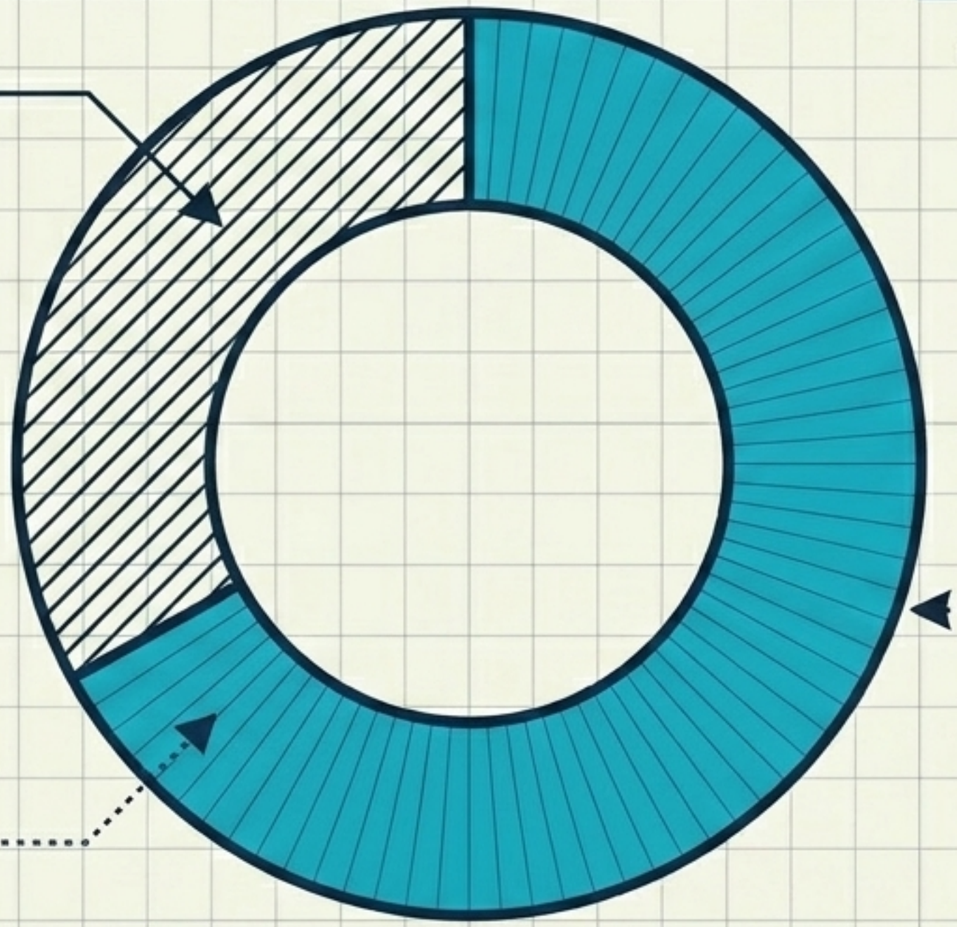
القاعدة الأولى: $e = Y - Y'$

القاعدة الثانية: مجموع البواقي يجب أن يساوي صفراً

NotebookLM

قوة التفسير: معامل التحديد (R^2)

هو النسبة المئوية للتغيرات في المتغير التابع (Y) التي نجح المتغير المستقل (X) في تفسيرها.
يتراوح بين 0 و 1.



33%: التباين غير المُفسَّر (يعود لمتغيرات أخرى لم تُدرس في النموذج).

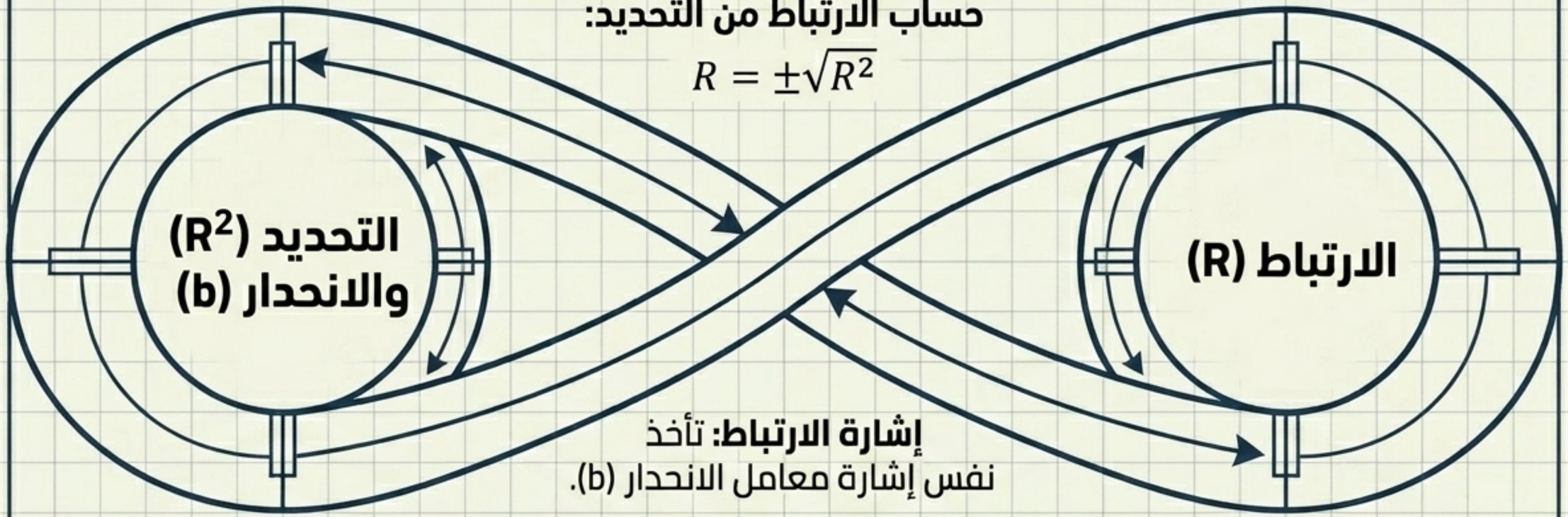
مثال تطبيقي:

$R^2 = 0.67$

67% التباين المُفسَّر (بسبب المتغير X).

NotebookLM

الجسر الرياضي: ربط الانحدار بالارتباط



حساب الارتباط من التحديد:

$$R = \pm\sqrt{R^2}$$

إشارة الارتباط: تأخذ نفس إشارة معامل الانحدار (b).

حساب الارتباط من معاملي الانحدار: $R = \sqrt{b_{yx} \times b_{xy}}$

مثال: $b_x \times b_{xy} = 0.90 = \sqrt{0.88 \times 0.92}$ ، (ارتباط قوي جداً وطردي)

NotebookLM

هوامش الخطأ المعياري في التقدير

الخطأ المعياري للتقدير (S_e)

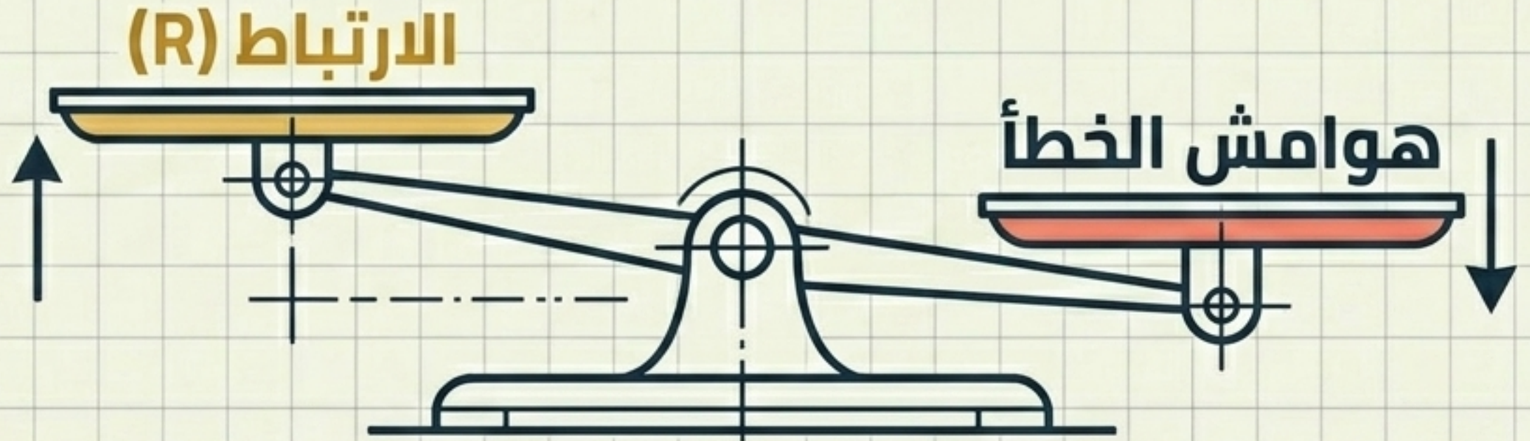
يقيس انحراف القيم الحقيقية عن خط المعادلة التقديرية.

علاقة عكسية: كلما زادت قوة الارتباط (R)، قل الخطأ المعياري للتنبؤ.

الخطأ المعياري لمعامل الانحدار (S_b)

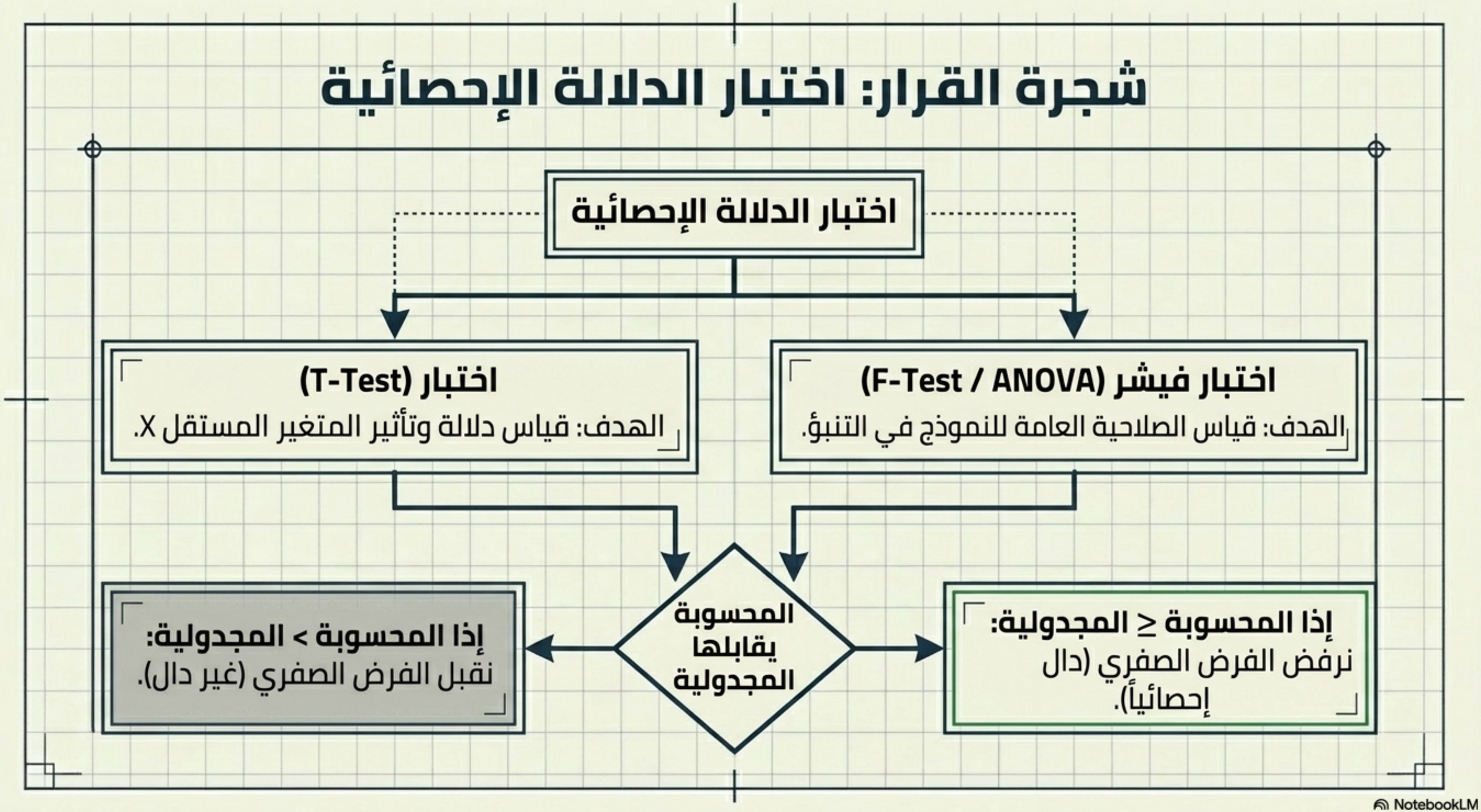
يقيس مدى انحراف معامل العينة (b) عن المعلمة الحقيقية للمجتمع (β).

يحسب بناءً على تباين المتغير X والخطأ والخطأ المعياري للتقدير.



NotebookLM

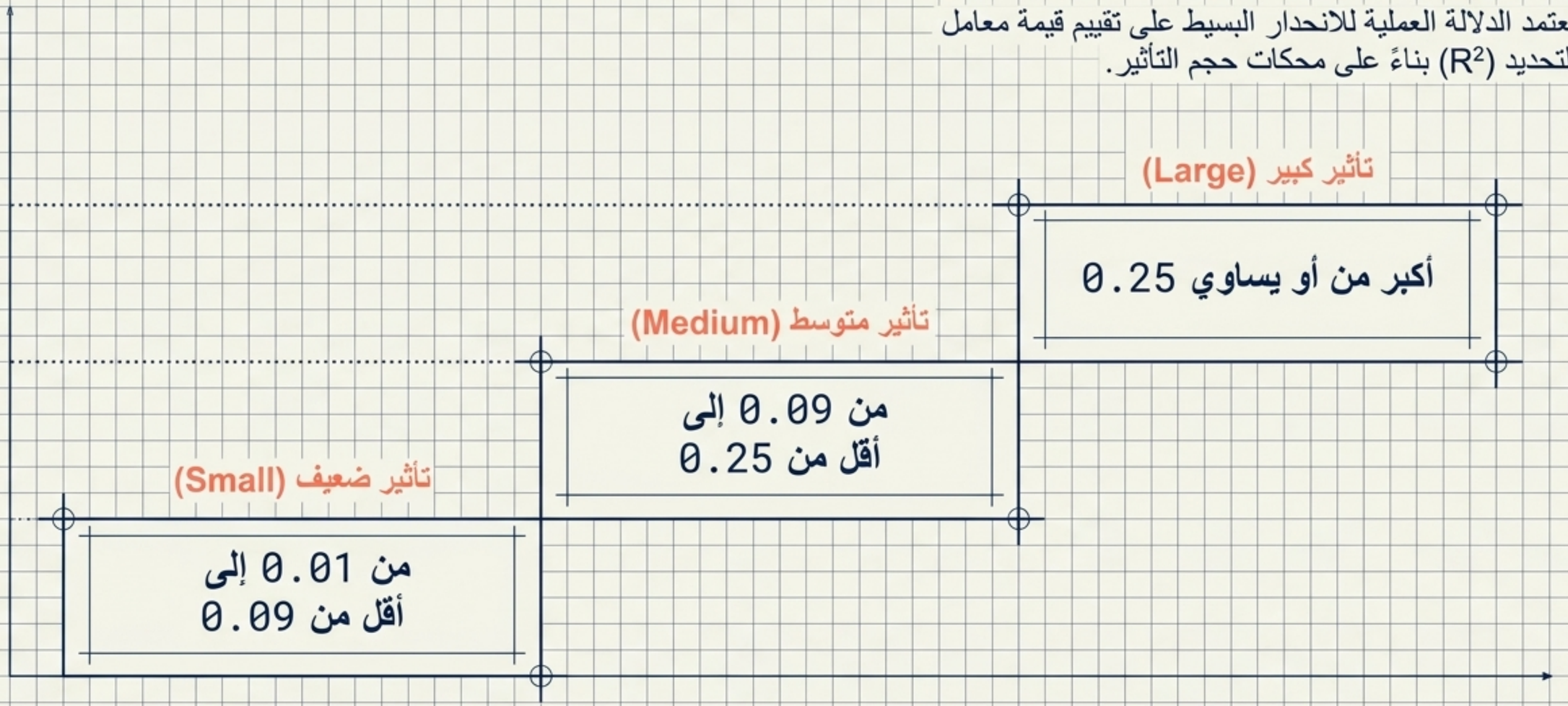
شجرة القرار: اختبار الدلالة الإحصائية



NotebookLM

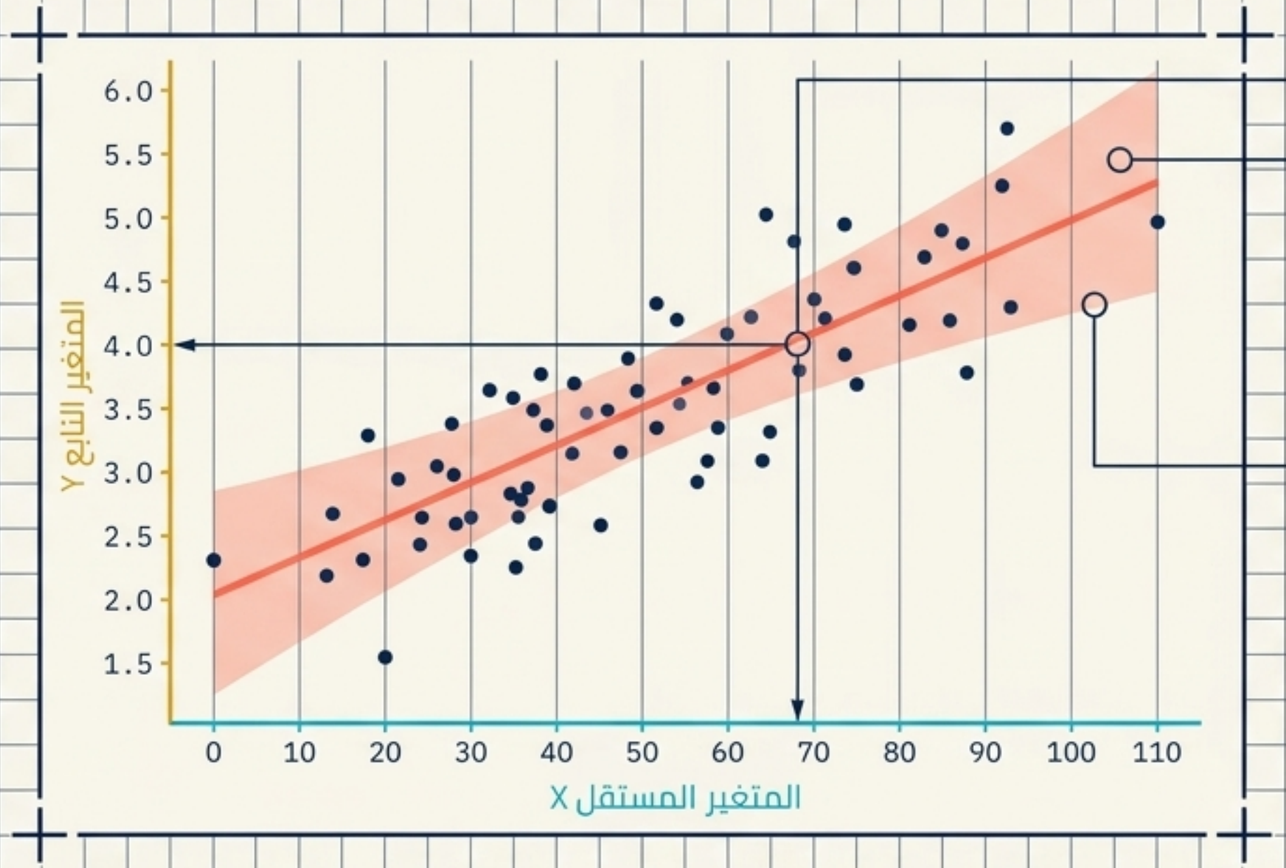
الدلالة العملية: قياس حجم التأثير

تعتمد الدلالة العملية للانحدار البسيط على تقييم قيمة معامل التحديد (R^2) بناءً على محكات حجم التأثير.



NotebookLM

الهدف النهائي: التنبؤ ومجال الثقة



القيمة المُتَنبأ بها: النقطة الدقيقة على خط الانحدار.

مجال التنبؤ (Prediction Interval): الحدود التي من المتوقع أن تقع فيها قيمة Y المستقبلية بثقة 95%.

الانحدار ليس مجرد رسم خط، بل هو صناعة أداة هندسية دقيقة تسمح للباحث باستشراف القيم المستقبلية مع تحديد هامش الخطأ بدقة.

NotebookLM