جامعة جيجل

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم علم الاجتماع

معامل الإرتباط كاندال Tau-B

إحصاء إستدلالي

إعداد الدكتورة:

سامية بوكحيل

السنة الجامعية 2023 - 2024

فهرس المحتويات

1. مقدمة في معاملات الارتباط اللامعلمية
2. تعريف معامل الإرتباط كاندال تاو
3. الرتب المنسجمة والرتب المتنافرة
4. أنواع معامل كاندال (تاو-أ، تاو-ب، تاو-ج)
5. معامل كاندال تاو-ب: التعريف والصيغة
6. شروط استخدام معامل كاندال تاو-ب
7. خطوات حساب معامل كاندال تاو-ب
8. مثال تطبيقي محلول
9. اختبار الدلالة الإحصائية
10. مقارنة بين معاملات الارتباط اللامعلمية
11. استخدام SPSS لحساب معامل كاندال تاو-ب

1. مقدمة في معاملات الارتباط اللامعلمية

تُعد معاملات الارتباط من أهم الأدوات الإحصائية المستخدمة في قياس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين. والاجتماعية، نجد غالبًا أن البيانات المتاحة هي بيانات ترتيبية (رتبية) وليست بيانات نسبية أو فاصلة، مما يستد لامعلمية (Non-parametric) لا تتطلب افتراضات قاسية حول التوزيع الطبيعي للبيانات. وتُعد هذه المعاملات أ البحوث الاجتماعية والنفسية والتربوية حيث تكون مستويات القياس غالبًا ترتيبية أو اسمية.

من أبرز معاملات الارتباط اللامعلمية نجد معامل سبيرمان (Spearman's Rho) ومعامل كاندال تاو (all's Tau معامل سبيرمان في الأبحاث العربية، إلا أن معامل كاندال يمتلك خصائص إحصائية تفوق معامل سبيرمان فر يكون حجم العينة صغيرًا أو عندما تحتوي البيانات على عدد كبير من الرتب المتساوية (Ties). كما أن معامل كان الحقيقي في المجتمع الإحصائي مقارنة بمعامل سبيرمان.

سنتناول في هذا الموضوع معامل الإرتباط كاندال تاو-ب (Kendall's Tau-b) بالتفصيل، بدءًا من تعريفه ومفاه الرياضية وشروط استخدامه، وصولًا إلى تطبيقاته العملية وطرق حسابه يدويًا وباستخدام برنامج SPSS.

أهمية معاملات الارتباط اللامعلمية

تكمن أهمية معاملات الارتباط اللامعلمية في أنها لا تتطلب افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات، مما يجعلها مناس الشائعة في العلوم الاجتماعية. كما أنها أقل تأثرًا بالقيم الشاذة (Outliers) مقارنة بمعامل بيرسون، وتوفر نتا الصغيرة. إن المرونة في استخدام هذه المعاملات تجعلها أداة لا غنى عنها للباحث في ميدان العلوم الإنسانية.

2. تعريف معامل الإرتباط كاندال تاو

معامل ارتباط كندال حسب الرتب (Kendall Rank Correlation Coefficient)، والمعروف أيضًا باسم معامل إحصائية غير معلمية لقياس مستوى الارتباط بين متغيرين إحصائيين، اعتمادًا على رتب القيم الملاحظة. سُمي البريطاني موريس كندال (Maurice Kendall) الذي نشر مقالًا حوله سنة 1938، رغم أن الأعمال الإحصائية الأولى على الرتب تعود إلى عام 1893 (أعمال فيشنر حول المتسلسلات الزمنية).

ينتمي معامل كندال إلى فصيلة معاملات الارتباط التي تعتمد على الرتب، على غرار معامل سبيرمان. ولكن يحاكي معامل بيرسون في طريقة حسابه، فإن معامل كندال يستخدم مفهوم الرتب المنسجمة (Concordant) وال لقياس حدة العلاقة الإحصائية بين المتغيرين المدروسين. وهذا الاختلاف الجوهري يجعل تفسير معامل كندا سبيرمان.

> **ملاحظة هامة:** يفضل العديد من المراجع الإحصائية الحديثة الإشارة إلى معامل كندال كمعامل قياس علاقة (Association)، (Correlation)، للتأكيد على خصوصيته اللامعلمية مقارنة بمعامل بيرسون.

الفلسفة الأساسية لمعامل كندال

يقوم معامل كندال على فكرة بسيطة وعميقة في آن واحد: يقارن بين كل زوج ممكن من الملاحظات ويتحقق المتغيرين. فإذا كان معظم الأزواج منسجمًا (أي أن ترتيب القيم في المتغير الأول يوافق ترتيبها في المتغير الثان وقريبًا من 1. وإذا كان معظمها متنافرًا (أي أن الترتيب معكوس)، فإن المعامل يكون سالبًا وقريبًا من -1. أما إذا مع المتنافرة، فإن المعامل يكون قريبًا من الصفر، مما يدل على غياب العلاقة. بعبارة أخرى، معامل كندال يمثل الأزواج منسجمة واحتمال أن تكون متنافرة.

3. الرتب المنسجمة والرتب المتنافرة

يُعد مفهوم الرتب المنسجمة والرتب المتنافرة حجر الأساس في فهم وحساب معامل كاندال. باعتبار عينة مكو متغيرين X و Y، نشير إلى القيم الملاحظة بـ (xi) و (yi).

3.1 الزوج المنسجم (Concordant Pair)

يُقال إن الزوج (i, j) منسجم إذا اتفق اتجاه الترتيب في كلا المتغيرين، أي في إحدى الحالتين التاليتين:

- إذا كانت xi أكبر من xj و yi أكبر من yj في الوقت نفسه
- أو إذا كانت xi أصغر من xj و yi أصغر من yj في الوقت نفسه

ورياضيًا، يكون الزوج منسجمًا إذا كان حاصل ضرب الفرقين موجبًا:

$$(xi - xj)(yi - yj) > 0$$

3.2 الزوج المتنافر (Discordant Pair)

يُقال إن الزوج (i, j) متنافر إذا اختلف اتجاه الترتيب بين المتغيرين، أي في إحدى الحالتين:

- إذا كانت xi أكبر من xj و yi أصغر من yj

- أو إذا كانت xi أصغر من xj و yi أكبر من yj

ورياضيًا، يكون الزوج متنافرًا إذا كان حاصل ضرب الفرقين سالبًا:

$$(xi - xj)(yi - yj) < 0$$

3.3 الزوج المتساوي (Tied Pair)

إذا تساوت قيم أحد المتغيرين أو كليهما في الزوج (i, j)، فإن هذا الزوج لا يُعد منسجمًا ولا متنافرًا، بل يُصنف كزو
هذه الأزواج المتساوية هي ما يميز بين الأنواع المختلفة لمعامل كاندال (تاو-أ، تاو-ب، تاو-ج)، حيث يأخذ معامل
أثناء الحساب لتقديم نتائج أكثر دقة.

> **ملاحظة:** يُشار إلى عدد الأزواج المنسجمة بـ C وعدد الأزواج المتنافرة بـ D. أما العدد الإجمالي للأزواج الممكنة في عينة حج

4. أنواع معامل كاندال (تاو-أ، تاو-ب، تاو-ج)

يوجد ثلاثة أنواع رئيسية من معامل كاندال، يختلف كل منها في طريقة معالجة الأزواج المتساوية (Ties). واختي
طبيعة البيانات وشكل الجدول المتقاطع.

4.1 معامل كاندال تاو-أ (Tau-a)

هو المعامل الأصلي الذي عرّفه كندال سنة 1938. لا يأخذ الأزواج المتساوية في الاعتبار، وصيغته هي:

$$\tau A = (nc - nd) / n0$$

حيث: nc = عدد الأزواج المنسجمة، nd = عدد الأزواج المتنافرة، n0 = n(n-1)/2. المشكلة في هذا المعامل أنه :
مجموع الأزواج المنسجمة والمتنافرة يكون أقل من العدد الكلي للأزواج، وبالتالي لا يمكن للمعامل أن يصل إلى القي

4.2 معامل كاندال تاو-ب (Tau-b)

هو النوع الأكثر استخدامًا، وقد وصفه كندال سنة 1945. يُعدّل صيغة تاو-أ لمعالجة الأزواج المتساوية في المقام، إلى القيم القصوى +1 و -1. ويُستخدم خاصة في حالات الجداول المتقاطعة المربعة (حيث عدد الصفوف يساوي ع

4.3 معامل كاندال تاو-ج (Tau-c)

يُستخدم عندما لا يكون الجدول المتقاطع مربعًا (أي عدد الصفوف لا يساوي عدد الأعمدة). يُعرف أيضًا بمعا Kendall Tau-c)، ويُعد مناسبًا للجداول المستطيلة.

> **الخلاصة:** عند وجود أزواج متساوية في البيانات (وهو الشائع في العلوم الاجتماعية)، يجب استخدام تاو-ب للجداول المربعة لا يُنصح باستخدام تاو-أ إلا في حالات نادرة حيث لا توجد أية أزواج متساوية.

5. معامل كاندال تاو-ب: التعريف والصيغة

معامل كاندال تاو-ب هو إحصائية لامعلمية تقيس مستوى العلاقة بين متغيرين ترتيبيين، مع تعديل النتائج لم قيمته بين -1 (علاقة سالبة تامة) و +1 (علاقة موجبة تامة)، ويساوي الصفر عند غياب العلاقة.

الصيغة الرياضية لمعامل تاو-ب

$$\tau B = (nc - nd) / \sqrt{[(n0 - n1)(n0 - n2)]}$$

حيث:

- **nc** = عدد الأزواج المنسجمة (Concordant pairs)
- **nd** = عدد الأزواج المتنافرة (Discordant pairs)
- **n0** = n(n-1)/2 (العدد الكلي للأزواج الممكنة)
- **n1** = Σ ti(ti-1)/2 (حيث ti عدد القيم المتساوية في المجموعة i للمتغير X)
- **n2** = Σ uj(uj-1)/2 (حيث uj عدد القيم المتساوية في المجموعة j للمتغير Y)

تفسير القيم

قيمة τB	الدلالة	التفس
τB = +1	ارتباط موجب تام	جميع الأزواج
0 < τB < +1	ارتباط موجب	المنسجمة تفوق
τB = 0	غياب الارتباط	المنسجمة تساو
-1 < τB < 0	ارتباط سالب	المتنافرة تفوق
τB = -1	ارتباط سالب تام	جميع الأزواج

6. شروط استخدام معامل كاندال تاو-ب

لاستخدام معامل كاندال تاو-ب بشكل صحيح والحصول على نتائج موثوقة، يجب توفر مجموعة من الشروط الأسا

6.1 شروط البيانات

- **مستوى القياس:** يجب أن تكون البيانات على الأقل ترتيبية (Ordinal). يمكن أيضًا استخدامه مع البيانات ا
- **الأزواج المتساوية:** يُعد معامل تاو-ب مناسبًا بشكل خاص عندما تحتوي البيانات على رتب متساوية (Ties
- **شكل الجدول:** يُفضل استخدامه عندما يكون الجدول المتقاطع مربعًا. إذا اختلف عدد الصفوف عن الأعمدة،

6.2 شروط العينة

- **حجم العينة:** يمكن استخدامه مع العينات الصغيرة والكبيرة، لكنه يُفضل مع العينات الصغيرة ($n < 30$).
- **الاستقلالية:** يجب أن تكون الملاحظات مستقلة عن بعضها البعض.
- **عدم اشتراط التوزيع:** لا يتطلب أن تتبع البيانات توزيعًا طبيعيًا.

6.3 متى نختار تاو-ب بدلًا من معاملات أخرى؟

يُفضل استخدام معامل كاندال تاو-ب على معامل سبيرمان عندما يكون حجم العينة صغيرًا، وعند وجود عدد كبي
الرغبة في الحصول على تقدير أفضل للارتباط الحقيقي في المجتمع. كما أن معامل كندال يتميز بكونه أقل حساسي
سبيرمان، وبأن تباينه أقل مما يجعل تقديراته أكثر استقرارًا.

7. خطوات حساب معامل كاندال تاو-ب

الخطوة 1: ترتيب البيانات

يُرتب الأفراد حسب قيم المتغير X ترتيبًا تصاعديًا. ثم نكتب بجانب كل فرد رتبته في المتغير Y المقابل.

الخطوة 2: حساب عدد الأزواج المنسجمة (nc)

نقارن كل زوج من الملاحظات مع جميع الأزواج التي تليه. يكون الزوج منسجمًا إذا كانت رتبة Y للفرد اللاحق أكبر م
X مرتب تصاعديًا).

الخطوة 3: حساب عدد الأزواج المتنافرة (nd)

بنفس الطريقة، نعد الأزواج المتنافرة حيث تكون رتبة Y للفرد اللاحق أصغر من رتبة Y للفرد الحالي.

الخطوة 4: حساب عدد الأزواج المتساوية

نحدد عدد الرتب المتساوية في كل متغير ونحسب n1 و n2:

$$n1 = \Sigma\, ti(ti-1)/2 \quad \text{و} \quad n2 = \Sigma\, uj(uj-1)/2$$

الخطوة 5: حساب المعامل

$$\tau B = (nc - nd) / \sqrt{[(n0 - n1)(n0 - n2)]}$$

حيث $n0 = n(n-1)/2$

8. مثال تطبيقي محلول

لنفترض أن باحثًا يدرس العلاقة بين التحصيل الدراسي (X) والمستوى الاجتماعي الاقتصادي (Y) لعينة من 8 أفراد:

الفرد	التحصيل (X)	المستوى (Y)	رتبة X
1	85	مرتفع	6
2	70	متوسط	3
3	90	مرتفع	7.5
4	60	منخفض	1
5	75	منخفض	4
6	90	متوسط	7.5
7	65	متوسط	2
8	80	مرتفع	5

الحل

الخطوة 1: ترتيب البيانات حسب رتب X تصاعديًا

بعد الترتيب تصاعديًا حسب رتب X، نحصل على تسلسل رتب Y: 1.5، 3.5، 3.5، 1.5، 3.5، 7.5، 7.5، 7.5

الخطوة 2-3: حساب الأزواج المنسجمة والمتنافرة

نقارن كل رتبة Y مع جميع الرتب التي تليها. إذا كانت رتبة Y اللاحقة أكبر يكون الزوج منسجمًا، وإذا كانت أصغر يكو

الخطوة 3: حساب القيم

$$n0 = 8\times7/2 = 28 \quad ، \quad nd = 1 \quad ، \quad nc = 19$$

المتساويات في X: رتبتان متساويتان (7.5, 7.5) ← n1 = 2(1)/2 = 1

المتساويات في Y: ثلاث مجموعات (1.5, 1.5) و (3.5, 3.5, 3.5) و (7.5, 7.5, 7.5)

$$n2 = 2(1)/2 + 3(2)/2 + 3(2)/2 = 1 + 3 + 3 = 7$$

الخطوة 4: تطبيق الصيغة

$$(19 - 1) / \sqrt{[(28 - 1)(28 - 7)]} = 18 / \sqrt{567} = 18 / 23.81 \approx 0.756$$

قيمة معامل كاندال تاو-ب تساوي 0.756 تقريبًا، مما يدل على ارتباط موجب قوي بين التحصيل الدراسي والمست

9. اختبار الدلالة الإحصائية

بعد حساب معامل كاندال تاو-ب، يجب التحقق من دلالته الإحصائية لمعرفة ما إذا كانت العلاقة حقيقية أم ناتجة

9.1 صياغة الفرضيات

- **الفرضية العدمية (H0):** لا توجد علاقة إحصائية بين المتغيرين ($\tau B = 0$)
- **الفرضية البديلة (H1):** توجد علاقة إحصائية بين المتغيرين ($\tau B \neq 0$)

9.2 اختبار الدلالة

في ظل فرضية العدم، يتبع توزيع معامل كندال توزيعًا قريبًا من التوزيع الطبيعي عندما يكون حجم العينة كبيرًا (10 وتباين يساوي:

$$Var(\tau) = 2(2n + 5) / 9n(n - 1)$$

وبالتالي يمكن حساب القيمة Z:

$$Z = \tau B / \sqrt{[2(2n + 5) / 9n(n - 1)]}$$

إذا كانت القيمة المطلقة لـ Z أكبر من القيمة الحرجة (1.96 عند مستوى دلالة 0.05)، نرفض الفرضية العدمية ونست

9.3 تطبيق على المثال السابق

$$\text{التباين} = 2(5+16) / 7\times8\times9 = 42/504 = 0.0833$$

$$Z = 0.756 / \sqrt{0.0833} = 0.756 / 0.289 = 2.62$$

بما أن $|Z| = 2.62$ أكبر من 1.96، فإننا نرفض الفرضية العدمية ونستنتج أن الارتباط دال إحصائيًا عند مستوى دلا

ملاحظة: بالنسبة للعينات الصغيرة جدًا ($n < 10$)، يفضل استخدام الجداول الخاصة بالتوزيع الدقيق لمعامل كندال بدلًا من

10. مقارنة بين معاملات الارتباط اللامعلمية

المعيار	كندال تاو-ب	سبيرمان Rho	كندال تاو-أ
مستوى القياس	ترتيبي فأعلى	ترتيبي فأعلى	ترتيبي فأعلى
معالجة التساويات	نعم (في المقام)	نعم (في الرتب)	لا
شكل الجدول	مربع	أي شكل	بدون تساوٍ
مدى القيم	[-1, +1]	[-1, +1]	[-1, +1]
حساسية للقيم الشاذة	منخفضة	متوسطة	منخفضة
ملاءمة للعينات الصغيرة	عالية	متوسطة	عالية
التفسير الاحتمالي	مباشر	غير مباشر	مباشر

10.1 مميزات معامل كاندال تاو-ب

- يعطي تقديرًا أفضل للارتباط الحقيقي في المجتمع مقارنة بمعامل سبيرمان
- أقل حساسية للقيم الشاذة (Outliers)
- يمتلك تفسيرًا احتماليًا مباشرًا وواضحًا
- أكثر دقة مع العينات الصغيرة
- يعالج الأزواج المتساوية بشكل أفضل من تاو-أ

10.2 عيوب معامل كاندال تاو-ب

- حسابه أكثر تعقيدًا من معامل سبيرمان
- قيمته عادة أقل من قيمة سبيرمان لنفس البيانات
- أقل شيوعًا في الأدبيات العربية
- يتطلب جدولًا مربعًا للحصول على أفضل النتائج

11. استخدام SPSS لحساب معامل كاندال تاو-ب

11.1 خطوات الحساب في SPSS

- **الخطوة 1:** إدخال البيانات في محرر البيانات مع تعريف المتغيرات
- **الخطوة 2:** اختيار: Analyze ← Descriptive Statistics ← Crosstabs
- **الخطوة 3:** نقل المتغير الأول إلى Row(s) والثاني إلى Column(s)
- **الخطوة 4:** النقر على Statistics وتحديد Kendall's tau-b
- **الخطوة 5:** النقر على Continue ثم OK

11.2 طريقة بديلة عبر Correlate

- **الخطوة 1:** اختيار: Analyze ← Correlate ← Bivariate
- **الخطوة 2:** نقل المتغيرين إلى Variables
- **الخطوة 3:** إلغاء Pearson وتحديد Kendall's tau-b
- **الخطوة 4:** اختيار Two-tailed أو One-tailed حسب الفرضية
- **الخطوة 5:** النقر على OK

11.3 تفسير مخرجات SPSS

يعرض SPSS النتائج في جدول يضم ثلاثة صفوف: قيمة معامل تاو-ب، مستوى الدلالة Sig. (2-tailed)، وحجم الع
أقل من 0.05 تكون العلاقة دالة إحصائيًا.

> **تنبيه مهم:** بعض الحزم الإحصائية مثل SPSS تستخدم صيغًا بديلة لكفاءة الحساب، حيث قد يكون عدد الأزواج المنسجمة بالطريقة اليدوية. لكن القيمة النهائية لمعامل تاو-ب تبقى نفسها.