جامعة جيجل

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم علم الاجتماع

الإحصاء الوصفي والاستدلالي

معامل ارتباط الرتب سبيرمان

Spearman's Rank Correlation Coefficient

إعداد الدكتورة:

سامية بوكحيل

السنة الجامعية 2025 - 2026

مقدمة في معامل ارتباط سبيرمان

الفيديو المرجعي: youtu.be/g33F3wl7Wv4

يُعدّ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان (Spearman's Rank Correlation Coefficient) من أهم المقاييس الإحصائية غير المعلمية المستخدمة لقياس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين. سُمّي هذا المعامل على اسم العالم النفساني البريطاني تشارلز سبيرمان، ويُشار إليه بالحرف الإغريقي "ρ (rho)" أو بالرمز r_s. ويتميز هذا المعامل عن معامل ارتباط بيرسون بأنه لا يتطلب افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات، مما يجعله أكثر مرونة وقابلية للتطبيق في مختلف مجالات البحث العلمي، خاصةً في العلوم الإنسانية والاجتماعية حيث غالباً ما تكون البيانات من النوع الرتبي أو لا تتوزع طبيعياً.

يقوم معامل سبيرمان على فكرة بسيطة لكنها فعالة: بدلاً من استخدام القيم الأصلية للبيانات، يتم تحويلها إلى رتب (ترتيبات) ثم حساب الارتباط بين هذه الرتب. هذه الخاصية تجعله أقل تأثراً بالقيم المتطرفة وأكثر ملاءمة للبيانات التي لا تفي بشروط الاختبارات المعلمية. وعلى هذا الأساس، يُستخدم معامل سبيرمان على نطاق واسع في البحوث السوسيولوجية والنفسية والتربوية عندما يكون الباحث بصدد دراسة العلاقة بين ظاهرتين أو متغيرين يمكن ترتيب قيمهما.

لماذا سبيرمان بدلاً من بيرسون؟

يحتاج معامل بيرسون إلى ثلاثة شروط: (1) بيانات بمستوى الفاصل الزمني أو النسبي، (2) علاقة خطية بين المتغيرين، (3) توزيع طبيعي ثنائي المتغير. إذا لم تتوفر هذه الشروط، يكون معامل سبيرمان هو البديل الأنسب. كما أن معامل سبيرمان يقيس العلاقات الرتيبة (التي تتزايد أو تتناقص باستمرار وليس بالضرورة بمعدل ثابت)، بينما يقيس بيرسون العلاقات الخطية فقط.

الدالة الرتيبة والعلاقة الارتباطية

لفهم معامل ارتباط سبيرمان بشكل عميق، من الضروري فهم مفهوم الدالة الرتيبة (Monotonic Function). الدالة الرتيبة هي دالة إما لا تنقص أبداً أو لا تزيد أبداً مع زيادة المتغير المستقل. وتشمل ثلاثة أنواع رئيسية:

- **زيادة رتيبة (Monotonically Increasing):** عندما يزداد المتغير X ولا ينخفض المتغير Y أبداً، أي أن أي زيادة في X تقابلها زيادة أو ثبات في Y.
- **تناقص رتيب (Monotonically Decreasing):** عندما يزداد المتغير X ولكن المتغير Y لا يزيد أبداً، أي أن أي زيادة في X يقابلها نقصان أو ثبات في Y.
- **غير رتيب (Non-Monotonic):** عندما يزداد المتغير X أحياناً يزيد Y وأحياناً ينقص، مما يدل على عدم وجود نمط واضح في العلاقة.

العلاقة الرتيبة أقل تقييداً من العلاقة الخطية المستخدمة في معامل بيرسون. هذا يعني أن كل علاقة خطية هي بالضرورة رتيبة، لكن ليس كل علاقة رتيبة تكون خطية. وعلى الرغم من أن الرتابة ليست شرطاً حتمياً لمعامل سبيرمان، إلا أنه من غير المفيد تطبيقه إذا كانت العلاقة بين المتغيرين غير رتيبة أصلاً، لأن القيمة الناتجة لن تعكس بشكل صحيح طبيعة العلاقة.

صيغة معامل سبيرمان وطريقة الحساب

الصيغة الأساسية

يُحسب معامل ارتباط سبيرمان وفق الصيغة التالية:

$$r_s = 1 - (6 \times \sum d_i^2) / (n(n^2 - 1))$$

حيث:

- **n:** عدد أزواج البيانات (حجم العينة)
- **d_i:** الفرق بين رتبتي المتغيرين للفرد i، أي $d_i = rg(x_i) - rg(y_i)$
- **$\sum d_i^2$:** مجموع مربعات فروق الرتب

العلاقة بمعامل بيرسون

في الحقيقة، معامل سبيرمان هو معامل بيرسون المحسوب على الرتب بدلاً من القيم الأصلية. أي أنه يساوي: $r_s = \rho(rg_X, rg_Y)$ حيث rg تمثل الرتب. وبهذا الفهم، يمكن القول إن سبيرمان يقيس ارتباط بيرسون بين الرتب، وهو ما يفسر سبب متانته في مواجهة القيم المتطرفة.

قيم المعامل وتفسيرها

يأخذ معامل سبيرمان قيماً تتراوح بين -1 و +1:

-1	-0.5	0	+0.5	+1

قيمة r_s	تفسير الارتباط	الدلالة
$r_s = +1$	ارتباط رتبي موجب تام	عندما تزداد رتب X تزداد رتب Y بنفس الترتيب تماماً
$r_s < 1 > 0.7$	ارتباط موجب قوي	علاقة رتيبة تزايدية واضحة بين المتغيرين
$r_s < 0.7 > 0.3$	ارتباط موجب متوسط	وجود علاقة تزايدية ولكن ليست تامة
$r_s < 0.3 > 0$	ارتباط موجب ضعيف	علاقة ضعيفة جداً بين المتغيرين
$r_s = 0$	انعدام الارتباط	لا توجد علاقة رتيبة بين المتغيرين
$r_s < 0 > -1$	ارتباط سلبي	علاقة رتيبة تناقصية (عكسية)
$r_s = -1$	ارتباط رتبي سالب تام	عندما تزداد رتب X تنقص رتب Y بنفس الترتيب تماماً

خطوات حساب معامل سبيرمان

يتطلب حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان اتباع خطوات منهجية دقيقة لضمان صحة النتائج. وفيما يلي الشرح التفصيلي لكل خطوة مع مثال تطبيقي:

المثال التطبيقي

نفرض أن لدينا درجات 9 طلاب في مادتي التاريخ والجغرافيا، ونريد حساب معامل ارتباط سبيرمان بين الدرجات في المادتين:

1. **تنظيم البيانات الأصلية:** نُنشئ جدولاً يحتوي على القيم الأصلية للمتغيرين X و Y، حيث يمثل X درجات التاريخ ويمثل Y درجات الجغرافيا.

2. **ترتيب البيانات (الرتب):** نُعيّن رتبة لكل قيمة في كل متغير على حدة. نُعطي الرتبة 1 لأكبر قيمة، والرتبة 2 لثاني أكبر قيمة، وهكذا. في حالة تساوي قيمتين أو أكثر، نُعيّن لهما رتبة متوسطة (Average Rank).

3. **حساب فروق الرتب (d):** نحسب الفرق بين رتبة كل فرد في المتغير X ورتبته في المتغير Y: $d_i = rg(x_i) - rg(y_i)$. يمكن أن تكون قيمة d موجبة أو سالبة.

4. **تربيع فروق الرتب:** نحسب مربع كل فرق: d_i^2. هذا يضمن أن جميع القيم موجبة وأن الفروق الكبيرة تحصل على وزن أكبر.

5 **جمع مربعات الفروق:** نجمع جميع قيم d_i^2 لنحصل على $\sum d_i^2$.

6 **تطبيق الصيغة:** نُعوّض بقيم $\sum d_i^2$ و n في صيغة سبيرمان.

الحل التفصيلي للمثال

الطالب	التاريخ X	رتبة X	الجغرافيا Y	رتبة Y	d_i	d_i^2
1	35	3	30	5	2-	4
2	23	5	33	3	2	4
3	47	1	45	2	1-	1
4	17	6	23	6	0	0
5	10	7	8	8	1-	1
6	43	2	49	1	1	1
7	9	8	12	7	1	1
8	6	9	4	9	0	0
9	28	4	31	4	0	0

المجموع: $\sum d_i^2 = 4 + 4 + 1 + 0 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0 = \mathbf{12}$

التعويض في الصيغة:

$$r_s = 1 - (6 \times 12) / (9 \times (81 - 1))$$
$$= 1 - 72 / 720$$
$$= 1 - 0.1$$
$$= \mathbf{0.9}$$

النتيجة

معامل ارتباط سبيرمان = 0.9، وهو يشير إلى ارتباط رتبي موجب قوي جداً بين درجات التاريخ والجغرافيا.这意味着 الطلاب الذين يحصلون على درجات مرتفعة في التاريخ يميلون أيضاً للحصول على درجات مرتفعة في الجغرافيا.

حالة تساوي الرتب (Tied Ranks)

في كثير من الحالات العملية، وخاصة في البيانات الرتبية والفئوية، توجد قيم متساوية تحصل على نفس الرتبة. وفي هذه الحالة، يجب استخدام طريقة الرتب المتوسطة (Average Ranks) وتصحيح صيغة سبيرمان.

طريقة الرتب المتوسطة

عندما تتساوى قيمتان أو أكثر، نُعيّن لكل منهما رتبة متوسطة. على سبيل المثال، إذا كانت لملاحظتين نفس القيمة وهما تحتلان الرتبتين 5 و6، تُعطى لكل منهما الرتبة 5.5. وإذا تساوت ثلاث قيم في الرتب 3 و4 و5، تُعطى لكل منها الرتبة 4.

صيغة التصحيح

في حالة وجود حالات كثيرة لتساوي الرتب، يجب تقويم صيغة المقدر بإدماج معاملي تصحيح T_X و T_Y:

$$r_s = ((n^3 - n) - 6\sum d_i^2 - (T_X + T_Y)/2) / \sqrt{((n^3 - n)^2 - (T_X + T_Y)(n^3 - n) + T_X \times T_Y)}$$

حيث يُحسب معامل التصحيح لكل متغير وفق الصيغة:

$$T_X = \sum(t_g^3 - t_g)$$

حيث t_g هو عدد المرات التي تتكرر فيها كل رتبة معينة، ويتم الجمع على جميع الرتب المختلفة G.

مثال عملي على تساوي الرتب

نعتبر الملاحظات التالية لمتغير X في عينة من 12 فرداً:

الفرد	القيمة	الرتبة الخام	الرتبة المتوسطة
1	0	1	1.5
2	0	2	1.5
3	1	3	3
4	2	4	5
5	2	5	5
6	2	6	5
7	5	7	7
8	6	8	8
9	7	9	9
10	8	10	10.5
11	8	11	10.5
12	12	12	12

في هذا المثال: الرتبة 1.5 تتكرر مرتين (t=2)، الرتبة 5 تتكرر 3 مرات (t=3)، الرتبة 10.5 تتكرر مرتين (t=2). وبالتالي:

$$T_X = (2^3 - 2) + (3^3 - 3) + (2^3 - 2) = 6 + 24 + 6 = 36$$

الاستدلال الإحصائي واختبار الدلالة

بعد حساب معامل ارتباط سبيرمان، من الضروري اختبار ما إذا كانت قيمة المعامل ذات دلالة إحصائية أم أنها يمكن أن تكون ناتجة عن الصدفة. ويعتمد اختيار الإحصاءة المستخدمة على حجم العينة:

حالة العينات الصغرى (n بين 20 و30)

تُستخدم الإحصائية t الموزعة حسب توزيع ستيودنت بدرجات حرية (n-2):

$$t = r_s / \sqrt{(1 - r_s^2) / (n - 2)}$$

حالة العينات الكبرى (n أكبر من 30)

تُستخدم الإحصائية U الموزعة طبيعياً:

$$U = r_s \times \sqrt{(n - 1)}$$

قواعد اتخاذ القرار

باستخدام القيم الاحتمالية (p-value) وباعتبار عتبة الدلالة (عادة 0.05):

- **إذا كانت p-value أقل من العتبة (0.05):** نرفض الفرضية العدمية ونتقبل الفرضية البديلة، وبالتالي يُعتبر الارتباط ذا مغزى إحصائي.
- **إذا كانت p-value أكبر من العتبة (0.05):** لا نرفض الفرضية العدمية، أي أن الارتباط ليس ذا دلالة إحصائية وقد يكون ناتجاً عن الصدفة.

تنبيه حول العلاقة غير الخطية

إذا كانت قيمتا معاملي سبيرمان وبيرسون متباعدتين بشكل كبير، فإن ذلك يعني وجود علاقة غير خطية بين المتغيرين المدروسين. في هذه الحالة، يجب إجراء تحويلات مناسبة على البيانات لضبط العلاقة المثلى بينهما قبل استعمالهما في النمذجة الإحصائية.

مزايا وشروط استخدام معامل سبيرمان

مزايا المعامل

- **لا يتطلب التوزيع الطبيعي:** على عكس معامل بيرسون، لا يفترض معامل سبيرمان أن البيانات تتوزع طبيعياً، مما يجعله مناسباً لمجموعة أوسع من البيانات.
- **ملاءمة للبيانات الرتبية:** يُعدّ الخيار الأمثل عندما يكون أحد المتغيرين أو كلاهما من النوع النوعي الترتيبي (مثل سلالم ليكرت والتقييمات).
- **مقاومة للقيم المتطرفة:** نظراً لاعتماده على الرتب بدلاً من القيم الفعلية، فإن القيم الشاذة لا تؤثر بشكل كبير على نتيجة المعامل.
- **يقيس العلاقات الرتيبة:** يمكنه اكتشاف العلاقات غير الخطية طالما أنها رتيبة، مثل العلاقات الأسية واللوغاريتمية.
- **سهولة الحساب:** صيغته بسيطة ويمكن حسابه يدوياً بسهولة للعينات الصغيرة.

شروط ومتى نستخدم المعامل

1. **نوع البيانات:** عندما تكون البيانات رتبية (ترتيبية) أو عندما لا تتبع التوزيع الطبيعي.
2. **الاشتباه في علاقة غير خطية:** خاصة إذا كانت العلاقة على شكل علاقة رتيبة كالدوال الأسية واللوغاريتمية.
3. **حجم العينة الصغير:** عندما يكون حجم العينة صغيراً بحيث يتعذر التحقق من شرط التوزيع الطبيعي.
4. **وجود قيم متطرفة:** عندما تحتوي البيانات على قيم شاذة تؤثر على متانة معامل بيرسون.
5. **البيانات السوسيولوجية:** في البحوث الاجتماعية حيث تُستخدم سلالم التقدير والاستبيانات الرتبية بشكل متكرر.

ملخص معامل ارتباط سبيرمان

- مقياس غير معلمي لارتباط الرتب بين متغيرين
- الصيغة: $r_s = 1 - (6\sum d^2) / (n(n^2-1))$
- يتراوح بين -1 (ارتباط سالب تام) و +1 (ارتباط موجب تام)
- لا يتطلب التوزيع الطبيعي ويُقاوم القيم المتطرفة
- بديل لمعامل بيرسون مع البيانات الرتبية وغير الخطية
- في حالة تساوي الرتب يُستخدم تصحيح T_X و T_Y
- اختبار الدلالة: إحصائية t للعينات الصغرى و U للعينات الكبرى

مقارنة معامل سبيرمان بمعامل بيرسون

المعيار	معامل سبيرمان (r_s)	معامل بيرسون (r)
نوع الاختبار	غير معلمي	معلمي
نوع البيانات المطلوب	رتبية أو عددية (لا تتطلب التوزيع الطبيعي)	فئوية أو نسبية (تتطلب التوزيع الطبيعي)
نوع العلاقة المقاسة	علاقة رتيبة	علاقة خطية
تأثير القيم المتطرفة	قليل التأثر	شديد التأثر
شرط التوزيع	لا يتطلب التوزيع الطبيعي	يتطلب التوزيع الطبيعي الثنائي
القيمة	تتراوح بين -1 و +1	تتراوح بين -1 و +1
المنهجية	يعتمد على الرتب	يعتمد على القيم الفعلية
حجم العينة	يمكن استخدامه مع العينات الصغيرة	يحتاج عينات أكبر للتحقق من الشروط

نصيحة عملية

إذا كانت قيمتا المعاملين متقاربتين، فهذا يشير إلى أن العلاقة خطية تقريباً. أما إذا كانتا متباعدتين، فهذا يعني وجود علاقة غير خطية رتيبة. وفي حالة تحقق التوزيع الطبيعي، يكون معامل بيرسون ذا قدرة إحصائية أكبر، لكن سبيرمان يبقى صالحاً كأداة تحقق إضافية (Triangulation).

تطبيقات معامل سبيرمان في علم الاجتماع

يحتل معامل ارتباط سبيرمان مكانة مهمة في البحوث السوسيولوجية، حيث إن العديد من المتغيرات الاجتماعية تكون بطبيعتها رتبية أو لا تتوزع طبيعياً. وفيما يلي أبرز المجالات التطبيقية:

- **دراسة العلاقة بين المستوى التعليمي والدخل:** يمكن تصنيف المستوى التعليمي ترتيبياً (ابتدائي، متوسط، ثانوي، جامعي) ودراسة ارتباطه بمستوى الدخل، وهو ما يُعدّ من المواضيع الكلاسيكية في علم الاجتماع الاقتصادي.
- **تحليل العلاقة بين التكيف الاجتماعي والصحة النفسية:** حيث تُقاس المتغيرات بسلاسل تقدير رتبية (مثل سلالم ليكرت) لقياس درجة التكيف ومستوى الصحة النفسية.
- **دراسة العلاقة بين رتبة التقدير الذاتي ورتبة التكيف المهني:** حيث يُصنف الأفراد ترتيبياً حسب مستوى رضاهم عن أنفسهم وعن عملهم.

- **مقارنة ترتيب الأولويات بين جماعات مختلفة:** مثل مقارنة ترتيب القيم الاجتماعية بين المجتمعات الحضرية والريفية.
- **دراسة العلاقة بين المشاركة الاجتماعية والانتماء المؤسسي:** حيث تُرتّب مستويات المشاركة والانتماء ترتيبياً.

ملاحظة منهجية مهمة

عند استخدام معامل سبيرمان مع بيانات سوسيولوجية رتبية، يجب أن تكون فقرات المقياس كبيرة العدد نسبياً. إذا كانت الفقرات قليلة (أقل من 5)، تكون مقاربة قياس الارتباط حسب المعاملات الكمية غير ذات جدوى، ويُستحسن اللجوء إلى اختبار كاي-تربيع لقياس مستوى الارتباط الإحصائي بين المتغيرين بدلاً من ذلك.

تم إعداد هذا الدليل بناءً على محتوى الفيديو التعليمي: https://youtu.be/g33F3wl7Wv4
مع الإثراء من مصادر إحصائية أكاديمية متخصصة.
جامعة جيجل - كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية - قسم علم الاجتماع