جامعة جيجل

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم علم الاجتماع

اختبار ت (T-Test) لعينتين مرتبطتين

Paired Samples T-Test

إعداد الدكتورة

سامية بوكحيل

السنة الجامعية 2024 - 2025

اختبار ت (T-Test) لعينتين مرتبطتين

Paired Samples T-Test

أولاً: تعريف اختبار ت للعينات المرتبطة

يُعدّ اختبار ت للعينات المرتبطة (Paired Samples T-Test) أحد الاختبارات الإحصائية البارامترية التي تُستخدم لمقارنة متوسطي مجموعتين من القياسات المرتبطة ببعضها البعض. وتكون الارتباطات بين القياسات ناتجة عن كونها مأخوذة من نفس الأفراد (قياسان لنفس العينة) أو من أزواج متطابقة من الأفراد (التوائم، أو الزوج والزوجة، أو المريض والشخص الضابط). ويُعرف هذا الاختبار أيضاً باسم اختبار ت للعينات المترابطة أو اختبار ت للقراءات المزدوجة أو اختبار ت المعتمد.

أحد أكثر التصاميم التجريبية شيوعاً التي يُستخدم فيها هذا الاختبار هو التصميم "قبل - بعد" (Pre-test / Post-test Design)، حيث يتم إجراء قياسين على نفس الموضوع: أحدهما قبل تطبيق العلاج أو البرنامج أو المنبه، والآخر بعده. فإذا لم يكن للعلاج أي تأثير، فإن متوسط الفرق بين القياسين يكون مساوياً للصفر وتُثبت الفرضية الصفرية. أما إذا كان للعلاج تأثير حقيقي، فإن متوسط الفرق لا يكون مساوياً للصفر ويُرفض فرضية العدم. ويُستخدم هذا الاختبار على نطاق واسع في مجالات التربية وعلم النفس والطب والعلوم الاجتماعية وغيرها من المجالات البحثية.

ثانياً: شروط استخدام اختبار ت للعينات المرتبطة

لكي يمكن استخدام اختبار ت للعينات المرتبطة بشكل صحيح والحصول على نتائج دقيقة وموثوقة، يجب تحقق مجموعة من الافتراضات الأساسية:

- **ارتباط القياسات (Paired Observations):** يجب أن تكون القياسات مرتبطة ببعضها، أي أن كل قياس في المجموعة الأولى يقابله قياس مرتبط في المجموعة الثانية. ويتحقق هذا الارتباط من خلال كون القياسين مأخوذين من نفس الأفراد (مثل: القياس قبل وبعد العلاج) أو من أزواج متطابقة.
- **التوزيع الطبيعي للفروق (Normality of Differences):** يُفترض أن تتوزع الفروق بين القياسات المتزاوجة توزيعاً طبيعياً. وهذا يعني أنه إذا حسبنا الفرق بين كل زوج من القياسات (d = X2 - X1)، فإن هذه الفروق يجب أن تتبع توزيعاً طبيعياً تقريباً. ويمكن التحقق من ذلك باستخدام اختبار شابيرو-ويلك (Shapiro-Wilk) أو اختبار كولموغوروف-سميرنوف (Kolmogorov-Smirnov) أو من خلال فحص الرسم البياني (Histogram أو Q-Q Plot) للفروق.
- **الاستقلالية بين الأزواج:** يجب أن تكون الأزواج مستقلة عن بعضها البعض، أي أن فرق الزوج الأول لا يؤثر على فرق الزوج الثاني. أما القياسان داخل الزوج الواحد فلا يشترط استقلاليتهما بل العكس هما مرتبطان.

- **المتغير التابع كمي:** يجب أن يكون المتغير التابع متغيراً كمياً مستمراً (مثل: الوزن، الدرجات، الوقت، مستوى القلق). ولا يُستخدم هذا الاختبار مع المتغيرات الفئوية أو التصنيفية.
- **حجم العينة:** يُفضل أن يكون حجم العينة كافياً (20 مشاهدة أو أكثر) لضمان دقة النتائج وموثوقيتها.

ثالثاً: الفرضيات الإحصائية للاختبار

يقوم اختبار ت للعينات المرتبطة على مقارنة متوسط الفروق بين القياسات المتزاوجة بالقيمة الصفرية. وتُصاغ الفرضيات على النحو التالي:

الفرضية الصفرية (H0): لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي القياسين (متوسط الفروق يساوي صفراً). أي أن العلاج أو التدخل لا يوجد له أي تأثير حقيقي.

$$H0: \mu d = 0$$

الفرضية البديلة (H1): يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي القياسين (متوسط الفروق لا يساوي صفراً). أي أن العلاج أو التدخل يوجد له تأثير حقيقي.

$$H1: \mu d \neq 0$$

حيث أن μd هو متوسط الفروق في المجتمع. ويتم اتخاذ القرار الإحصائي بمقارنة قيمة الاحتمالية (Sig. أو p-value) بمستوى الدلالة المُختار ($\alpha = 0.05$ أو 0.01). فإذا كانت قيمة الاحتمالية أقل من مستوى الدلالة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونستنتج وجود فرق حقيقي ذي دلالة إحصائية بين القياسين.

رابعاً: صيغ الحساب في اختبار ت للعينات المرتبطة

1. حساب الفروق الفردية

أولاً نحسب الفرق بين كل زوج من القياسات:

$$di = Xi2 - Xi1 \qquad (\text{حيث } i = 1, 2, 3, ..., n)$$

2. متوسط الفروق

$$\bar{d} = (\Sigma di) / n$$

حيث أن $\bar{d}$ هو متوسط الفروق، و Σdi هو مجموع جميع الفروق الفردية، و n هو عدد الأزواج (حجم العينة).

3. الانحراف المعياري للفروق

$$Sd = \sqrt{[\ \Sigma(di - \bar{d})^2 / (n - 1)\ ]}$$

4. خطأ المعياري لمتوسط الفروق

$$SE(\bar{d}) = Sd / \sqrt{n}$$

5. قيمة اختبار ت (t-value)

$$t = \bar{d} / SE(\bar{d}) = \bar{d} / (Sd / \sqrt{n}) = (\bar{d} * \sqrt{n}) / Sd$$

6. درجات الحرية

$$df = n - 1 \qquad \text{(عدد الأزواج ناقص واحد)}$$

حيث أن:

- di = الفرق بين القياسين لكل زوج (القياس الثاني - القياس الأول)
- $\bar{d}$ = متوسط الفروق بين جميع الأزواج
- Sd = الانحراف المعياري للفروق

- $SE(\bar{d})$ = خطأ المعياري لمتوسط الفروق
- n = عدد الأزواج (حجم العينة)
- df = درجات الحرية

خامساً: فترة الثقة لمتوسط الفروق

تُستخدم فترة الثقة (Confidence Interval) لتقدير النطاق الذي يُحتمل أن يقع ضمنه متوسط الفروق الحقيقي في المجتمع. وتُحسب فترة الثقة بنسبة 95% باستخدام الصيغة التالية:

$$CI = \bar{d} \pm t(\alpha/2, df) * SE(\bar{d})$$

حيث $t(\alpha/2, df)$ هي القيمة الحرجة من جدول توزيع ت عند مستوى دلالة $\alpha/2$ ودرجات حرية df. فعلى سبيل المثال، عند مستوى دلالة 0.05 ودرجات حرية 29، تكون القيمة الحرجة حوالي 2.045. وتعني فترة الثقة بنسبة 95% أننا واثقون بنسبة 95% بأن متوسط الفروق الحقيقي في المجتمع يقع بين الحد الأدنى والحد الأعلى للفترة.

سادساً: خطوات تطبيق اختبار ت للعينات المرتبطة في برنامج SPSS

يُوفر برنامج SPSS إمكانية تطبيق اختبار ت للعينات المرتبطة بسهولة من خلال واجهته الرسومية. وفيما يلي الخطوات التفصيلية:

1. **إدخال البيانات:** يتم إدخال البيانات في ملف SPSS بحيث يحتوي على عمودين (متغيرين): عمود للقياس الأول (مثل: الدرجة قبل العلاج) وعمود للقياس الثاني (مثل: الدرجة بعد العلاج). كل صف يمثل فرداً واحداً (زوجاً واحداً من القياسات).
2. **الانتقال إلى القائمة:** من شريط القوائم الرئيسي نختار: Analyze ثم Compare Means ثم Paired-Samples T Test.
3. **تحديد المتغيرات المرتبطة:** في نافذة الحوار Paired-Samples T Test، نقوم بنقل المتغيرين المرتبطين إلى مربع Paired Variables. يظهر المتغيران كزوج واحد في القائمة (Variable1 و Variable2).
4. **خيارات إضافية:** يمكن النقر على زر Options لتحديد فترة الثقة (Confidence Interval)، والتي تُحدد عادةً بنسبة 95%، وكذلك طريقة التعامل مع القيم المفقودة.
5. **تنفيذ الاختبار:** ننقر على زر OK لتشغيل الاختبار وعرض النتائج في نافذة المخرجات (Output Viewer).

سابعاً: تفسير نتائج اختبار ت للعينات المرتبطة في SPSS

يُظهر برنامج SPSS ثلاثة جداول رئيسية عند تنفيذ اختبار ت للعينات المرتبطة:

الجدول الأول: الإحصاءات الوصفية (Paired Samples Statistics)

الزوج	المتغير	المتوسط (Mean)	العدد (N)	الانحراف المعياري (Std. Dev)	خطأ المعياري (Std. Err)
الزوج 1	القياس الأول (قبل)	$\bar{X}1$	n	S1	SE1
	القياس الثاني (بعد)	$\bar{X}2$	n	S2	SE2

الجدول الثاني: الارتباط بين القياسات (Paired Samples Correlations)

الزوج	العدد (N)	معامل الارتباط (Correlation)	قيمة الدلالة (Sig.)
الزوج 1	n	r	p

يُظهر هذا الجدول معامل ارتباط بيرسون بين القياسين. وكلما كان معامل الارتباط مرتفعاً ودالاً إحصائياً، دلّ ذلك على وجود علاقة قوية بين القياسين، مما يعزز ملاءمة استخدام اختبار ت للعينات المرتبطة. وعلى العكس، إذا كان الارتباط ضعيفاً وغير دال، فقد يكون من الأنسب استخدام اختبار ت للعينات المستقلة.

الجدول الثالث: نتائج الاختبار (Paired Samples Test)

الزوج	متوسط الفرق (Mean)	الانحراف المعياري (Std. Dev)	خطأ المعياري (Std. Err)	فترة الثقة (CI) 95%	t	df	Sig. (2-tailed)
الزوج 1	$\bar{d}$	Sd	SE	[Lower, Upper]	t-value	n-1	p-value

يُعدّ هذا الجدول الأهم في نتائج الاختبار، ويحتوي على المعلومات التالية:

- **متوسط الفرق (Mean):** الفرق المتوسط بين القياسين (القياس الثاني - القياس الأول). إذا كان موجباً دلّ على تحسن، وإذا كان سالباً دلّ على تراجع.
- **فترة الثقة 95% (CI 95%):** النطاق الذي يُحتمل أن يقع فيه متوسط الفروق الحقيقي في المجتمع. إذا لم تحتوِ الفترة على القيمة صفر، فهذا دليل قوي على وجود فرق دال إحصائياً.

- **قيمة t:** قيمة الاختبار الإحصائية المحسوبة.
- **درجات الحرية (df):** تساوي n - 1.
- **قيمة الدلالة (Sig. 2-tailed):** إذا كانت أقل من 0.05، نرفض الفرضية الصفرية.

ثامناً: مثال تطبيقي

سؤال البحث: هل يوجد فرق ذو دلالة إحصائية في مستوى القلق لدى عينة من الطلاب قبل وبعد حضور برنامج تدريبي للتخلص من القلق؟

الفرضية الصفرية: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية في مستوى القلق قبل وبعد البرنامج ($H0: \mu d = 0$).

الفرضية البديلة: يوجد فرق ذو دلالة إحصائية في مستوى القلق قبل وبعد البرنامج ($H1: \mu d \neq 0$).

فرضنا أن لدينا عينة مكونة من 10 طلاب تم قياس مستوى القلق لديهم قبل وبعد البرنامج التدريبي، وجاءت النتائج كالتالي:

الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
قبل (X1)	45	38	52	41	55	48	36	50	43	47
بعد (X2)	40	35	44	38	48	42	33	45	39	41
الفرق (d)	-5	-3	-8	-3	-7	-6	-3	-5	-4	-6

خطوات الحساب:

1. متوسط الفروق:

$$\bar{d} = (-5 - 3 - 8 - 3 - 7 - 6 - 3 - 5 - 4 - 6) / 10 = -50 / 10 = -5.0$$

2. الانحراف المعياري للفروق:

$$Sd = \sqrt{[\ \Sigma(di - \bar{d})^2 / (n - 1)\ ]} = \sqrt{[\ (0+4+9+4+4+1+4+0+1+1) / 9\ ]} = \sqrt{[28/9]} = \sqrt{3.11} = 1.76$$

3. خطأ المعياري:

$$SE(\bar{d}) = Sd / \sqrt{n} = 1.76 / \sqrt{10} = 1.76 / 3.16 = 0.557$$

4. قيمة t:

$$t = \bar{d} / SE(\bar{d}) = -5.0 / 0.557 = -8.98$$

5. درجات الحرية:

$$df = n - 1 = 10 - 1 = 9$$

النتيجة: قيمة t المحسوبة (-8.98) عند درجات حرية (df = 9) تعني أن قيمة Sig. أقل بكثير من 0.05 (في الواقع Sig. < 0.001). لذلك نرفض الفرضية الصفرية ونستنتج أنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية في مستوى القلق قبل وبعد البرنامج التدريبي، لصالح القياس البعد (انخفاض مستوى القلق). متوسط الفرق هو (-5.0)، مما يعني أن البرنامج أدى إلى انخفاض مستوى القلق بمقدار 5 درجات في المتوسط.

تاسعاً: الفرق بين اختبار ت للعينات المرتبطة واختبار ت للعينات المستقلة

يُعدّ التمييز بين النوعين من اختبار ت من المفاهيم الأساسية في التحليل الإحصائي، إذ يعتمد اختيار النوع المناسب على تصميم البحث وطبيعة البيانات:

وجه المقارنة	العينات المرتبطة (Paired)	العينات المستقلة (Independent)
التعريف	مقارنة قياسين مرتبطين لنفس الأفراد أو أزواج	مقارنة قياسين لمجموعتين مستقلتين
العلاقة بين الأفراد	نفس الأفراد أو أزواج مترابطة	أفراد مختلفون تماماً
مثال	القلق قبل وبعد العلاج	القلق عند الطلاب والطالبات
درجات الحرية	n - 1 (عدد الأزواج - 1)	n1 + n2 - 2
شرط التوزيع الطبيعي	يجب أن تتوزع الفروق توزيعاً طبيعياً	يجب أن تتوزع البيانات توزيعاً طبيعياً في كل مجموعة

التصميم التجريبي	داخل المجموعات (Within-Subjects)	بين المجموعات (Between-Subjects)
المزايا	يتحكم في التباين الفردي	أبسط في التصميم
الخطوات في SPSS	Analyze > Compare Means > Paired Samples T Test-	Analyze > Compare Means > Independent Samples T Test-

عاشراً: البدائل غير البارامترية

في حال عدم تحقق شرط التوزيع الطبيعي للفروق بين القياسات، لا يمكن الاعتماد على نتائج اختبار ت للعينات المرتبطة، ويجب استخدام البدائل غير البارامترية. وأهم هذه البدائل:

- **اختبار ويلكوكسون للرتب الموقعة (Wilcoxon Signed-Rank Test):** هو البديل الأكثر استخداماً عندما لا تتوزع الفروق توزيعاً طبيعياً. يعتمد هذا الاختبار على ترتيب الفروق حسب قيمتها المطلقة ثم إعطاء إشارة لكل رتبة حسب اتجاه الفرق. ويعتبر من أقوى الاختبارات غير البارامترية وأكثرها شيوعاً كبديل لاختبار ت المرتبط.
- **اختبار علامة (Sign Test):** اختبار أبسط يعتمد فقط على اتجاه الفروق (موجبة أو سالبة) دون الأخذ في الاعتبار حجم الفرق. يُستخدم عندما تكون البيانات رتبية أو عندما يكون عدد الأزواج صغيراً جداً.

> **ملاحظة مهمة:** يُنصح دائماً بالتحقق من فرضية التوزيع الطبيعي للفروق (وليس للقياسات نفسها) قبل اتخاذ قرار باستخدام اختبار ت المرتبط أو بديله غير البارامتري. فمهم هو أن تتوزع الفروق بين القياسين توزيعاً طبيعياً، وليس أن تتوزع كل مجموعة من القياسات بشكل منفصل توزيعاً طبيعياً.

حادياً عشر: حجم الأثر (Effect Size)

إلى جانب الدلالة الإحصائية، يُعدّ حجم الأثر مؤشراً مهماً يُعطي فكرة عن الحجم العملي للفرق بين القياسين. لحساب حجم الأثر في اختبار ت للعينات المرتبطة، يُستخدم معامل كوهين (Cohen's d) للعينات المرتبطة:

$$d = \bar{d} / Sd$$

حيث $\bar{d}$ هو متوسط الفروق و Sd هو الانحراف المعياري للفروق. وتُفسر قيم معامل كوهين كالتالي:

قيمة d	حجم الأثر	التفسير

0.20	صغير (Small)	فرق ضئيل ذو أهمية عملية محدودة
0.50	متوسط (Medium)	فرق ملحوظ ذو أهمية عملية معتدلة
0.80	كبير (Large)	فرق كبير ذو أهمية عملية عالية

ثانياً عشر: نصائح عملية للباحثين

1. تحقق دائماً من التوزيع الطبيعي للفروق (وليس للقياسات نفسها) قبل تطبيق الاختبار.
2. تأكد من أن التصميم البحثي يتطلب فعلاً استخدام العينات المرتبطة (قياسات قبل-بعد أو أزواج).
3. أبلغ عن متوسط الفروق وقيمة t ودرجات الحرية وقيمة الدلالة (Sig.) وحجم الأثر (Cohen's d) وفترة الثقة.
4. افحص البيانات بحثاً عن القيم المتطرفة (Outliers) التي قد تؤثر على النتائج، باستخدام Boxplot أو Z-Scores.
5. إذا لم تتحقق شروط الاختبار، استخدم اختبار ويلكوكسون للرتب الموقعة كبديل غير بارامتري.
6. عند تفسير النتائج، انتبه إلى اتجاه الفرق (سالب أم موجب) وما يعنيه في سياق البحث.
7. احرص على أن يكون حجم العينة كافياً للحصول على قوة إحصائية (Statistical Power) مناسبة.

ختاماً، يُعدّ اختبار ت للعينات المرتبطة من أكثر الاختبارات الإحصائية استخداماً في البحث العلمي، نظراً لارتباطه الوثيق بالتصاميم التجريبية الشائعة مثل التصميم "قبل-بعد". ويتميز هذا الاختبار بقوته الإحصائية مقارنة بالبدائل غير البارامترية عندما تتحقق شروطه، كما أنه يُتحكم في التباين الفردي بين الأشخاص مما يجعله أكثر دقة في اكتشاف الفروق الحقيقية. ويُعدّ فهم مبادئ هذا الاختبار وشروط استخدامه وطرق تفسير نتائجه من المهارات الأساسية لكل باحث يسعى إلى إجراء تحليل إحصائي دقيق وموثوق لنتائج بحثه.

المصدر: محاضرة اختبار ت لعينتين مرتبطتين - Paired Samples T-Test

إعداد الدكتورة: سامية بوكحيل - جامعة جيجل - كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية - قسم علم الاجتماع