جامعة جيجل

بة العلوم الانسانية والاجتماعية

قسم علم الاجتماع

ختبار ت لعينة واحدة

One Sample T Test

إعداد الدكتورة: سامية بوكحيل

رات البارامترية (المعلمية) - Parametric Tests

الإختبارات الإحصائية في البحث الاجتماعي

إختبار ت لعينة واحدة (One Sample T Test)

يُعد إختبار ت لعينة واحدة (One Sample T Test) من أهم الإختبارات الإحصائية البارامترية المستخدمة في مجال البحث العلمي، وخاصة في العلوم الاجتماعية والإنسانية. يهدف هذا الإختبار إلى مقارنة متوسط عينة واحدة بقيمة معروفة أو متوسط مجتمعي مفترض، وذلك لتحديد ما إذا كان هناك فرق ذو دلالة إحصائية بينهما. يُستعمل هذا الإختبار بكثرة في الدراسات الاجتماعية والتربوية والنفسية لتقييم الفروق بين المتوسطات عندما يكون حجم العينة صغيراً ولا نعرف التباين الحقيقي للمجتمع الإحصائي.

أولاً: تعريف إختبار ت لعينة واحدة

إختبار ت لعينة واحدة هو إختبار إحصائي بارامتري يُستخدم لفحص دلالة الفرق بين **متوسط عينة** مسحوبة من مجتمع ما وبين **قيمة محددة** تمثل متوسط المجتمع الفرضي أو القيمة المرجعية المعروفة مسبقاً. تم تطوير هذا الإختبار على يد العالم ويليام غوسيه (William Sealy Gosset) عام 1908 الذي نشره تحت اسم مستعار "ستيودنت" (Student)، ومن هنا جاءت تسميته باختبار ت لستيودنت.

يعتمد هذا الإختبار على مقارنة قيمة إحصائية محسوبة (t) بقيمة حرجة مستخرجة من جدول التوزيع الاحتمالي لـ (ت) لدرجات حرية معينة. إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة عند مستوى دلالة محدد (مثل 0.05 أو 0.01)، فإننا نرفض

الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة، مما يعني أن الفرق بين متوسط العينة والقيمة المرجعية ذو دلالة إحصائية وليس ناتجاً عن الصدفة.

يختلف إختبار ت عن إختبار Z (Z Test) في أن إختبار ت يُستخدم عندما يكون **حجم العينة صغيراً** (أقل من 30) ولا نعرف الانحراف المعياري الحقيقي للمجتمع، بينما يُستخدم إختبار Z عندما يكون حجم العينة كبيراً أو عندما نعرف الانحراف المعياري للمجتمع. ومع ذلك، مع زيادة حجم العينة، يقترب توزيع ت من التوزيع الطبيعي القياسي.

ثانياً: فرضيات إختبار ت لعينة واحدة

يقوم إختبار ت لعينة واحدة على فرضيتين أساسيتين تُحددان قبل إجراء التحليل الإحصائي، وهما الفرضية الصفرية والفرضية البديلة. تحدد هاتان الفرضيتان ما نريد اختباره إحصائياً:

الفرضية الصفرية (H_0): تنص على أنه لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة ($\bar{X}$ أو μ) والقيمة المرجعية أو متوسط المجتمع المفترض (μ_0)، أي أن أي فرق مشاهدة يُعزى إلى أخذ العينات العشوائي. وتُكتب رياضياً: $H_0: \mu = \mu_0$

الفرضية البديلة (H_1 أو H_a): تنص على أنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسط العينة والقيمة المرجعية. ويمكن أن تأخذ أشكالاً مختلفة حسب طبيعة البحث:

- **اختبار ذو اتجاهين (Two-tailed):** $H_1: \mu \neq \mu_0$ (هناك فرق سواء كان إيجابياً أو سلبياً)

- **اختبار ذو اتجاه واحد (One-tailed - أيمن):** $H_1: \mu > \mu_0$ (متوسط المجتمع أكبر من القيمة المرجعية)
- **اختبار ذو اتجاه واحد (One-tailed - أيسر):** $H_1: \mu < \mu_0$ (متوسط المجتمع أصغر من القيمة المرجعية)

ثالثاً: شروط تطبيق إختبار ت لعينة واحدة

لضمان صحة نتائج إختبار ت لعينة واحدة، يجب توفر مجموعة من الشروط والافتراضات الأساسية قبل إجراء التحليل الإحصائي. عدم توفر هذه الشروط قد يؤدي إلى نتائج مضللة وغير دقيقة:

شرط الاستقلالية: يجب أن تكون المشاهدات أو القياسات في العينة مستقلة عن بعضها البعض، أي أن قيمة أي مشاهدة لا تتأثر بقيمة المشاهدة الأخرى. يتحقق ذلك عندما تكون العينة عشوائية بسيطة.

شرط التوزيع الطبيعي: يجب أن يتوزع المتغير التابع توزيعاً طبيعياً (عندياً) في المجتمع الأصلي. يمكن التحقق من ذلك باستخدام اختبارات الالتواء (Skewness) والتفلطح (Kurtosis)، أو اختبار كولموجروف-سميرنوف (K-S Test)، أو اختبار شابيرو-ويلك (Shapiro-Wilk Test) للعينات الصغيرة.

شرط القياس الفتري أو النسبي: يجب أن يكون المتغير موضوع الدراسة مقياساً فترياً (Interval) أو نسبياً (Ratio)، كأعمار الأفراد أو الدرجات أو درجات الحرارة أو المؤشرات الكمية.

شرط المتغير الفردي: يُستخدم إختبار ت لعينة واحدة عندما نتعامل مع متغير واحد فقط نريد مقارنة متوسطه بقيمة مرجعية محددة.

حجم العينة: يُفضل استخدام هذا الإختبار مع العينات الصغيرة (أقل من 30)، لكن يمكن استخدامه أيضاً مع العينات الكبيرة.

ملاحظة هامة: إذا لم يتحقق شرط التوزيع الطبيعي، يمكن استخدام بدائل غير بارامترية مثل اختبار ويلكوكسون لإشارة الرتب (Wilcoxon Signed-Rank Test) الذي لا يتطلب توفر التوزيع الطبيعي للبيانات.

رابعاً: المعادلة الإحصائية لإختبار ت

تُحسب قيمة إحصاءة ت (t-value) باستخدام المعادلة التالية التي تقيس الفرق بين متوسط العينة والقيمة المرجعية بالنسبة إلى الخطأ المعياري:

$$t = (\bar{X} - \mu_0) / (S / \sqrt{n})$$

حيث أن:

t = قيمة إحصاءة ت المحسوبة

$\bar{X}$ (إكس بار) = متوسط العينة

μ_0 (ميو) = القيمة المرجعية (متوسط المجتمع الفرضي)

S = الانحراف المعياري للعينة

n = حجم العينة (عدد المشاهدات)

$S / \sqrt{n}$ = الخطأ المعياري للمتوسط (Standard Error)

درجات الحرية (Degrees of Freedom)

$$df = n - 1$$

درجات الحرية تساوي حجم العينة ناقص واحد (n - 1)، وتُستخدم لتحديد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت.

الانحراف المعياري للعينة

$$S = \sqrt{\left[\Sigma(X_i - \bar{X})^2 / (n - 1) \right]}$$

حيث X_i هي كل قيمة في العينة، و$\bar{X}$ هو متوسط العينة، ونستخدم (n - 1) في المقام كمعامل تصحيح لبسل (Bessel's Correction) للحصول على تقدير غير متحيز لتباين المجتمع.

خامساً: خطوات تطبيق إختبار ت لعينة واحدة

يتم تطبيق إختبار ت لعينة واحدة وفق الخطوات المنهجية التالية:

تحديد الفرضيات: صياغة الفرضية الصفرية (H_0: $\mu = \mu_0$) والفرضية البديلة (H_1: $\mu \neq \mu_0$) بشكل واضح ومحدد بناءً على أهداف البحث وأسئلته.

تحديد مستوى الدلالة (α): اختيار مستوى الدلالة المطلوب، والشائع استخدامه في العلوم الاجتماعية هو $\alpha = 0.05$ (5%) أو $\alpha = 0.01$ (1%). يُحدد مستوى الدلالة مسبقاً قبل إجراء الاختبار.

حساب إحصائية الاختبار: حساب قيمة ت (t-calculated) باستخدام المعادلة السابقة: $t = (\bar{X} - \mu_0) / (S / \sqrt{n})$، حيث يُحسب متوسط العينة والانحراف المعياري والخطأ المعياري.

تحديد القيمة الحرجة: الرجوع إلى جدول توزيع ت لتحديد القيمة الحرجة (t-critical) عند مستوى الدلالة المحدد وباستخدام درجات الحرية ($df = n - 1$)، مع مراعاة نوع الاختبار (ذو اتجاه واحد أو اتجاهين).

اتخاذ القرار الإحصائي: مقارنة القيمة المحسوبة بالقيمة الحرجة:

- إذا كانت |t-calculated| > |t-critical| ← نرفض الفرضية الصفرية (هناك فرق ذو دلالة إحصائية)
- إذا كانت |t-calculated| ≤ |t-critical| ← نقبل الفرضية الصفرية (لا يوجد فرق ذو دلالة)

حساب القيمة الاحتمالية (P-value): تحديد القيمة الاحتمالية المقابلة لقيمة ت المحسوبة، حيث:

- إذا كانت $P\text{-value} < \alpha$ ← نرفض الفرضية الصفرية
- إذا كانت $P\text{-value} \geq \alpha$ ← لا نرفض الفرضية الصفرية

التفسير والاستنتاج: صياغة النتائج بشكل علمي وربطها بالإطار النظري وأهداف الدراسة، مع تحديد الأهمية العملية للنتائج (Effect Size) إلى جانب الأهمية الإحصائية.

سادساً: التطبيق العملي باستخدام برنامج SPSS

يُعد برنامج SPSS (Statistical Package for Social Sciences) من أكثر البرامج الإحصائية استخداماً في العلوم الاجتماعية لتطبيق إختبار ت لعينة واحدة. فيما يلي الخطوات التفصيلية للتطبيق:

خطوات الإدخال في SPSS:

إدخال البيانات: فتح برنامج SPSS وإنشاء ملف بيانات جديد. يُدخل المتغير في عمود واحد (Variable View) حيث يُحدد اسم المتغير ونوعه وعرضه. ثم تُدخل القيم في وضع البيانات (Data View) في عمود واحد.

الوصول إلى الاختبار: من القائمة العلوية نختار:

Analyze → Compare Means → One-Sample T Test

تحديد المتغير: ننقل المتغير المراد اختباره من قائمة المتغيرات左侧إلى مربع "Test Variable(s)".

تحديد القيمة المرجعية: نكتب القيمة المرجعية (متوسط المجتمع الفرضي) في مربع "Test Value".

خيارات إضافية: يمكن النقر على زر "Options" لتغيير مستوى الثقة (Confidence Interval Percentage) الافتراضي وهو 95%، واختيار كيفية التعامل مع القيم المفقودة.

تنفيذ الاختبار: النقر على زر "OK" لتشغيل الاختبار والحصول على النتائج.

تفسير مخرجات SPSS:

يقدم برنامج SPSS جدولين رئيسيين للنتائج:

الإحصائية	الوصف
N	حجم العينة (عدد المشاهدات الصالحة)
Mean	متوسط العينة المحسوب
Std. Deviation	الانحراف المعياري للعينة
Std. Error Mean	الخطأ المعياري للمتوسط
t	قيمة إحصاءة ت المحسوبة
df	درجات الحرية
Sig. (2-tailed)	القيمة الاحتمالية ثنائية الطرف (P-value)
Mean Difference	الفرق بين متوسط العينة والقيمة المرجعية
Confidence Interval 95%	فترة الثقة بنسبة 95% للفرق

سابعاً: مثال تطبيقي توضيحي

مثال من مجال البحث الاجتماعي

لنفترض أن باحثاً في علم الاجتماع يريد أن يختبر ما إذا كان متوسط درجات الرضا الوظيفي لدى عينة من الموظفين في مؤسسة حكومية يختلف عن

المتوسط العام المرجعي البالغ (65) درجة على مقياس الرضا الوظيفي. قام الباحث بسحب عينة عشوائية من (25) موظفاً وحصل على النتائج التالية:

- متوسط درجات العينة ($\bar{X}$) = 72
- الانحراف المعياري للعينة (S) = 10
- حجم العينة (n) = 25
- القيمة المرجعية (μ_0) = 65
- مستوى الدلالة (α) = 0.05

الحل:

الخطوة 1: صياغة الفرضيات:

$H_0: \mu = 65$ (لا يوجد فرق بين متوسط الرضا الوظيفي والقيمة المرجعية)

$H_1: \mu \neq 65$ (يوجد فرق ذو دلالة إحصائية)

الخطوة 2: حساب قيمة ت:

$$t = (72 - 65) / (10 / \sqrt{25}) = 7 / (10 / 5) = 7 / 2 = 3.50$$

الخطوة 3: حساب درجات الحرية:

$$df = 25 - 1 = 24$$

الخطوة 4: تحديد القيمة الحرجة:

من جدول توزيع ت عند مستوى دلالة 0.05 (اختبار ذو اتجاهين) ودرجات حرية = 24، نجد أن القيمة الحرجة t-critical = 2.064

الخطوة 5: اتخاذ القرار:

بما أن |t-calculated| = 3.50 أكبر من t-critical = 2.064، فإننا نرفض الفرضية الصفرية. هذا يعني أن هناك فرقاً ذا دلالة إحصائية بين متوسط درجات الرضا الوظيفي لدى الموظفين والقيمة المرجعية (65)، حيث أن الموظفين لديهم مستوى رضا وظيفي أعلى من المتوسط العام.

ثامناً: الفرق بين إختبار ت لعينة واحدة وإختبار Z

وجه المقارنة	إختبار ت (T Test)	إختبار Z (Z Test)
حجم العينة	صغيرة (أقل من 30)	كبيرة (30 فأكثر)
تباين المجتمع	غير معروف	معروف
التوزيع	توزيع ت لستيودنت	التوزيع الطبيعي القياسي
الانحراف المعياري	انحراف العينة (S)	انحراف المجتمع (σ)
الدقة	أكثر دقة للعينات الصغيرة	مناسب للعينات الكبيرة
الدرجات	يعتمد على درجات الحرية	لا يعتمد على درجات الحرية

مع زيادة حجم العينة (n > 30)، يقترب توزيع ت بشكل كبير من التوزيع الطبيعي القياسي، مما يجعل نتائج الاختبارين متقاربة جداً. وفي الممارسة العملية، يُستخدم إختبار ت بكثرة حتى مع العينات الكبيرة لأنه يعطي نتائج دقيقة في كلتا الحالتين.

تاسعاً: حجم التأثير (Effect Size)

يُعد حجم التأثير مقياساً مهمّاً يُكمّل نتائج اختبار الدلالة الإحصائية. فبينما يُخبرنا اختبار ت بما إذا كان الفرق دالاً إحصائياً، فإن حجم التأثير يُخبرنا بحجم هذا الفرق وأهميته العملية. أشهر مقاييس حجم التأثير لإختبار ت لعينة واحدة هو **d لعين كوهين (Cohen's d)**:

$$d = (\bar{X} - \mu_0) / S$$

d = حجم التأثير | **$\bar{X}$** = متوسط العينة | **μ_0** = القيمة المرجعية | **S** = الانحراف المعياري للعينة

قيمة d	حجم التأثير	التفسير
0.2	صغير (Small)	فرق ضعيف أو ضئيل الأهمية العملية
0.5	متوسط (Medium)	فرق متوسط الأهمية العملية
0.8	كبير (Large)	فرق كبير وذو أهمية عملية واضحة

عاشراً: فترة الثقة (Confidence Interval)

تُوفر فترة الثقة تقديراً للمدى الذي يُحتمل أن يقع فيه فرق المتوسطات الحقيقي في المجتمع. تُحسب فترة الثقة بنسبة معينة (عادة 95%) على النحو التالي:

$$CI = (\bar{X} - \mu_0) \pm t(\alpha/2, df) \times (S / \sqrt{n})$$

حيث t(α/2, df) هي القيمة الحرجة من جدول توزيع ت عند مستوى الدلالة المطلوب ودرجات الحرية المحددة.

إذا كانت فترة الثقة بنسبة 95% لا تحتوي على القيمة صفر (0)، فهذا يعني أن الفرق بين متوسط العينة والقيمة المرجعية دال إحصائياً عند مستوى دلالة 0.05. أما إذا احتوت على القيمة صفر، فهذا يعني عدم وجود فرق دال إحصائياً.

حساب فترة الثقة للمثال السابق:

بتطبيق البيانات السابقة ($\bar{X} = 72, \mu_0 = 65, S = 10, n = 25, t = 2.064$):

$$CI = (72 - 65) \pm 2.064 \times (10 / \sqrt{25})$$

$$CI = 7 \pm 2.064 \times 2$$

$$CI = 7 \pm 4.128$$

$$CI = [2.872, 11.128]$$

بما أن فترة الثقة [2.872, 11.128] لا تحتوي على القيمة صفر، فهذا يؤكد رفض الفرضية الصفرية ووجود فرق دال إحصائياً.

حادي عشر: مجالات استخدام إختبار ت لعينة واحدة

يُستخدم إختبار ت لعينة واحدة على نطاق واسع في مجالات بحثية متعددة، ومن أبرز التطبيقات في العلوم الاجتماعية:

- **في علم الاجتماع:** مقارنة متوسط مستوى الوعي الاجتماعي أو القيم الثقافية لعينة دراسية مع المتوسط العام الوطني أو الإقليمي المعروف. كما يُستخدم في دراسة الفروق في Attitudes والسلوكيات الاجتماعية مقارنة بالمعايير المرجعية.
- **في التربية وعلم النفس:** مقارنة متوسط أداء الطلاب في اختبار معين مع المتوسط العام المعروف أو مع الدرجة المقبولة (ك Cut-off score). كما يُستخدم لتقييم فعالية البرامج التربوية والتدخل النفسي.
- **في الإدارة والأعمال:** تقييم أداء الموظفين أو رضا العملاء مقارنة بالمعايير الصناعية أو الأهداف المحددة مسبقاً.
- **في الصحة العامة:** مقارنة متوسط قراءة ضغط الدم أو مؤشر كتلة الجسم لعينة من المرضى مع القيم الطبيعية المرجعية.
- **في البحوث التجريبية:** مقارنة نتائج القياس القبلي (Pre-test) لدراسة تجريبية مع القيمة المتوقعة النظرية.

ثاني عشر: الأخطاء الشائعة في استخدام إختبار ت

1. **تجاهل شرط التوزيع الطبيعي:** من الأخطاء الشائعة تطبيق إختبار ت دون التحقق من التوزيع الطبيعي للبيانات. إذا كانت البيانات منحرفة بشدة، يجب استخدام بدائل غير بارامترية.
2. **الخلط بين الدلالة الإحصائية والأهمية العملية:** رفض الفرضية الصفرية لا يعني بالضرورة أن الفرق ذو أهمية عملية. يجب دائماً حساب حجم التأثير (Cohen's d) لفهم الأهمية العملية.

3. تجاهل فترة الثقة: الاعتماد فقط على القيمة الاحتمالية (P-value) دون النظر في فترة الثقة قد يؤدي إلى تفسيرات ناقصة أو مضللة.

4. تضخيم العينة: مع العينات الكبيرة جداً، قد يصبح أي فرق صغير دالاً إحصائياً حتى لو لم يكن له أهمية عملية. لذلك يجب دائماً التحقق من حجم التأثير.

5. عدم تحديد نوع الاختبار: يجب تحديد مسبقاً ما إذا كان الاختبار ذا اتجاه واحد أو اتجاهين قبل جمع البيانات، وليس بعد النظر في النتائج.

ثالث عشر: الأخطاء الإحصائية (Type I and Type II Errors)

في أي اختبار إحصائي، هناك احتمال لوقوع نوعين من الأخطاء يجب أن يكون الباحث على دراية بهما:

الخطأ من النوع الأول (Type I Error - α): حدوثه عندما نرفض الفرضية الصفرية مع أنها كانت صحيحة في الواقع. أي أننا نستنتج وجود فرق دال إحصائياً بينما لا يوجد فرق حقيقي. احتمال هذا الخطأ يساوي مستوى الدلالة (α) المحدد مسبقاً.

الخطأ من النوع الثاني (Type II Error - β): حدوثه عندما نقبل الفرضية الصفرية مع أنها كانت خاطئة في الواقع. أي أننا نستنتج عدم وجود فرق بينما يوجد فرق حقيقي. يعتمد احتمال هذا الخطأ على حجم العينة وحجم التأثير ومستوى الدلالة.

قوة الاختبار (Power of the Test - 1-β): هي احتمال رفض الفرضية الصفرية عندما تكون خاطئة فعلاً. تزداد قوة الاختبار بزيادة حجم العينة، وبزيادة مستوى الدلالة، وبزيادة حجم التأثير الحقيقي. يُفضل أن تكون قوة الاختبار 0.80 (80%) أو أكثر.

خلاصة

يُعد إختبار ت لعينة واحدة أداة إحصائية أساسية لا غنى عنها للباحث في العلوم الاجتماعية والإنسانية. يتيح هذا الاختبار إمكانية اختبار الفروق بين متوسط عينة واحدة وقيمة مرجعية معروفة بدقة وموثوقية عالية، شريطة الالتزام بشروط تطبيقه المتمثلة في التوزيع الطبيعي واستقلالية المشاهدات ومقياس البيانات.

يجب على الباحث أن يفهم جيداً الفرق بين الدلالة الإحصائية والأهمية العملية، وأن يحرص على استخدام مقاييس حجم التأثير وفترات الثقة لتقديم تفسير شامل ومتوازن للنتائج. كما يجب أن يكون واعياً بإمكانية وقوع الأخطاء الإحصائية (النوع الأول والثاني) وأن يُحسب حجم العينة المناسب لضمان قوة اختبار مقبولة.

مع التطور في برامج التحليل الإحصائي مثل SPSS، أصبح تطبيق هذا الاختبار سهلاً ومباشراً، لكن الفهم النظري العميق لأساسياته وافتراضاته يظل ضرورة حتمية لأي باحث يسعى إلى إنتاج بحث علمي رصين وموثوق.