

حساب تحليل التباين أحادي الاتجاه للدرجات المرتبطة أو القياسات المتكررة:

ويسمى أيضا تحليل التباين بدرجات مرتبطة، أو بقياسات متكررة، أو بالمزوجة، وهي تضم في العادة نفس المجموعة من المشاركين الذين يتم تقييمهم في طرفين بحثيين أو أكثر، وهذا يسمح بجعل كل فرد بمثابة "ضابط لنفسه".

تذكير: الدرجة التي نحصل عليها = مكون الدرجة الحقيقية + مكون الفروق الفردية + مكون خطأ البواقي

نعني بالفروق الفردية نزعة الفرد للحصول على درجة مرتفعة أو منخفضة بعامة بغض النظر عن المعالجة البحثية التي اختبر فيها، فمثلا يميل الأطفال ذوي الذكاء المرتفع إلى الحصول على درجات مرتفعة في أي اختبار عقلي، بينما يميل الأطفال الأقل ذكاء إلى الحصول على درجات أقل.

ومن الواضح أننا لا نستطيع معرفة اسهام الفروق الفردية بأية طريقة في هذه التصميمات البحثية غير المرتبطة، لذلك نضم الفروق هذه مع بقية التباين الذي أطلقنا عليه الخطأ، لكن التصميم هذا ذي القياسات المتكررة يسمح بتقسيم تباين الخطأ إلى نوعين : أحدهما تباين يمكن تفسيره (كفروق فردية)، ثانيهما تباين يبقى غير مفسر (تباين خطأ البواقي).

لذلك:

- يجب أن نتذكر بأن الفرق الكبير بين تحليل التباين للمجموعات غير المرتبطة مع المجموعات المرتبطة يكمن في الفروق الفردية التي يتم عزلها من الخطأ ويسمى عندئذ خطأ البواقي.
- مكون الفروق الفردية هو مقدار المتوسط الذي تختلف به درجات فرد معين في مقاييس متعددة عن المتوسط العام.

الفرد	ذاكرة الكلمات	ذاكرة الأعداد	المتوسط العام
1	17	20	18.5
2	11	14	12.5

المتوسط العام = 15.5

لاحظ معي: إن الفرد الأول يميل لأن يكون أداؤه أفضل من الثاني في القاسين (ذاكرة الكلمات، وذاكرة الأعداد)، ورغم أنهما يبديان ميلا نحو الأداء الجيد في ذاكرة الأعداد إلا أن ذلك لا يغير حقيقة نزعة الفرد الأول لأن يكون أداؤه أفضل على العموم. وهذا ليس ناتجا عن خطأ القياس، ولكنه خاصية من خصائصه، فالفرد الأول يميل في المتوسط (18.5) لأن تزيد درجاته بقدر ست نقاط عن الفرد الثاني (12.5)، وثلاث نقاط عن المتوسط العام (15.5). وبهذا نكون قد عينا قيمة عددية لفروقه الفردية بالنسبة للمتوسط العام.

- بذلك يخفض حجم الخطأ بعزل الفروق الفردية منه.

كيفية حساب تحليل التباين للعينات المرتبطة:

1- نعتمد المثال الآتي بناء على نتائج حساب درجات أفراد عينة على مقياس تحسين التناسق السمعي البصري

قبل وبعد تجربة تطبيق برنامج علاجي قرائي كما هو مبين في الجدول أدناه:

جدول الدرجات الأصلية

الفرد	القياس القبلي	البعدي الأول	البعدي الثاني	متوسط الصف (الجدول)
1	7	8	6	7.00
2	5	10	3	6.00
3	6	6	4	5.33
4	9	9	2	6.67
5	3	7	5	5.00
متوسط العمود	6.00	8.00	4.00	6.00 المتوسط العام

كخطوة أولى نقوم بحساب التباين التقديري ، مع أنه ليس ضروريا لأغراضنا الحالية، وسوف نجد أن درجة الحرية تساوي 14 (حصلنا عليها من مجموع المشاهدات $15 - 1 = 14$)
أما مجموع المربعات (بسط قانون التباين التقديري) فتساوي 80، وبذلك يساوي التباين التقديري 5.71 أي $14/80 = 5.71$

نكون جدول الدرجات الحقيقية وتسمى أيضا الدرجات " بين المجموعات " في تحليل التباين، ولإجراء ذلك نعوض بقيمة

متوسط العمود بدلا من درجة كل فرد مما لا يجعل هناك أي تباين داخل العمود، فالتباين الوحيد هو بين

الأعمدة (تذكر بين المجموعات) وعندئذ نحصل على الجدول الآتي:

جدول الدرجات الحقيقية

الفرد	القياس القبلي	البعدي الأول	البعدي الثاني	متوسط الصف (الجدول)
1	6.00	8.00	4.00	6.00
2	6.00	8.00	4.00	6.00
3	6.00	8.00	4.00	6.00
4	6.00	8.00	4.00	6.00
5	6.00	8.00	4.00	6.00
متوسط العمود	6.00	8.00	4.00	6.00 المتوسط العام

نحسب التباين التقديري باستخدام الصيغة المعروفة لإجراء العمليات الحسابية.

نحصل على: عدد الدرجات $N = 15$ ودرجات الحرية = عدد الأعمدة - 1 أي $(3 - 1 = 2)$.

التباين التقديري للدرجات الحقيقية (بين المجموعات) =

$$20 = 2/40$$

1- تم حساب جدول الخطأ بطرح الدرجات الحقيقية من الدرجات في جدول البيانات الأصلية فنحصل على الجدول الآتي:

جدول درجات الخطأ

الفرد	القياس القبلي	البعدي الأول	البعدي الثاني	متوسط الصف (الجدول)
1	1.00	0.00	2.00	1.00
2	-1.00	2.00	-1.00	0.00

هذا هو جدول درجات الخطأ، ولكن نظرا لأن متوسطات الصفوف تتباين فإننا نحتاج إلى عزل تأثير الفروق الفردية، وذلك بطرح متوسط الصف من كل من الدرجات في الصف مع مراعاة الإشارة، فنحصل بذلك على جدول درجات البواقي، أي جدول لدرجات الخطأ بدون أية فروق فردية، طبعاً هي

3	0.00	-2.00	0.00
4	-2.00	1.00	3.00
5	1.00	-1.00	-3.00
متوسط العمود	0.00	0.00	0.00
متوسط العام	0.00	0.00	0.00

درجات أكثر تنقيحاً لدرجات الخطأ.

جدول درجات البواقي

نلاحظ أن متوسط الأعمدة والصفوف تساوي صفراً جميعاً، وذلك لأن الدرجات الحقيقية أو بين الدرجات لم تعزل فقط من الجدول، بل واستبعدت الآن الفروق الفردية.

ملاحظة مهمة: درجات الحرية لدرجات بواقي الخطأ = (عدد أعمدة

درجات الخطأ - 1) x (عدد صفوف درجات الخطأ - 1)

(ببساطة لأن القيود أكثر سواء في مجاميع الصفوف، التي جاءت كلها

صفريّة، وكذلك في مجاميع الأعمدة التي جاءت كلها صفريّة، بعبارة

أخرى نجد أنفسنا بدون حرية مع حين اختيار علامة الفرد الأول في

الصف الأول لأن المجاميع لابد أن تساوي الصفر، وكذلك نجد أنفسنا

بدون حرية في اختيار درجات العمود الثالث لأن المتوسط العام لابد أن يساوي صفراً كذلك.

وعليه فإن درجة الحرية في المثال = $(1-5) \times (1-3) = 8$ و بحساب التباين التقديري لبواقي الخطأ نجدها تساوي

$$3.92 = \frac{31.334}{8} = \frac{31.334 - \frac{0}{15}}{8} = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}{df}$$

2- نحسب التباين التقديري بين الأفراد (أو الفروق الفردية) وذلك بتكوين جدول يشتمل على مكون الفروق الفردية في

كل درجة، حيث نحصل عليه بإيجاد الفرق بين متوسطات الصفوف والمتوسط العام في البيانات الأصلية كما

هو مبين في الجدول الآتي:

الفرد	القياس القبلي	البعدي الأول	البعدي الثاني	متوسط الصف(صف الجدول)
1	1.00	1.00	1.00	1.00

نحسب التباين التقديري باستخدام صيغة التباين التقديري
لتحليل التباين.

2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	-0.677	-0.677	-0.677	-0.677
4	0.677	0.677	0.677	0.677
5	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
متوسط العمود	0.00	0.00	0.00	0.00
	المتوسط العام			

ملاحظة: تنقيد درجات الحرية بحقيقة أن متوسطات الأعمدة

ينبغي أن تساوي صفراً، وتكون جميع الدرجات متساوية في

الصفوف، وهذا يعني أن درجات الحرية لهذا الجدول تكون هي

عدد الصفوف - 1 ، وفي المثال لدينا خمسة صفوف أي أن الحرية $df = 5 - 1 = 4$

وبتطبيق قانون التباين التقديري نحصل على مجموع مربعات يساوي 8.67 ودرجة حرية 4، ولذلك فإن التباين التقديري

$$\text{هو } 2.17 = \frac{8.67}{4}$$

بهذا نكون قد انتهينا من حساب بين المعالجات (المجموعات)، وبين الأفراد (الفروق الفردية)، والخطأ (أي البواقي)

الآن نقوم بحساب قيمة النسبة الفائية (F) وهي التباين التقديري بين المجموعات مقسوماً على التباين التقديري للخطأ وهي

$$\text{تساوي حسب المثال: } 5.10 = \frac{20}{3.92}$$

وبالرجوع إلى جدول الدلالة بحيث نحتاج إلى درجة حرية بين المجموعات (في المثال = 2) ونجد هذا في عمود جدول

الدلالة، ودرجة حرية الخطأ (في المثال = 8) ونجد هذا في صفوف جدول الدلالة. طبعاً عند مستوى الدلالة 5% .

بالرجوع إلى جدول الدلالة سوف نجد القيمة الجدولية للنسبة الفائية = 4.5

ولما كانت المحسوبة أكبر من الجدولية نرفض الفرض الصفري ونقبل البديل لنؤكد على أن المعالجات أو درجات

القياسات التي بحوزتنا تختلف متوسطاتها اختلافاً دالاً مما يؤكد على أن البرنامج العلاجي القرائي كان له أثر في

تحسين مستويات قدرة التناسق السمعي البصري.

لكن لصالح من ترجع هذه الفروق (أي للقياس القبلي، أم البعدي الأول، أم البعدي الثاني)؟

الجدول الملخص لتحليل لتباين غير المرتبط

الدلالة sig	النسبة الفائية f	التباين التقديري (متوسط مجموع المربعات) Mean square	درجات الحرية df	مجموع المربعات Sum of squares	مصدر التباين
0.01	4.5	20.00	2	40.00	الدرجات الحقيقية (بين المعالجات between groups) أي قياسات التناسق السمعي البصري

-	-	2.17	4	8.67	بين الأفراد (أي الفروق الفردية) (within groups)
-	-	3.92	8	31.33	درجات الخطأ (أي البواقي)
-	-	-	14	80.00	البيانات الأصلية (المجموع TOTAL)

خاتمة : للتأكد لصالح أي ترجع الفروق متى كانت المقارنة ثلاثة فأكثر نرجع إلى جدول اختبار شيفيه (the scheffe test for one-way ANOVA) والذي سوف يبين بوضوح المجموعات الثلاث مثلاً وأمام كل مجموعة مستوى دلالة خاص، قد يكون أكبر من 0.05 مما يؤكد أنها غير دالة في حين نجد بعض المجموعات ذات مستويات دلالة أقل من 0.05 مما يشير إلى أن ثمة فروق دالة ولصالح المجموعة المعينة.

تمارين حول اختبار تحليل التباين

التمرين الأول:

طور أستاذ جامعي في علم الأحياء أربعة نماذج لتدريس مادة الأحياء، وقام بتقسيم الطلبة بطريقة عشوائية في أربع مجموعات، ونتيجة لبعض الظروف فقدنا مشاركة بعض الطلبة، لذلك جاءت علامات الامتحان النهائي كما هو مبين في الجدول:

الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة
61	72	82	93
65	78	58	84
76	67	64	80
69	91	76	75
78	80	70	
71	86		
	79		

أ- أكتب الفرضيات المناسبة.

ب- هل يؤثر اختلاف الأعداد على نتائج الاختبار؟

ت- اختبر الفرضية الصفرية القائلة بعدم وجود فروق دالة عن 5% بين متوسطات درجات المجموعات الأربعة على الامتحان النهائي.

التمرين الثاني: الجدول الآتي يلخص نتائج تجربة استخدم فيها أسلوب تحليل التباين للمقارنة بين أربعة مستويات للمعالجة، لدى عينة مكونة من 10 أفراد في كل معالجة. المطلوب إكمال القيم الناقصة في الجدول.

النسبة الفائية f	التباين التقديري (متوسط مجموع المربعات) Mean square	درجات الحرية df	مجموع المربعات Sum of squares	مصدر التباين
8	–	–	–	الدرجات الحقيقية (بين المجموعات between groups)
	–	–	72	درجات الخطأ (داخل المجموعات within groups)
		–	–	البيانات الأصلية (المجموع TOTAL)

التمرين الثالث:

- أذكر أهم الفروق التي تجدها في اختبار تحليل التباين الأحادي للمجموعات المرتبط وغير المرتبطة.
- لماذا تكون القيمة المتوقعة للنسبة (F) تساوي 1 عندما لا يكون هناك تأثير للمعالجة ؟
- استخدم با-ع-تصميم القياسات مستقلة للمقارنة بين طرق مختلفة في التدريس، وكتب في تقريره أن قيمة F قد بلغت 3.87 بدرجة حرية 2.28 . كم عدد طرق التدريس التي تم مقارنتها؟ وكم عدد الأفراد المشاركين في التجربة؟

E-mail : ybelhaine@yahoo.com