التصحيح النموذجي لامتحان تحليل البيانات:

① التمرين الأول.

$$V = \begin{pmatrix} V(x_1) & \cdots & cov(x_1 x_k) \\ \vdots & & \\ cov(x_k x_1) & \cdots & V(x_k) \end{pmatrix}$$ 0.25

حيث: k: عدد المتغيرات $i = 1, k$

$V(x_i)$ تباين المتغير x_i يحسب بالعلاقة $V(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \mu)^2}{n}$ 0.25

$cov(x_i, x_{i+h})$ التباين المشترك بين x_i و x_{i+h} يحسب بالعلاقة

$$cov(x_i, x_{i+h}) = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \mu)(x_{(i+h)j} - \mu)}{n}$$ 0.25

n: عدد المشاهدات و h عدد مرتفع.

②1. الخطوات الأساسية لتطبيق طريقة ACP: 1.5ن

1.1. توحيد البيانات. 0.125

2.1. ايجاد المصفوفات الأساسية للتحليل 0.125

3.1. حساب القيم الذاتية والمتجهات الذاتية 0.125

4.1. اختيار عدد المركبات الرئيسية 0.125

5.1. درجة المكونات.

6.1. تحليلات المركبات

7.1. جودة التمثيل

8.1. نسبة مساهمة الأفراد

9.1. التمثيلات البيانية في الفضاء الجديد

0.125

2.1. اختيار ملائمة البيانات 0.125

3) شروط تطبيق ACP: (01ن)

- خطية العلاقة بين المتغيرات. (0.125)
- البيانات الكمية (0.125)
- عينة عشوائية (0.125)
- الارتباط بين المتغيرات. (0.125)
- تجنب التعدد الخطي. (0.125)
- عدم وجود القيم الشاذة والبيانات المفقودة. (0.125)

4) المعايير التي يعتمد عليها في تحديد عدد المحاور التي تم الاحتفاظ بها في ACP: (01ن)

- محك كايزر (0.25)
- الرسم البياني للمتغيرات. (0.25)
- نسبة التباين المفسر (0.125)
- تحليل الشمولية (0.125)

التمرين الثاني: اختر الإجابة الصحيحة. (08ن)

رقم السؤال	8	7	6	5	4	3	2	1
الإجابة الصحيحة	b (1ن)	c (1ن)	a (1ن)	b (1ن)	d (1ن)	a (1ن)	c (1ن)	A (1ن)

التمرين الثالث: (06ن)

- حساب $A = B+C$ (2ن)

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

- حساب القيم الذاتية: (0.5)

$\lambda_2 = 3+\sqrt{2}$

$\lambda_1 = 3-\sqrt{2}$ (0.5)

القانون: (0.25)

حساب المميز: (0.25)

- المتجهات الذاتية:

$u_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ (0.5)

$u_1 = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ (0.5)

القانون: 0.25

الحساب: 0.25

التمرين الثالث: (6ن)

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A = B + C = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$ ✓ 2ن

حساب القيم الذاتية للمصفوفة B.

نقوم بحل المعادلة $P_\lambda(B) = 0$ أي $\det(B - \lambda I_2) = 0$ 0.5

$$\det(B - \lambda I_2) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & 2 \\ 1 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)^2 - 2 = 9 + \lambda^2 - 6\lambda - 2$$
$$= \lambda^2 - 6\lambda + 7.$$

$$\lambda^2 - 6\lambda + 7 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 28 = 8 > 0$$

$$\lambda_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - \sqrt{8}}{2} = 3 - \sqrt{2}$$ 0.5

$$\lambda_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + \sqrt{8}}{2} = 3 + \sqrt{2}$$ 0.5

حساب المتجهات الذاتية للمصفوفة B الموافقة بالقيمتين λ_1 و λ_2:

ليكن $V\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ شعاع وجيه، نحل المعادلة: $(B - \lambda I_2)V = 0$ 0.5

من أجل $\lambda_1 = 3 - \sqrt{2}$:

$$(B - \lambda_1 I_2)V = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 3-(3-\sqrt{2}) & 2 \\ 1 & 3-(3-\sqrt{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 2 \\ 1 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \sqrt{2}x + 2y = 0$$ 0.5
$$x + \sqrt{2}y = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{2}y$$

ومنه: 0.5 $$V_{\lambda_1} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2}y \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

• بنفس الطريقة نحسب الشعاع $\vec{V_{\lambda_2}}$ 0.5 الموافق لـ λ_2 (الحساب