جامعة محمد الصديق بن يحي جيجل

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية **يوم 14 ماي 2026**

السنة الثانية علوم اقتصادية **المدة: ساعتان**

امتحان السداسي الثاني في مقياس أساسيات بحوث العمليات.

التمرين الأول (6 ن):

تدرس وكالة "عباد الرحمان" للسفر تسيير رحلاتها بمناسبة عمرة النصف الثاني من رمضان، بلغ عدد المعتمرين المسجلين 1.600 معتمر أما وزن الأمتعة المتوقع نقله فيقدر بـ 90 طنا يتم نقلهم جميعا في نفس اليوم.

لتنفيذ برنامجها تسعى الوكالة لتوقيع عقد مع الخطوط الجوية الجزائرية التي عرضت نوعين من الطائرات بحيث:

- طائرات من النوع A يمكنها نقل 200 شخص و6 طن من الأمتعة، ويمكن أن توفر الشركة 12 طائرة منها.
- طائرات من النوع B يمكنها نقل 160 شخص و7 طن من الأمتعة، ويمكن أن توفر الشركة 8 طائرات منها.
- تبلغ كلفة الطائرة الواحدة من النوع A 500.000 دج ، بينما كلفة الطائرة الواحدة من النوع B هي 400.000 دج.

المطلوب: صياغة النموذج الخطي الذي يسمح للوكالة برمجة رحلاتها بتكلفة أقل.

التمرين الثاني (7 ن):

إليك النموذج الخطي الموالي:

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 5X_2$$

$$\text{s/c} \begin{cases} 4X_1 + 3X_2 \leq 48 \\ X_1 + 2X_2 \leq 20 \\ Xi \geq 0 \end{cases}$$

1. شكل البرنامج الثنائي W.
2. حل بطريقة السمبليكس البرنامج W، ما هو الحل الأمثل.
3. استنتج الحل الأمثل للبرنامج الأصلي Z انطلاقا من الحل الأمثل للبرنامج W.

التمرين الثالث (7 ن):

يقوم مصنع بإنتاج منتجين P1 و P2 في ورشتين مختلفتين A1 وA2 في الظروف التالية:

- المنتج P1 يتطلب 3 ساعات عمل في الورشة A1، و6 ساعات عمل في الورشة A2؛
- المنتج P2 يتطلب 4 ساعات عمل في الورشة A1، و 3 ساعات عمل في الورشة A2؛
- تشتغل الورشة A1 160 أسبوعيا، بينما الورشة A2 تشتغل 180 ساعة أسبوعيا؛
- هامش ربح المنتج P1 هو 1200 دج لكل وحدة، أما هامش ربح P2 فهو 1000 دج لكل وحدة.

المطلوب:

1. شكل البرنامج الخطي الذي يسمح بتعظيم إيرادات المصنع في ظل القيود السابقة.
2. حل بيانيا النموذج السابق، حدد الحل الأمثل (قيمة Z وعدد الوحدات المنتجة من كلا المنتجين).
3. قدم تفسيرا اقتصاديا للنتائج المحصلة.

بالتوفيق

تمرين 01: صياغة النموذج الخطي لبرمجة الرحلات بأقل تكلفة.

- تكوين دالة الهدف من صيغة الهدف أي: $\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j \cdot x_j$ (0,25)

التكلفة ترتبط مباشرة بسعر تأجير الطائرات من النوعين A و B مضروب في عدد الطائرات

أي: التكلفة = [سعر تأجير الطائرات A × عدد الطائرات A] + [سعر تأجير الطائرات B × عدد الطائرات B]

نرمز بـ: x_1 : لعدد الطائرات المؤجرة من النوع A, تكلفة الواحدة منها: 500.000 (0,25)

نرمز بـ: x_2 : " " " B " " 400.000 (0,25)

وعليه تكون دالة الهدف: $\text{Min } Z = 500.000x_1 + 400.000x_2$ (1)

- صياغة القيود:

- عدد المعتمرين الكلي هو 1600 شخص يتم نقلهم عبر طائرات من نوع A ذات طاقة استيعاب 200 شخص

" " " B " " 100 شخص

أي: $200x_1 + 100x_2 \geq 1600$ (1)

- حمولة الأمتعة الكلية هي 90 طنا، علما أن كل طائرة نوع A تحمل 6 أطنان، كل طائرة B تحمل 7 أطنان

أي: $6x_1 + 7x_2 \geq 90$ (1)

- عدد الطائرات من النوع A محدود بـ: 12 - أي: $x_1 \leq 12$ (1)

- " " " B " " 8 أي: $x_2 \leq 8$ (1)

- بإضافة شرط عدم السالبية: $x_1 \geq 0$ ، $x_2 \geq 0$ نحصل على البرنامج التالي:

$$\text{Min } Z = 500.000x_1 + 400.000x_2$$

$$S/C \begin{cases} 200x_1 + 100x_2 \geq 1600 \\ 6x_1 + 7x_2 \geq 90 \\ x_1 \leq 12 \\ x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$ (0,25)

Scanné avec CamScanner

تمرين 02 : (8)

البرنامج الخطي :

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2$$

$$S/C \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 48 \\ x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 0 ,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

البرنامج الثنائي

$$\text{Min } W = 48y_1 + 20y_2$$

$$S/C \begin{cases} 4y_1 + y_2 \geq 3 \\ 3y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ y_1 \geq 0 ,\ y_2 \geq 0 \end{cases}$$

(1)

2- حل البرنامج W بطريقة السمبليكس :

$$\text{Min } W = 48y_1 + 20y_2 + 0e_1 + 0e_2 + MA_1 + MA_2$$

$$4y_1 + 1y_2 - e_1 + A_1 = 3$$

$$3y_1 + 2y_2 - e_2 + A_2 = 5$$

(0,5)

3- جدول الحل I :

y_1 : م. داخل

A_1 : ف. خارجة

(1,5)

عمود ارتكاز

نقطة ارتكاز

سطر ارتكاز

	c_j	48	20	0	0	M	M	B_i
		y_1	y_2	e_1	e_2	A_1	A_2	
M	A_1	4	1	-1	0	1	0	3/4 = 0,75
M	A_2	3	2	0	-1	0	1	5/3 = 1,66
$Z_j = \sum c_j \cdot y_j$		7M	3M	-M	-M	M	M	Z = 8M
$Z = c_j - Z_j$		48-7M	20-3M	M	M	0	0	/

أقل قيمة

4- جدول الحل II :

y_2 : متغير داخل

A_2 : فجوة خارجة

(1,5)

عمود ارتكاز

نقطة ارتكاز

سطر ارتكاز

	c_j	48	20	0	0	M	M	B_i
		y_1	y_2	e_1	e_2	A_1	A_2	
48	y_1	1	0,25	-0,25	0		0	0,75/0,25 = 3
M	A_2	0	1,25	0,75	-1		1	2,75/1,25 = 2,2
Z_j		48	12+1,25M	-12+0,75M	-M		+M	Z = 36 + 2,75M
Z		0	8-1,25M	12-0,75M	+M		0	

أقل قيمة

نلاحظ وجود قيم سالبة على السطر الأخير (Z) ⇐ مازال لم نصل إلى الحل الأمثل ⇐ نواصل تشكيل الجدول III

5- جدول الحل III :

(1,5)

	c_j	48	20	0	0	M	M	
		y_1	y_2	e_1	e_2	A_1	A_2	
48	y_1	1	0	-0,4	0,2			0,2
20	y_2	0	1	0,6	-0,8			2,2
Z_j		48	20	-7,2	-6,4			Z = 53,6
Z		0	0	7,2	6,4			/

من السطر الأخير للجدول (Z) نلاحظ أن جميع القيم هي موجبة أو معدومة ⇐ وصلنا إلى الحل الأمثل وعنده :

$y_1 = 0,2 \quad , y_2 = 2,2$

$W = 48(0,2) + 20(2,2)$ (1)

$W = 9,6 + 44$

$\boxed{W = 53,6}$

استنتاج الحل الأمثل للبرنامج الأصلي Z :

قيم x_i المثلى تقابل قيمة e_1 و e_1 على الترتيب ويمكن قراءتها من السطر الأخير :

$x_1 = 7,2 \ , \ x_2 = 6,4$ (1)

وتكون Z :

(نعوض في البرنامج Z)

$Z = 3(7,2) + 5(6,4) = 21,6 + 32$

$Z = 53,6$

CS Scanné avec CamScanner

تمرين 03: (6)

x_1 : عدد الوحدات المنتجة من P_1 (0.5)
x_2 : " " P_2

المدير المالي يستعين بالمعطيات، المبين الموارد في الجدول / الموارد في التمرين

	الورشة A_1	الورشة A_2	هامش الربح
المنتج P_1	3	6	1200
المنتج P_2	4	3	1000
الوقت	160 ساعة	180 ساعة	

دالة الهدف:
يتحدد الربح الإجمالي من مزيج هامش ربح كل منتج في عدد الوحدات المحلل من x_1 و x_2 كما يلي: (0.5)

$$\text{Max } Z = 1200x_1 + 1000x_2$$

قيد الوقت:
ساعات عمل الورشة A_1 موزعة بين P_1 و P_2 كما يلي: (0.75)
" " P_2 و P_1 " A_2 "
شرط عدم السالبية:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 160 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 180 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

النموذج الخطي: (0.5)

$$\text{Max } Z = 1200x_1 + 1000x_2$$

$$S/C \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 160 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 180 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

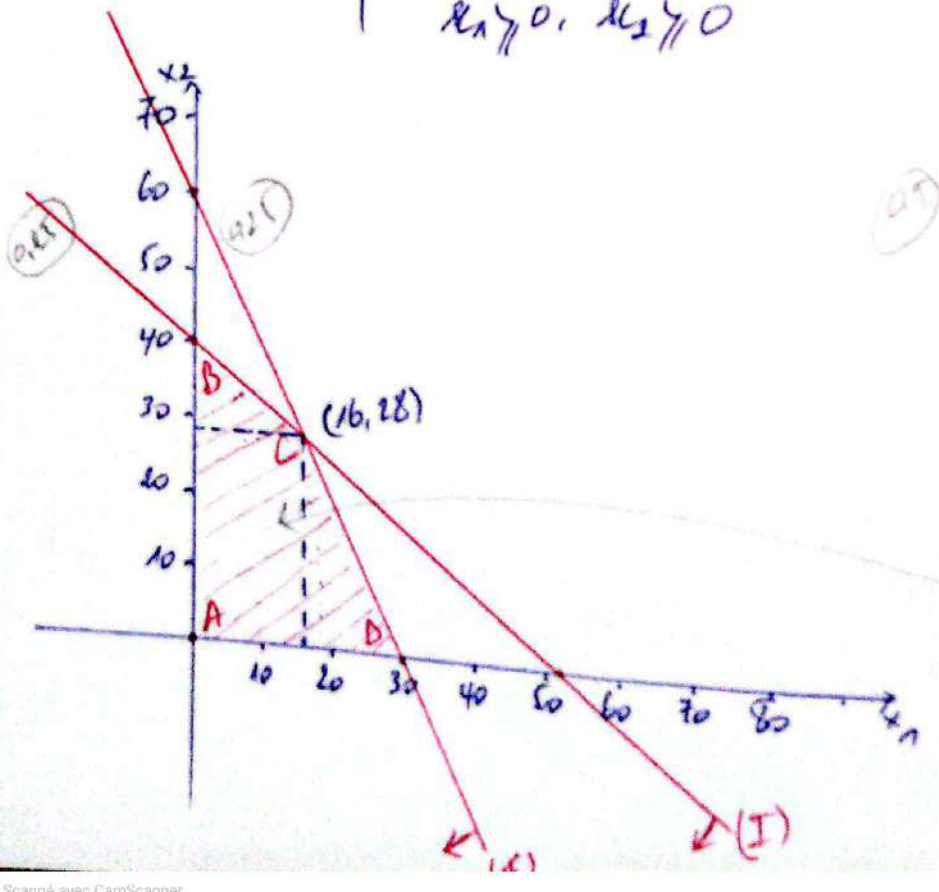
الحل البياني: (0.5)

مستقيم I (قيد 1): $3x_1 + 4x_2 = 160$ (0.5)
" II " $6x_1 + 3x_2 = 180$ "

(I)	x_1	0	53,33
	x_2	40	0

(II)	x_1	0	30
	x_2	60	0

تشكل مساحة الحلول المشتركة المتقاطع مضلعة بالمستقيمين (I) و (II).
وهي المضلع ذو الرؤوس: A B C D (0.25)



Scanné avec CamScanner

- إيجاد الحل الأمثل:

دالة الهدف من جهة التعظيم Max وعليه يكون الحل الأمثل في النقطة (الرأس) الذي يعطي أكبر قيمة لدالة الهدف Z.

0,5

يمثل الجدول المقابل إحداثيات كلا من ABCD

D	C	B	A	
30	16	0	0	y_1
0	28	40	0	y_2

- النقطة C تمثل تقاطع كلا من (I) و (II)، يمكن حسابها بيانيا أو رياضيا $C(16, 28)$.

- عند النقطة $A(0,0)$ تكون $Z = 1200(0) + 1000(0) = 0$

- عند $B(0,40)$ ← $Z = 1200(0) + 1000(40) = 40000$

- عند $C(16;28)$ ← $Z = 1200(16) + 1000(28) = 47.200$

- عند $D(30,0)$ ← $Z = 1200(30) + 1000(0) = 36.000$

1

نلاحظ أن Z تأخذ أكبر قيمة لها عند النقطة $C(16, 28)$ وتكون 47.200

أي أن المؤسسة تحقق أكبر ربح ممكن عند انتاجها 16 وحدة من المنتج P_1، 28 وحدة من P_2.