

الإجابة عن التمرين الأول:

أولاً: كتابة البرنامج الخطي لهذا المشكل

1- تحديد متغيرات القرار: (0,5 ن)

 x_1 : عدد الوحدات المنتجة من الخزانات لتعظيم الربح؛ x_2 : عدد الوحدات المنتجة من الطاولات لتعظيم الربح؛

2- صياغة دالة الهدف: (0,5 ن)

$$Max Z = (110 - 30 - 40) x_1 + (84 - 25 - 30) x_2 \rightarrow Max Z = 40 x_1 + 29 x_2$$

3- صياغة القيود: (2 ن)

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

• قيد ساعات العمل في قسم النجارة

$$2 x_1 + x_2 \leq 100$$

• قيد ساعات العمل في قسم التهيئة

$$x_1 \geq 40$$

• قيد الطلب على الخزانات

$$x_2 \leq 30$$

• قيد الطلب على الطاولات

4- شروط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$ أو نكتب: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ (0,25 ن)

5- كتابة البرنامج الخطي: (0.25 ن)

ومما سبق فإن البرنامج الخطي الذي يقابل هذه المشكلة يتم صياغته بهذا الشكل:

$$Max Z = 40 x_1 + 29 x_2$$

$$S/C \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 80 \\ 2 x_1 + x_2 \leq 100 \\ x_1 \geq 40 \\ x_2 \leq 30 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

ثانيا: كتابة البرنامج الخطي المتحصل عليه في صيغة قانونية وصيغة قياسية:

الصيغة القياسية (0.75 ن)	الصيغة القانونية (0.75 ن)
$Max Z = 40 x_1 + 29 x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + S_1 = 80 \\ 2 x_1 + x_2 + S_2 = 100 \\ x_1 - S_3 = 40 \\ x_2 + S_4 = 30 \\ x_1, x_2 \geq 0, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0 \end{cases}$	$Max Z = 40 x_1 + 29 x_2$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 80 \\ 2 x_1 + x_2 \leq 100 \\ -x_1 \leq -40 \\ x_2 \leq 30 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$

ثالثا: كتابة البرنامج الخطي في صيغة قانونية وقياسية إذا كان x_1 أقل من الصفر و x_2 غير محدد الإشارة

قبل كتابة البرنامج الخطي في صيغته القانونية والقياسية يجب أن نعالج حالة المتغيرين x_1 و x_2 ، وذلك كما يلي: (0,5 ن)

• حالة المتغير x_1 : لدينا: $x_1 \leq 0$ نضرب المتراجحة في (-1) وتصبح: $-x_1 \geq 0$

نفترض أن: $x_1' = -x_1 \geq 0 \rightarrow x_1 = -x_1'$

• حالة المتغير x_2 : نضع: $x_2 = (x_2' - x_2'')$ ، بشرط: $x_2' \geq 0, x_2'' \geq 0$ و $x_2' * x_2'' = 0$

وعليه في الصيغة القانونية والقياسية أين تكون x_1 نعوضها بالقيمة $(-x_1')$ وأين تكون x_2 نعوضها بالقيمة الجديدة $x_2' - x_2''$ وذلك كما يلي:

الصيغة القياسية (0.75 ن)	الصيغة القانونية (0.75 ن)
$Max Z = -40 x_1' + 29 (x_2' - x_2'') + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4$ $\begin{cases} -x_1' + (x_2' - x_2'') + S_1 = 80 \\ -2 x_1' + (x_2' - x_2'') + S_2 = 100 \\ -x_1' - S_3 = 40 \\ (x_2' - x_2'') + S_4 = 30 \\ x_1', x_2', x_2'', S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0 \end{cases}$	$Max Z = -40 x_1' + 29 (x_2' - x_2'')$ $\begin{cases} -x_1' + (x_2' - x_2'') \leq 80 \\ -2 x_1' + (x_2' - x_2'') \leq 100 \\ x_1' \leq -40 \\ (x_2' - x_2'') \leq 30 \\ x_1', x_2', x_2'' \geq 0 \end{cases}$

أ- تحويل المتراجحات إلى معادلات: (0,5 ن)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 9 \dots\dots\dots P_1 \\ x_1 - x_2 &= 9 \dots\dots\dots P_2 \\ x_1 + 3x_2 &= 17 \dots\dots\dots P_3 \\ x_1 &= 3 \dots\dots\dots P_4 \\ x_2 &= 10 \dots\dots\dots P_5 \end{aligned}$$

ب- تعيين احداثيات القيود (المعادلات): (0,75 ن)

بالنسبة للقيود (P_1) :

x_1	0	9
x_2	9	0

بالنسبة للقيود (P_2) :

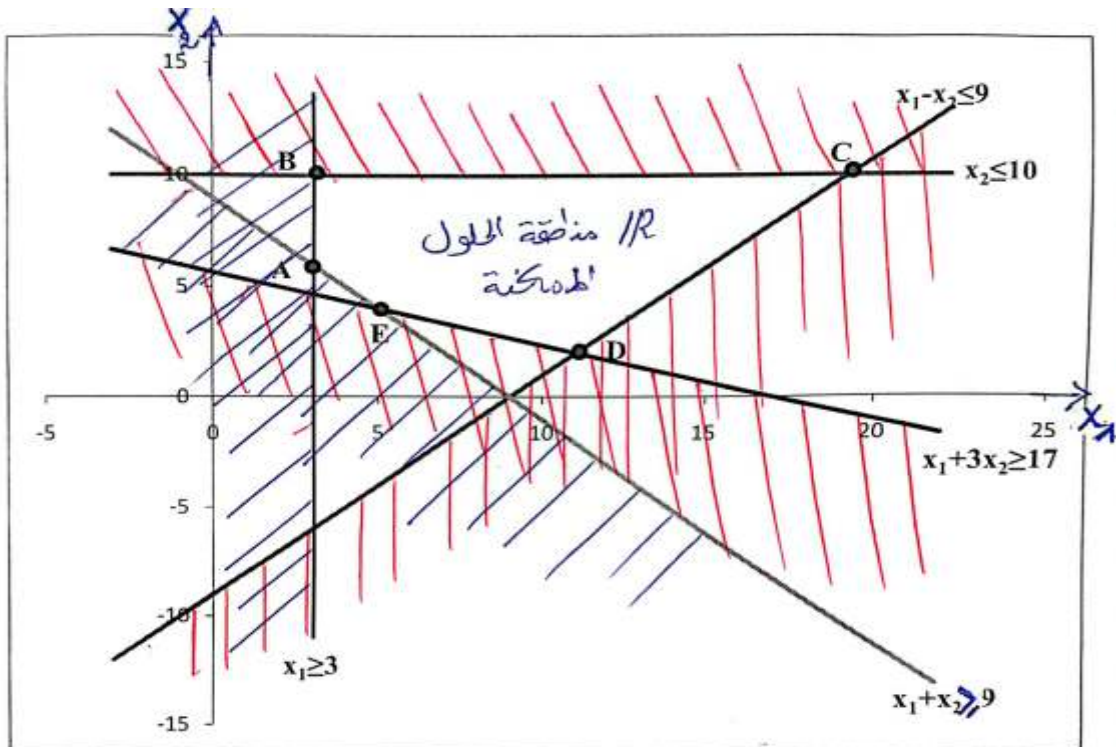
x_1	0	9
x_2	-9	0

بالنسبة للقيود (P_3) :

x_1	0	17
x_2	17/3	0

بالنسبة للقيود (P_4) و (P_5) يعينان في الرسم البياني مباشرة.

الرسم البياني: (1,5 ن)



منطقة الحلول الممكنة هي المنطقة المحددة بالمساحة (A, B, C, D, E).

ج- تعيين (تحديد) إحداثيات الرؤوس (A, B, C, D, E)

وعليه إحداثيات النقاط أو الرؤوس هي كالتالي: (1,25 ن)

A(3,6) B(3,10) C(19,10) D(11,2) E(5,4)

د- تعويض إحداثيات الرؤوس (A, B, C, D, E) في دالة الهدف لتحديد نقطة الحل الأمثل:

لدينا دالة الهدف بالشكل التالي: $\text{Max } Z = 3x_1 + 3x_2$

بتعويض إحداثيات الرؤوس (A, B, C, D, E) في دالة الهدف نجد: (1,25 ن)

$$Z(A) = 3(3) + 3(6) = 27$$

$$Z(B) = 3(3) + 3(10) = 39$$

$$Z(C) = 3(19) + 3(10) = 87$$

$$Z(D) = 3(11) + 3(2) = 39$$

$$Z(E) = 3(5) + 3(4) = 27$$

نلاحظ أن أكبر قيمة تقع عند النقطة (C)، وهي ذات الإحداثيات (19,10) $C(x_1, x_2) = (19,10)$ ، وعندها تكون قيمة دالة الهدف $Z=87$ ، إذن النقطة (C) هي نقطة الحل الأمثل. وتم اختيار أقل قيمة لان دالة الهدف عبارة عن تعظيم (Max). (0,25 ن)

الإجابة عن التمرين الثالث:

أولاً: إيجاد الحل الأمثل لهذا البرنامج مستعملاً طريقة السمبلكس

أ- تحويل البرنامج الخطي إلى الشكل (الصيغة) القياسي (المعياري): (0,5 ن)

$$\text{Max } Z = 12x_1 + 16x_2 + 4x_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

$$\text{S/C} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + S_1 = 4 \\ 2x_1 + 6x_3 + S_2 = 12 \\ x_2 + S_3 = 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0, S_1, S_2, S_3 \geq 0 \end{cases}$$

ب- كتابة دالة الهدف على الشكل $C_j - Z_j = 0$ وذلك كما يلي: (0,5 ن)

$$12x_1 + 16x_2 + 4x_3 - Z = 0$$

ج- وضع بيانات المشكلة (بيانات البرنامج الخطي بصيغته القياسية) في الجدول الأول لطريقة السمبلكس. ثم حساب الجداول الأخرى، وذلك كما يلي:

م غ أساسية م أساسية	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	b_i	
S_1	2	2	0	1	0	0	4	(1 ن)
S_2	2	0	6	0	1	0	12	
S_3	0	1	0	0	0	1	1	
$C_j - Z_j$	12	16	4	0	0	0	0	
S_1	2	0	0	1	0	-2	2	(1,5 ن)
S_2	2	0	6	0	1	0	12	
x_2	0	1	0	0	0	1	1	
$C_j - Z_j$	12	0	4	0	0	-16	-16	
x_1	1	0	0	1/2	0	-1	1	(1,5 ن)
S_2	0	0	6	-1	1	2	10	
x_2	0	1	0	0	0	1	1	
$C_j - Z_j$	0	0	4	-6	0	-4	-28	
x_1	1	0	0	1/2	0	-1	1	(1,5 ن)
x_3	0	0	1	-1/6	1/6	2/6	10/6	
x_2	0	1	0	0	0	1	1	
$C_j - Z_j$	0	0	0	-32/6	-4/6	-32/6	-208/6	

بما أن جميع معاملات دالة الهدف أقل أو تساوي الصفر أي: $C_j \leq 0$ (أنظر سطر $C_j - Z_j$ في الجدول الأخير)، فإننا وصلنا إلى الحل الأمثل حيث: (0,25 ن)

$$-Z_j = -208/6 \rightarrow Z^* = 208/6, x_1^* = 1, x_2^* = 1, x_3^* = 10/6$$

ثانيا: نوع الحل لهذا البرنامج (0,5 ن)

لهذا البرنامج حل وحيد لأن جميع قيم $C_j - Z_j < 0$ بالنسبة للمتغيرات خارج الأساس، و $C_j - Z_j = 0$ للمتغيرات الأساسية.

ثالثا: استنتاج الطاقات العاطلة والطاقات الفائضة (0,25 ن)

نلاحظ من النتائج المتحصل عليها في الجدول الأخير أنه لا توجد طاقات عاطلة ولا طاقات فائضة.