

UNIVERSITÉ DE JIJEL

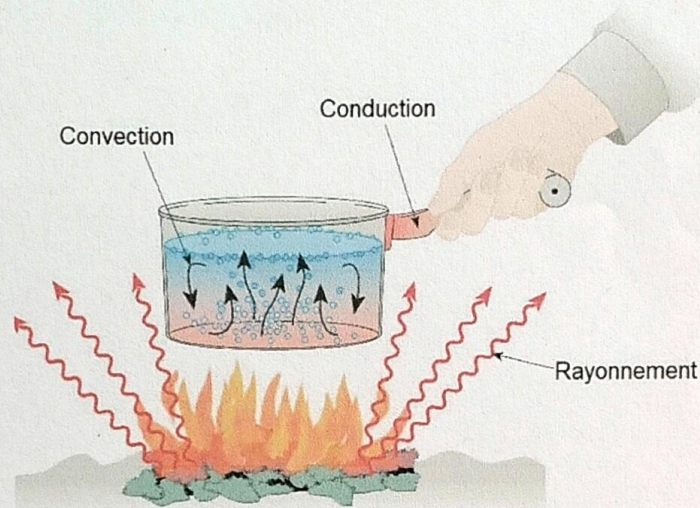
Faculté des Sciences et Technologie

Département de Génie des Procédés



POLYCOPIÉ DE COURS

Notions des Phénomènes de Transfert



Réalisé par :

Dr. BOUDJADJA YAZID

Maître de Conférences – Classe A

Niveau :

Licence 2ème année – **Génie des Procédés**

Année Universitaire 2022/2023

FICHE PÉDAGOGIQUE DE COURS

Informations Générales

Rubrique	Détail
Intitulé de la matière	Notions des Phénomènes de Transfert
Niveau d'études	Licence 2ème année — Génie des Procédés
Volume horaire hebdomadaire	Cours : 1h30 — TD : 1h30
Crédits	4 crédits
Coefficient	2
Mode d'évaluation	Examen Final : 100 %
Responsable	Dr. BOUDJADJA YAZID (Maître de Conférences — A)
Département	Génie des Procédés

Contenu de la Matière

Chapitre	Intitulé
Chapitre I	Introduction aux modes de transfert — Bilans de matière, d'énergie et de quantité de mouvement
Chapitre II	Transfert de chaleur — Conduction, Convection, Rayonnement
Chapitre III	Transfert de matière — Diffusion moléculaire, Transfert par

Chapitre	Intitulé
	convection
Chapitre IV	Transfert de quantité de mouvement — Propriétés des fluides, Statique des fluides, Équations de conservation
Chapitre V	Transfert couplé — Applications industrielles
Chapitre VI	Applications industrielles et annexes techniques

Objectifs du Cours

Ce cours a pour objectif de fournir à l'étudiant les bases théoriques et pratiques des phénomènes de transfert dans les systèmes physiques et chimiques. À l'issue de cet enseignement, l'étudiant sera capable de :

- Identifier et distinguer les trois modes de transfert : chaleur, matière et quantité de mouvement
- Appliquer les lois fondamentales (Fourier, Fick, Newton) aux problèmes de transfert
- Réaliser des bilans de matière et d'énergie sur des systèmes ouverts et fermés
- Analyser les propriétés des fluides et comprendre les lois de la statique et de la dynamique des fluides
- Résoudre des problèmes d'ingénierie faisant intervenir des phénomènes de transfert couplés

Prérequis

Pour suivre ce cours dans de bonnes conditions, l'étudiant doit maîtriser les notions de :

- Thermodynamique de base (premier et deuxième principes)
 - Mathématiques : calcul différentiel et intégral, équations différentielles
 - Chimie générale : stœchiométrie, concentrations, équilibres chimiques
 - Physique : mécanique des fluides élémentaire, électrostatique
-

TABLE DES MATIÈRES

1. Chapitre I : Introduction aux Modes de Transfert
 2. Chapitre II : Transfert de Chaleur
 3. Chapitre III : Transfert de Matière
 4. Chapitre IV : Transfert de Quantité de Mouvement
 5. Chapitre V : Transfert Couplé
 6. Chapitre VI : Applications Industrielles
 7. Annexe I : Exercices d'Application
 8. Annexe II : Formulaire Récapitulatif
 9. Annexe III : Glossaire
 10. Annexe IV : Données Physiques et Techniques
 11. Bibliographie et Références
-

CHAPITRE I : INTRODUCTION AUX MODES DE TRANSFERT

I.1. Introduction

Les phénomènes de transfert constituent un domaine fondamental du génie chimique et des procédés. Ils décrivent la manière dont certaines grandeurs physiques (chaleur, matière, quantité de mouvement) se propagent dans un milieu sous l'effet d'un gradient d'une grandeur intensive (température, concentration, vitesse).

Dans ce cours, trois disciplines scientifiques dont le principal objectif est l'étude d'un phénomène de transfert seront abordées :

- **Le transfert de chaleur** : étude du transfert de la quantité de chaleur décrivant la variation de la température dans un milieu.
- **Le transfert de matière** : étude du transfert de quantité de matière décrivant l'évolution de la concentration en une espèce dans un milieu.
- **Le transfert de quantité de mouvement** : étude du transfert de quantité de mouvement dans un fluide visant à décrire l'évolution de la vitesse d'un fluide.

Tableau comparatif des trois types de transfert

Caractéristique	Transfert de Chaleur	Transfert de Matière	Transfert de Qté de Mouvement
Flux transféré	Quantité de chaleur	Quantité de matière	Quantité de mouvement

Caractéristique	Transfert de Chaleur	Transfert de Matière	Transfert de Qté de Mouvement
Mécanisme de transport	Loi de Fourier (conduction)	Loi de Fick (diffusion)	Loi de Newton
Propriété de transport	Conductivité thermique (λ)	Diffusivité (D)	Viscosité (μ)
Bilan sur	Énergie	Matière	Mouvement
Profil déterminé	Température T(x,t)	Concentration C(x,t)	Vitesse v(x,t)
Transfert aux interfaces	Coefficient h ($W/m^2 \cdot K$)	Coefficient K (m/s)	Facteur de friction f
Bilan macroscopique	Bilan enthalpique	Bilan de matière	Équation de Bernoulli

I.2. Définitions Fondamentales

I.2.1. Phénomène de Transfert

Un phénomène de transfert est la tendance spontanée des systèmes physiques et chimiques à rendre uniformes les grandeurs qui provoquent le transfert. Tous les phénomènes de transfert ont pour origine l'inhomogénéité d'une grandeur intensive.

Les entités transférées les plus connues sont la chaleur, la matière et la quantité de mouvement. On peut distinguer :

- **Le transfert par diffusion** (transport moléculaire)

- **Le transfert par convection** (transport macroscopique)
- **Le transfert par rayonnement** (transport électromagnétique)

Exemples de phénomènes de transfert :

- Viscosité : transfert de quantité de mouvement dû à une inhomogénéité de vitesse
- Diffusion moléculaire : transfert du nombre de particules dû à une inhomogénéité de densité particulaire
- Diffusion thermique : transfert thermique si la température n'est pas uniforme
- Conductivité électrique : transfert de charge électrique en cas de différence de potentiel

Relation générale :

Densité de flux = Constante de transport × Gradient de la grandeur motrice

I.2.2. Définition d'un Système

On appelle **système** l'ensemble de la matière située à l'intérieur d'un volume V délimité par une enveloppe fermée de surface externe S.

On distingue plusieurs types de systèmes :

Type	Définition
Système fermé	N'échange pas de matière avec le milieu extérieur
Système ouvert	Échange de la matière avec l'environnement (entrées et sorties)
Système isolé	N'échange ni chaleur ni matière avec le milieu

Type	Définition
	extérieur

Un système est caractérisé par deux catégories de paramètres :

- **Grandeurs extensives** : proportionnelles à la quantité du système (masse, volume, entropie, quantité de chaleur, quantité de mouvement, ...)
- **Grandeurs intensives** : indépendantes de la quantité du système (densité, pression, température, potentiel chimique, ...)

Un système est en **équilibre** si aucune de ses propriétés macroscopiques n'évolue dans le temps.

I.2.3. Les Contraintes d'un Système

On appelle contraintes du système toutes les relations mathématiques entre les processus de transport de matière, de chaleur et de quantité de mouvement. On distingue 5 groupes de relations :

- **a) Principes de conservation des grandeurs extensives** : conservation de la matière, de l'énergie, de la quantité de mouvement et de la charge électrique.
- **b) Lois d'équilibre statique** : exprimant un équilibre mécanique, physique ou chimique — applications du premier principe de la thermodynamique.
- **c) Lois cinétiques** : exprimant le sens et la vitesse d'évolution d'un système.
- **d) Relations capacitatives** : expriment la quantité, par unité de volume, de chacune des grandeurs extensives.
- **e) Relations de texture géométrique** : donnent la forme et les dimensions d'un

appareil (ex. : distribution des diamètres de pores dans un catalyseur solide).

I.3. Les Lois Linéaires de Transport et de Capacité

I.3.1. Lois Linéaires de Transport Moléculaire

Les trois grandes lois de transport moléculaire établissent une proportionnalité entre le flux d'une grandeur et le gradient de la grandeur motrice associée :

Loi	Grandeur transférée (flux)	Grandeur motrice (potentiel)	Constante	Expression
Loi de Fick	Nombre de moles d'un constituant A dans B	Concentration molaire C_a	D : coefficient de diffusion (m^2/s)	$J_a = -D \cdot dC_a/dx$
Loi de Fourier	Quantité de chaleur (W/m^2)	Température T	λ : conductivité thermique ($W/m \cdot K$)	$q = -\lambda \cdot dT/dx$
Loi de Newton	Quantité de mouvement (N/m^2)	Vitesse d'écoulement v	μ : viscosité dynamique ($Pa \cdot s$)	$\tau = -\mu \cdot dv/dy$

I.3.2. Lois Linéaires de Capacité

Pour exprimer la quantité d'une grandeur extensive par unité de volume, on utilise la relation :

Masse volumique d'extensité = Capacité × Potentiel

Exemple pour un gaz parfait (pression P) : $C = P / (R \cdot T)$ [mol/m³]

La capacité du milieu (quantité de moles par unité de volume et par unité de pression) vaut : $C = 1/(R \cdot T)$.

I.3.3. Application Comparée aux Trois Types de Transfert

En faisant l'hypothèse que les transports par turbulence se superposent aux transports par diffusion moléculaire, on peut écrire les lois généralisées. Pour chaque type de transfert, les paramètres de transport se divisent en deux groupes :

- **D, μ et λ** : constantes numériques dépendant uniquement des propriétés physiques du milieu (valeurs tabulées).
- **D_t , μ_t et λ_t** : paramètres de transport turbulent, qui dépendent des conditions d'écoulement (vitesse, géométrie, ...).

Propriété	Transfert de Chaleur	Transfert de Matière	Qté de Mouvement
Transport moléculaire	λ (W/m·K)	D (m ² /s)	μ (Pa·s)
Transport turbulent	$\lambda_t = \rho \cdot C_p \cdot \varepsilon H$	$D_t = \varepsilon M$	$\mu_t = \rho \cdot \varepsilon M$
Diffusivité effective	$\alpha = \lambda / (\rho \cdot C_p)$	D eff	$\nu = \mu / \rho$
Nombre adimensionnel	Prandtl $Pr = \nu / \alpha$	Schmidt $Sc = \nu / D$	—

I.4. Principe de Conservation de la Matière

I.4.1. Régimes d'Écoulement

Un système ouvert peut fonctionner selon deux modalités principales :

Régime	Caractéristique
Stationnaire (permanent)	Les paramètres varient localement d'un point à un autre, mais les dérivées par rapport au temps sont nulles ($\partial/\partial t = 0$)
Transitoire	Régime d'évolution d'un système qui n'a pas encore atteint un état stable. Les paramètres varient dans le temps.

I.4.2. Bilan de Matière pour une Espèce A

Dans les cas pratiques où le système ouvert se réduit à une seule entrée et une seule sortie, le bilan de matière du constituant A prend la forme suivante :

$$\text{Débit d'entrée} + \text{Débit de production chimique} = \text{Débit de sortie} + \text{Débit d'accumulation}$$

Cas particuliers :

- Pour un système fermé : les débits d'entrée et de sortie sont nuls.
- Pour un système ouvert en régime stationnaire : le débit d'accumulation est nul, donc
Entrée + Production = Sortie.
- Pour un système sans réaction chimique : le débit de production est nul.

I.4.3. Bilan d'Énergie

De manière analogue au bilan de matière, le bilan d'énergie (premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert en régime stationnaire) s'écrit :

$$\dot{Q} + \dot{W}_s = \dot{m} \cdot [(h_2 - h_1) + (v_2^2 - v_1^2)/2 + g(z_2 - z_1)]$$

Où :

- \dot{Q} : débit de chaleur échangé avec le milieu extérieur (W)
- \dot{W}_s : puissance du travail de l'arbre (travail utile) (W)
- \dot{m} : débit massique (kg/s)
- h : enthalpie spécifique (J/kg)
- v : vitesse du fluide (m/s)
- z : altitude (m)

I.4.4. Bilan de Quantité de Mouvement

Pour un système ouvert en régime stationnaire, la résultante des forces extérieures appliquées à un volume de contrôle est égale au flux net de quantité de mouvement sortant :

$$\Sigma F_{\text{ext}} = \dot{m} \cdot (v_{\square \text{ sortie}} - v_{\square \text{ entrée}})$$

Ce bilan constitue la base de l'équation de Navier-Stokes et de la relation de Bernoulli généralisée que nous étudierons dans le Chapitre IV.

CHAPITRE II : TRANSFERT DE CHALEUR

II.1. Introduction

Un transfert de chaleur correspond à un transfert d'énergie thermique entre particules. Il permet de caractériser la température dans un système et les flux de chaleur. Il a une importance déterminante pour l'étude et le fonctionnement d'appareils tels que : les générateurs de vapeur, les fours, les échangeurs de chaleur, les condenseurs, les réacteurs chimiques, etc.

Le transfert de chaleur se caractérise par la densité du flux de chaleur q exprimée en $J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$ (W/m^2).

II.2. Définitions et Grandeurs Thermiques

Grandeur	Symbole	Définition	Unité
Chaleur	Q	Quantité d'énergie thermique contenue dans un corps et qu'il est possible d'extraire	J (Joule)
Température	T	Mesure indirecte du degré d'agitation microscopique des atomes	°C ou K
Chaleur spécifique	Cp	Capacité du corps à	J/(kg·K)

Grandeur	Symbole	Définition	Unité
		emmagasiner la chaleur : $\Delta Q =$ $m \cdot C_p \cdot \Delta T$	
Enthalpie	H	Quantité d'énergie par unité de masse : $\Delta H =$ $\Delta Q/m$	J/kg
Chaleur latente	L	Énergie nécessaire à un changement d'état à T constante	J/kg ou J/mol
Flux de chaleur	Φ	Débit de chaleur : $\Phi =$ $\Delta Q/\Delta t$	W (Watt)
Densité de flux	q	Flux par unité de surface : $q = \Phi/S$	W/m ²

La relation générale entre le flux de chaleur, la surface d'échange et la différence de température est :

$$\Phi = h \cdot S \cdot (T_1 - T_2)$$

Où h est le coefficient d'échange de chaleur, qui dépend du mode de transfert.

II.3. Modes de Transfert de Chaleur

Le transfert de chaleur s'effectue selon trois modes distincts, souvent combinés dans les

applications industrielles :

Mode	Mécanisme	Milieu requis	Loi fondamentale
Conduction	Chocs moléculaires sans déplacement macroscopique	Solide ou fluide immobile	Loi de Fourier
Convection	Déplacement de particules fluides de différentes températures	Fluide en mouvement	Loi de Newton (convection)
Rayonnement	Ondes électromagnétiques (infrarouges)	Aucun (même dans le vide)	Loi de Stefan-Boltzmann

II.3.1. Transfert par Conduction

Le transfert par conduction est un échange d'énergie thermique en présence d'un gradient de température, sans déplacement de matière à l'échelle macroscopique. L'énergie se propage par contact direct entre molécules, à cause des chocs aléatoires à l'échelle microscopique.

Dans les solides, deux mécanismes contribuent à la conduction :

- La conduction par les électrons libres (métaux conducteurs)
- La conduction par les vibrations du réseau cristallin (phonons)

a) Loi de Fourier

Pour un régime monodirectionnel, le flux de chaleur traversant une paroi de surface S est donné par la loi de Fourier :

$$q = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \quad (\text{W/m}^2)$$
$$\Phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \quad (\text{W})$$

Où :

- q : densité de flux de chaleur (W/m^2)
- λ : conductivité thermique du milieu ($\text{W/m}\cdot\text{K}$)
- $\frac{dT}{dx}$: gradient de température dans la direction x (K/m)

Le signe négatif traduit le fait que la chaleur se transfère dans le sens des températures décroissantes (de la zone chaude vers la zone froide), conformément au deuxième principe de la thermodynamique.

Valeurs typiques de la conductivité thermique λ :

Matériau	λ ($\text{W/m}\cdot\text{K}$)	Matériau	λ ($\text{W/m}\cdot\text{K}$)
Argent	419	Grès	1,8
Cuivre	386	Verre	0,78
Aluminium	204	Eau (à 20°C)	0,55
Fer (pur)	73	Laine de verre	0,04
Acier inoxydable	16	Polystyrène	0,025
Béton	1,7	Air (à 20°C)	0,026

b) Diffusivité Thermique

La diffusivité thermique α (m²/s) est une propriété du milieu qui caractérise la vitesse de propagation d'un signal thermique :

$$\alpha = \lambda / (\rho \cdot C_p) \text{ (m}^2\text{/s)}$$

Où ρ est la masse volumique (kg/m³) et C_p la chaleur spécifique (J/kg·K). Une diffusivité élevée signifie que le matériau répond rapidement aux changements thermiques.

c) Répartition de la Température dans un Mur Plan

Pour un mur plan d'épaisseur e , de section S , avec des températures T_0 en $x=0$ et T_1 en $x=e$:

$$T(x) = T_0 + (T_1 - T_0) \cdot x/e$$

La densité de flux de chaleur est constante dans le mur et vaut :

$$q = \lambda \cdot (T_0 - T_1) / e$$

Si $T_0 > T_1$: le flux est positif, la chaleur pénètre par $x=0$ et ressort par $x=e$.

Si $T_0 < T_1$: le flux est négatif, la chaleur pénètre par $x=e$ et ressort par $x=0$.

d) Résistance Thermique

Par analogie avec la résistance électrique (Loi d'Ohm : $U = R \cdot I$), on définit la résistance thermique :

$$R_t = e / (\lambda \cdot S) \text{ (K/W)}$$

$$\Delta T = R_t \cdot \Phi$$

Pour un mur composite (n couches en série) :

$$R_{t_total} = R_{t1} + R_{t2} + \dots + R_{tn} = \sum (e_i / \lambda_i \cdot S)$$

Pour des résistances en parallèle :

$$1/R_{t_total} = 1/R_{t1} + 1/R_{t2} + \dots + 1/R_{tn}$$

Exemple — Mur composite (paroi + convection) :

$$R_{t_total} = 1/(h_1 \cdot S) + e/(\lambda \cdot S) + 1/(h_2 \cdot S)$$

Cette expression est très utilisée pour calculer les pertes thermiques à travers les parois des bâtiments, des tuyauteries ou des équipements industriels.

II.3.2. Transfert par Convection

Le transfert par convection apparaît entre deux phases dont l'une au moins est mobile. Il est dû au déplacement de molécules de différentes températures et de masse volumique. C'est le mode de transfert dominant dans les échangeurs de chaleur industriels.

La quantité de chaleur échangée par unité de temps dépend de plusieurs paramètres :

- La différence de température entre la paroi et le fluide
- La vitesse du fluide
- La capacité thermique massique du fluide
- La forme et la rugosité de la surface d'échange
- La nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent)

a) Types de Convection

Type	Mécanisme	Exemple
Convection naturelle (libre)	Différence de masse volumique → poussée	Chauffage d'une pièce par un radiateur

Type	Mécanisme	Exemple
	d'Archimède génère le mouvement	
Convection forcée	Mouvement induit par une cause externe (pompe, ventilateur, différence de pression)	Système de refroidissement de moteur

b) Loi de Newton (Convection)

Quel que soit le type de convection et le régime d'écoulement, le flux de chaleur transmis est donné par la loi de Newton pour la convection :

$$\Phi = h \cdot S \cdot (T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}}) \quad (\text{W})$$

$$q = h \cdot (T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}}) \quad (\text{W/m}^2)$$

Où h est le coefficient d'échange thermique par convection (W/m²·K).

Valeurs typiques du coefficient h :

Fluide / Situation	h (W/m ² ·K)
Air — convection naturelle	5 – 25
Air — convection forcée	25 – 250
Eau — convection forcée	100 – 900
Huile — convection forcée	50 – 2 000
Ébullition de l'eau	2 000 – 25 000

Fluide / Situation	h (W/m²·K)
Condensation de la vapeur	5 000 – 100 000
Métaux fondus	6 000 – 120 000

c) Nombre de Nusselt

Le coefficient h est souvent déterminé à partir du nombre de Nusselt (Nu), nombre adimensionnel :

$$\mathbf{Nu = h \cdot L / \lambda_{\text{fluide}}}$$

Où L est une longueur caractéristique (m) et λ_{fluide} la conductivité thermique du fluide. Des corrélations empiriques permettent de calculer Nu en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl (voir TD).

II.3.3. Transfert par Rayonnement

Le rayonnement thermique est un mode de transfert d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. Ses caractéristiques principales sont :

- Échange d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques (principalement infrarouges)
- Pas de déplacement de matière
- Pas de contact nécessaire entre les corps
- Ne nécessite aucun milieu de transmission (propagation dans le vide)

a) Flux Énergétique

Le flux énergétique de rayonnement est l'énergie émise par une source ou reçue par une surface sous forme de rayonnement :

$$\phi = dQ/dt \text{ (W)}$$

b) Intensité Énergétique

L'intensité I d'un faisceau ou d'une source dans une direction donnée est le rapport entre le flux énergétique émis et l'angle solide élémentaire $d\Omega$:

$$I = d\phi/d\Omega \text{ (W}\cdot\text{sr}^{-1}\text{)}$$

c) Émittance Énergétique

L'émittance M d'une source est le flux par unité de surface :

$$M = d\phi/dS \text{ (W/m}^2\text{)}$$

d) Luminance Énergétique

La luminance du point O dans une direction faisant un angle θ avec la normale à dS est :

$$L = dI / (dS \cdot \cos \theta) \text{ (W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}\text{)}$$

e) Loi de Stefan-Boltzmann

Pour un corps noir (émetteur parfait), le flux rayonné par unité de surface ne dépend que de la température absolue :

$$M = \sigma \cdot T^4 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

Où $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann.

Pour un corps réel (corps gris), on introduit l'émissivité ε ($0 \leq \varepsilon \leq 1$) :

$$M = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

f) Échange de Chaleur par Rayonnement entre Deux Surfaces

La quantité de chaleur échangée par rayonnement entre deux parois s'écrit :

$$Q = \varepsilon_{1-2} \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Où ε_{1-2} est le facteur d'émission global tenant compte des géométries et des émissivités des deux surfaces.

II.4. Exemples d'Applications

II.4.1. Déperdition Thermique d'un Réfrigérateur

Un réfrigérateur ayant la forme d'un parallélépipède rectangle (1,20 m de haut, 0,60 m de large, 0,50 m de profondeur). Les parois sont constituées de plaques en plastique d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$ et $\lambda = 0,12 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. La température des faces extérieures = 20°C .

Calculer la résistance thermique R_t et déduire le flux de chaleur Φ pour maintenir à 5°C la température des faces internes.

Solution :

$$\begin{aligned} \text{Calcul des surfaces : } S_1 &= 1,2 \times 0,6 = 0,72 \text{ m}^2 \\ S_2 &= 1,2 \times 0,5 = 0,60 \text{ m}^2 \\ S_3 &= 0,6 \times 0,5 = 0,30 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$S_{\text{total}} = 2 \cdot (S_1 + S_2 + S_3) = 2 \times (0,72 + 0,60 + 0,30) = \mathbf{3,24 \text{ m}^2}$$

$$\text{Calcul de la résistance thermique : } R_t = e / (\lambda \cdot S) = 0,003 / (0,12 \times 3,24) = \mathbf{7,72 \times 10^{-3} \text{ K/W}}$$

$$\text{Calcul du flux de chaleur : } \Phi = \Delta T / R_t = (20 - 5) / (7,72 \times 10^{-3}) = 15 / (7,72 \times 10^{-3}) \approx \mathbf{1943 \text{ W}}$$

II.4.2. Mur avec Convection aux Deux Faces

Calculer les températures des deux faces d'un mur d'épaisseur 0,4 m, $S = 1 \text{ m}^2$, $\lambda = 0,813 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $T_{\text{ext}} = -15^\circ\text{C}$, $T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$, $h_{\text{ext}} = 25 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, $h_{\text{int}} = 8,33 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.

Solution :

$$\text{Résistances thermiques en série : } R_{t_{\text{conv_ext}}} = 1/h_{\text{ext}}\cdot S = 1/(25 \times 1) = 0,04 \text{ K/W}$$

$$R_{t_mur} = e/\lambda \cdot S = 0,4/(0,813 \times 1) = 0,492 \text{ K/W}$$

$$R_{t_conv_int} = 1/h_{int} \cdot S = 1/(8,33 \times 1) = 0,120 \text{ K/W}$$

$$R_{t_total} = 0,04 + 0,492 + 0,120 = \mathbf{0,652 \text{ K/W}}$$

$$\text{Flux de chaleur : } \Phi = \Delta T_{total} / R_{t_total} = (20 - (-15)) / 0,652 = 35/0,652 \approx \mathbf{53,7 \text{ W}}$$

$$\text{Températures aux faces du mur : } T_{face_ext} = T_{ext} + \Phi \cdot R_{t_conv_ext} = -15 + 53,7 \times 0,04 = \mathbf{-12,85^\circ C}$$

$$T_{face_int} = T_{int} - \Phi \cdot R_{t_conv_int} = 20 - 53,7 \times 0,120 = \mathbf{13,56^\circ C}$$

CHAPITRE III : TRANSFERT DE MATIÈRE

III.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de détailler les mécanismes de transport de la matière et de présenter le formalisme permettant de décrire les transferts. Le transport de matière est quantifié par un flux de matière (ou plus exactement une densité de flux de matière), N , qui représente la masse (ou le nombre de moles) traversant une unité de surface par unité de temps :

N en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ ou $\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$

Le transfert de matière est fondamental dans les opérations unitaires du génie chimique : absorption, distillation, extraction liquide-liquide, adsorption, séchage, cristallisation, etc.

III.2. Systèmes de Flux Massique et Molaire

Pour un mélange contenant N constituants, on peut définir des grandeurs massiques ou molaires. Pour le constituant i :

Grandeur	Notation massique	Notation molaire
Quantité	masse m_i (kg)	quantité de matière n_i (mol)
Concentration	$\rho_i = m_i/V$ (kg/m ³)	$c_i = n_i/V$ (mol/m ³)
Fraction	$\omega_i = m_i/m$ (--)	$x_i = n_i/n$ (--)
Vitesse moyenne du mélange	$v = \sum(\omega_i \cdot v_i)$	$v^* = \sum(x_i \cdot v_i)$
Vitesse de diffusion du	$v_i - v$	$v_i - v^*$

Grandeur	Notation massique	Notation molaire
constituant i		
Flux global	$N_i = \rho_i \cdot v_i$ (kg/m ² ·s)	$N_i^* = c_i \cdot v_i$ (mol/m ² ·s)
Flux de diffusion (par rapport au mélange)	$J_i = \rho_i \cdot (v_i - v)$ (kg/m ² ·s)	$J_i^* = c_i \cdot (v_i - v^*)$ (mol/m ² ·s)

Note : Le flux total d'un constituant est la somme du flux convectif (avec le mouvement du fluide) et du flux diffusif (relatif au mouvement propre du constituant).

III.3. Phénomènes Induisant un Transfert de Matière

Différents phénomènes sont responsables du transport de la matière :

Phénomène	Mécanisme
Transport diffusif	Différence de concentration dans l'espace → déplacement spontané des zones concentrées vers les zones diluées
Transport convectif	Mouvement macroscopique du fluide → transport automatique de matière
Transport électrophorétique	Déplacement de particules chargées sous l'effet d'un champ électrique
Transport thermophorétique	Migration de particules sous l'effet d'un gradient de température

III.4. Transfert Diffusif

Lorsqu'on s'intéresse au transfert de matière, on doit distinguer deux cas selon que le transfert se fait au sein d'une phase ou entre deux phases partiellement ou totalement immiscibles. En outre, chacune des phases peut être mobile ou immobile :

- **Phase immobile** : le transport se fait uniquement par diffusion moléculaire.
- **Phase mobile** : le transport par diffusion moléculaire est complété par la diffusion turbulente.

III.4.1. Diffusion Moléculaire

La diffusion moléculaire est la migration d'espèces chimiques induite par l'agitation thermique (mouvement Brownien). Elle intervient dans de nombreuses situations industrielles et biologiques :

- Diffusion des éléments entre eux pour former un composé (métallurgie)
- Dissolution d'un solide dans un liquide
- Évaporation d'un liquide dans un gaz
- Transport de l'oxygène dans les poumons
- Purification par membranes

III.4.2. Diffusion Turbulente

La diffusion turbulente se caractérise par l'existence de transferts de matière s'effectuant dans des directions différentes de la direction principale d'écoulement. Elle est due aux fluctuations de vitesse caractéristiques de l'écoulement turbulent (fluctuations aléatoires dans les trois

directions de l'espace).

En régime turbulent, le coefficient de diffusion effectif est beaucoup plus grand que le coefficient de diffusion moléculaire, ce qui accélère considérablement les transferts.

III.4.3. Évaluation du Flux Diffusionnel : Lois de Fick

Les lois empiriques de Fick décrivent le transfert diffusif de la matière.

a) Première Loi de Fick

La première loi de Fick énonce que le flux de diffusion J_a est proportionnel au gradient de concentration, par l'intermédiaire du coefficient de diffusion D . Considérons un milieu B dans lequel se trouve une espèce chimique A , de concentration C_a en un point (x, y, z) à un instant t :

$$J_a = -D_a B \cdot \frac{dC_a}{dx} \quad (\text{mol/m}^2 \cdot \text{s}) \quad [\text{géométrie plane}]$$

$$J_a = -D_a B \cdot \frac{dC_a}{dr} \quad [\text{géométrie cylindrique ou sphérique}]$$

Le signe $(-)$ traduit le fait que le transfert s'effectue des zones concentrées vers les zones diluées (diminution de la concentration).

Généralisation en 3 dimensions (vecteur flux de diffusion) :

$$\mathbf{J}_a = -D_a B \cdot \text{grad}(C_a) = -D_a B \cdot \left(\frac{\partial C_a}{\partial x} \cdot \mathbf{i} + \frac{\partial C_a}{\partial y} \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial C_a}{\partial z} \cdot \mathbf{k} \right)$$

En géométrie cylindrique : $J_a = -D_a B \cdot \left(\frac{dC_a}{dr} \right)$ avec $dV = 2\pi \cdot r \cdot l \cdot dr$

En géométrie sphérique : $J_a = -D_a B \cdot \left(\frac{dC_a}{dr} \right)$ avec $dV = 4\pi \cdot r^2 \cdot dr$

Cas particuliers importants :

- En milieu homogène ($C = \text{cte}$) : $dC/dx = 0$, donc $J_a = 0$ (pas de flux de diffusion).
- En régime permanent : C est indépendant du temps ($dC/dt = 0$), donc $dJ/dt = 0$.

Ordres de grandeur du coefficient de diffusion D_{aB} :

Type de système	D_{aB} (m ² /s)
Diffusion gaz-gaz (à 25°C, 1 atm)	10 ⁻⁵ à 10 ⁻⁴
Diffusion liquide-liquide (à 25°C)	10 ⁻¹⁰ à 10 ⁻⁹
Diffusion solide-solide (à haute T)	10 ⁻¹⁵ à 10 ⁻¹⁰
Diffusion gaz dans liquide	10 ⁻⁹ à 10 ⁻⁸

Relation de Diffusion — Distance de Diffusion :

La distance de diffusion est exprimée selon une loi proportionnelle à la racine carrée du temps :

$$L = (D_{aB} \cdot t)^{1/2} \text{ (m)}$$

Cette relation est très utile pour estimer le temps nécessaire à la diffusion d'une espèce sur une distance donnée.

b) Deuxième Loi de Fick

La deuxième loi de Fick exprime la conservation du nombre de particules. Elle est valable pour un milieu à concentration totale constante (mélange dilué). Elle est obtenue en combinant la première loi de Fick avec l'équation de continuité :

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = D_{aB} \cdot \frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} \quad [\text{en 1D, régime transitoire}]$$

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = D_{aB} \cdot \Delta C_a = D_{aB} \cdot (\frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_a}{\partial z^2}) \quad [\text{en 3D}]$$

En régime permanent ($\frac{\partial C_a}{\partial t} = 0$) : $d^2 C_a / dx^2 = 0 \rightarrow C_a(x) = A \cdot x + B$ [profil linéaire]

Pour un mélange binaire (A + B) en milieu à concentration totale constante : $J_a + J_B = 0 \rightarrow$

$$J_B = -J_a$$

$$D_a B = D_{B_a} \text{ [symétrie du coefficient de diffusion]}$$

III.5. Transfert Convectif de Matière

Le transfert convectif de matière implique un transport macroscopique par l'écoulement du fluide. Le flux total d'un constituant A dans un fluide en mouvement est la somme du flux diffusif et du flux convectif :

$$N_a = J_a + C_a \cdot v = -D_a B \cdot \text{grad}(C_a) + C_a \cdot v$$

Où v est la vitesse macroscopique du fluide.

III.5.1. Transferts de Matière Interfaciaux

Le cas le plus fréquent en génie chimique est le transfert de matière entre deux milieux à travers une interface. Exemple classique : le transfert du dioxygène de l'air vers l'eau.

Le flux interfacial est défini à l'aide de coefficients de transfert de matière h_{m1} et h_{m2} (m/s) :

$$N_a = h_m \cdot (C_{a_bulk} - C_{a_interface})$$

Ces coefficients dépendent :

- De la géométrie de l'interface
- Du type de transfert convectif (libre ou forcé)
- De la position relative fluide-paroi
- Du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent)

III.5.2. Théorie du Film

Dans la théorie du film, le transfert interfacial est assimilé à un transfert diffusif dans une

couche interfaciale d'épaisseur δ (couche limite de diffusion) :

$$N_a = D_a B / \delta \cdot (C_{a_bulk} - C_{a_interface}) = h_m \cdot (C_{a_bulk} - C_{a_interface})$$

D'où le coefficient de transfert de matière : $h_m = D_a B / \delta$ (m/s)

III.5.3. Nombre de Sherwood

En convection forcée, le coefficient de transfert de matière est souvent corrélé à l'aide du nombre de Sherwood (Sh), analogue du nombre de Nusselt pour le transfert thermique :

$$Sh = h_m \cdot L / D_a B$$

Des corrélations empiriques permettent de calculer Sh en fonction des nombres de Reynolds (Re) et de Schmidt (Sc) :

$$Sc = \nu / D_a B \quad (\text{analogue du Prandtl pour le transfert de matière})$$

$$Sh = a \cdot Re^b \cdot Sc^c \quad (\text{forme générale des corrélations})$$

III.6. Analogie entre Transferts

Il existe une analogie formelle très puissante entre les trois types de transfert, car ils sont tous décrits par des équations de la même forme :

Analogie	Transfert de Chaleur	Transfert de Matière
Flux	$q = -\lambda \cdot dT/dx$	$J = -D \cdot dC/dx$
Équation de diffusion	$\partial T / \partial t = \alpha \cdot \nabla^2 T$	$\partial C / \partial t = D \cdot \nabla^2 C$
Diffusivité	$\alpha = \lambda / (\rho \cdot Cp)$	D
Nb. adimensionnel	Nusselt ($Nu = h \cdot L / \lambda$)	Sherwood ($Sh = h_m \cdot L / D$)

Analogie	Transfert de Chaleur	Transfert de Matière
(convection)		
Nb. de rapport de diffusivités	Prandtl ($Pr = \nu/\alpha$)	Schmidt ($Sc = \nu/D$)
Résistance au transfert	$R_t = 1/(h \cdot S)$ (K/W)	$R_m = 1/(h_m \cdot S)$ (s/m ³)

CHAPITRE IV : TRANSFERT DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT

IV.1. Introduction

Le transfert de la quantité de mouvement est la science des lois de l'écoulement et des mécanismes de transfert des fluides. Elle comprend deux grandes sous-branches :

- **La statique des fluides (hydrostatique)** : étudie les fluides au repos.
- **La dynamique des fluides (hydrodynamique)** : étudie les fluides en mouvement.

Les applications de cette science sont extrêmement nombreuses : ingénierie navale, aéronautique, génie chimique (pompes, turbines, réacteurs), circulation sanguine, météorologie, hydraulique générale, etc.

IV.2. Définitions et Classification des Fluides

IV.2.1. Qu'est-ce qu'un Fluide ?

Un fluide est un milieu matériel (corps physique) qui peut s'écouler, parfaitement déformable, et dont les propriétés varient de façon continue. Cette définition inclut les liquides et les gaz.

La différence fondamentale entre un solide et un fluide réside dans leur réponse à une contrainte de cisaillement :

- Un solide se déforme de manière finie et résiste à la déformation.
- Un fluide se déforme indéfiniment sous l'effet d'une contrainte de cisaillement, aussi petite soit-elle.

IV.2.2. Classification des Fluides

Type de fluide	Caractéristique	Exemples
Fluide parfait	Viscosité nulle, sans frottement ; modèle idéal pour simplifier les calculs.	Modèle théorique
Fluide réel	Effets de frottement (viscosité) pris en compte ; comportement réaliste.	Eau, air, huile, ...
Fluide incompressible	Volume occupé constant sous variation de pression ($\rho = \text{cte}$).	Eau, huile, liquides
Fluide compressible	Volume varie significativement avec la	Air, gaz, vapeur

Type de fluide	Caractéristique	Exemples
	pression.	
Fluide newtonien	Loi de Newton vérifiée : $\tau = \mu \cdot (dv/dy)$. $\mu = \text{constante}$.	Eau, air, huiles légères
Fluide non-newtonien	La viscosité dépend du gradient de vitesse.	Boues, polymères, sang

IV.3. Propriétés des Fluides

Tous les fluides possèdent des propriétés permettant de décrire leurs conditions physiques dans un état donné.

IV.3.1. Masse Volumique (ρ)

C'est une mesure de la concentration massique de la matière, exprimée comme une masse dm par volume unitaire dV :

$$\rho = dm/dV \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

Valeurs typiques : $\rho_{\text{eau}} \approx 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{air}} \approx 1,20 \text{ kg/m}^3$ (à 20°C, 1 atm), $\rho_{\text{mercure}} \approx 13600 \text{ kg/m}^3$.

IV.3.2. Poids Volumique (γ)

Correspond à la force de gravité agissant sur la masse par unité de volume :

$$\gamma = \rho \cdot g \text{ (N/m}^3\text{)}$$

Où $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ est l'accélération de la pesanteur.

IV.3.3. Densité (d)

La densité est le rapport entre la masse volumique du fluide et celle d'un fluide de référence :

$$d = \rho_{\text{fluide}} / \rho_{\text{référence}}$$

Pour les liquides : fluide de référence = eau ($\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3$).

Pour les gaz : fluide de référence = air ($\rho_{\text{air}} = 1,20 \text{ kg/m}^3$).

Pour un gaz parfait : $\rho = P \cdot M / (R \cdot T)$, d'où ρ varie avec la pression et la température.

IV.3.4. Viscosité

La viscosité caractérise la résistance d'un fluide à l'écoulement. Elle permet de distinguer un fluide parfait (viscosité nulle) d'un fluide réel.

a) Viscosité Dynamique (μ)

Pour un fluide newtonien, la contrainte de cisaillement τ est proportionnelle au gradient de vitesse :

$$\tau = \mu \cdot dv/dy \text{ (Pa = N/m}^2\text{)}$$

Où μ est la viscosité dynamique ($\text{Pa}\cdot\text{s}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$). Unité CGS : 1 poise = 0,1 Pa·s.

Cette loi est la loi de Newton pour la viscosité, l'analogue de la loi de Fourier pour la conduction.

b) Viscosité Cinématique (ν)

La viscosité cinématique s'obtient en divisant la viscosité dynamique par la masse volumique :

$$\nu = \mu / \rho \text{ (m}^2\text{/s)}$$

Unité CGS : 1 stokes = $10^{-4} \text{ m}^2\text{/s}$.

Fluide (20°C)	μ (Pa·s)	ρ (kg/m ³)	ν (m ² /s)
Eau	$1,00 \times 10^{-3}$	998	$1,00 \times 10^{-6}$
Air	$1,81 \times 10^{-5}$	1,20	$1,51 \times 10^{-5}$
Glycérine	1,49	1260	$1,18 \times 10^{-3}$
Huile moteur SAE30	0,29	900	$3,2 \times 10^{-4}$
Mercure	$1,55 \times 10^{-3}$	13 600	$1,14 \times 10^{-7}$

IV.3.5. Tension Superficielle (σ_s)

La tension superficielle est l'énergie de surface à l'interface liquide-gaz. Elle s'exprime en N/m. Elle est responsable de la capillarité et de la formation de ménisques.

$$\sigma_s = F / L \text{ (N/m)}$$

IV.3.6. Compressibilité

Le coefficient de compressibilité isotherme κ caractérise la variation de volume sous pression :

$$\kappa = -(1/V) \cdot (\partial V / \partial P)_t \text{ (Pa}^{-1}\text{)}$$

Pour un liquide incompressible : $\kappa \approx 0$ (très faible compressibilité).

Pour un gaz parfait : $\kappa = 1/P$.

IV.4. Statique des Fluides

Cette partie est consacrée à l'étude des fluides au repos. Les lois et théorèmes fondamentaux

de la statique des fluides y sont présentés.

IV.4.1. Notion de Pression en un Point d'un Fluide

La pression P est une grandeur scalaire. Elle correspond à la composante normale de la force que le fluide exerce sur une surface élémentaire dS :

$$P = dF_N / dS \quad (Pa = N/m^2)$$

La pression est la même dans toutes les directions en un point d'un fluide au repos (propriété isotrope de la pression statique — Théorème de Pascal local).

Unités couramment utilisées :

- Pascal : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$
- Bar : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
- Atmosphère : $1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa} \approx 1,013 \text{ bar}$
- Millimètre de mercure : $1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ Pa}$

IV.4.2. Relation Fondamentale de l'Hydrostatique (RFH)

Considérons un élément d'un fluide incompressible de forme cylindrique d'axe (G, u) faisant un angle α avec la verticale. G_1 (altitude z_1) et G_2 (altitude z_2) sont deux points, avec P_1 et P_2 les pressions correspondantes.

En appliquant l'équilibre des forces (poids + pression) sur le cylindre élémentaire, on obtient la relation fondamentale de l'hydrostatique :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 = \text{constante}$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = \rho \cdot g \cdot h$$

Où $h = z_2 - z_1$ est la différence d'altitude (hauteur de fluide). Cette relation est valable pour un

fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$).

Pour un fluide compressible (gaz), la RFH devient : $dP = -\rho \cdot g \cdot dz$

IV.4.3. Théorème de Pascal

Énoncé : Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression ΔP en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point du fluide.

Démonstration : En appliquant la RFH entre deux points G_1 et G_2 aux états initial et final, puis en faisant la différence, on obtient directement :

$$\Delta P_2 = \Delta P_1$$

Application directe : presse hydraulique. Une force F_1 appliquée sur une surface S_1 produit une pression $P = F_1/S_1$, qui se transmet intégralement à une surface S_2 , engendrant une force $F_2 = P \cdot S_2 = F_1 \cdot S_2 / S_1$.

IV.4.4. Poussée d'un Fluide sur une Paroi Verticale

Pour une paroi verticale plane, symétrique par rapport à un axe (G, Y), en contact avec un fluide à pression P_G au niveau du centre de surface G :

La poussée totale du fluide sur la paroi est : $F = P_G \cdot S$

Où S est l'aire totale de la paroi. Le point d'application de cette poussée (centre de poussée) est situé en dessous du centre de gravité de la surface.

IV.4.5. Théorème d'Archimède

Énoncé : Tout corps plongé dans un fluide subit une force verticale orientée vers le haut, appelée poussée d'Archimède, dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé :

$$F_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot V_{\text{immergé}} \cdot g \text{ (N)}$$

Conditions d'équilibre pour un corps immergé :

- Corps homogène : le centre de poussée (G) coïncide avec le centre de gravité (G_s) → équilibre indifférent.
- Corps hétérogène, G au-dessus de G_s : équilibre stable.
- Corps hétérogène, G au-dessous de G_s : équilibre instable.

Exercice d'application :

Un réservoir ouvert est équipé de deux tubes piézométriques et rempli de deux liquides non miscibles (huile au-dessus, eau en dessous). $\rho_{\text{huile}} = 850 \text{ kg/m}^3$, $h_1 = 6 \text{ m}$, $h_2 = 5 \text{ m}$.

1. Pression P_B au point B (fond du réservoir) :

$$P_B = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{huile}} \cdot g \cdot h_1 + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot h_2 = P_{\text{atm}} + 850 \times 9,81 \times 6 + 1000 \times 9,81 \times 5$$

$$P_B = P_{\text{atm}} + 49\,991 + 49\,050 = P_{\text{atm}} + 99\,041 \text{ Pa} \approx P_{\text{atm}} + 0,99 \text{ bar}$$

IV.5. Équations de Conservation pour un Fluide

IV.5.1. Lois de Conservation

Le mouvement des fluides est régi par des principes de conservation ou de bilan. Un bilan décrit les variations temporelles d'une grandeur au sein d'un volume de contrôle. Pour toute grandeur extensive $C(t)$:

$$dC/dt = \Sigma \text{ Apports} - \Sigma \text{ Sorties} + \Sigma \text{ Termes sources}$$

IV.5.2. Forces Exercées sur un Fluide

Les forces s'exerçant sur un volume de fluide se divisent en deux catégories :

Type	Description	Exemples
Forces de volume (ou de corps)	Agissent sur l'ensemble du fluide	Gravité ($\rho \cdot g$), forces électromagnétiques, etc.
Forces de surface	Agissent sur la surface du volume de contrôle	Pression et contraintes visqueuses (frottements)

IV.5.3. Conservation de la Masse — Équation de Continuité

Pour un volume de contrôle quelconque, la conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \mathbf{v}) = 0$$

Pour un fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$) : $\text{div}(\mathbf{v}) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$

En régime stationnaire pour un écoulement 1D (section variable) : $\rho_1 \cdot S_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2 = \dot{m} = \text{constante (kg/s)}$

Pour un fluide incompressible : $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 = Q = \text{constante (m}^3/\text{s)}$

IV.5.4. Conservation de la Quantité de Mouvement — Équations de Navier-Stokes

L'application du deuxième principe de Newton à un volume élémentaire de fluide donne les équations de Navier-Stokes. Pour un fluide newtonien incompressible :

$$\rho \cdot (\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = -\nabla P + \mu \cdot \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \cdot \mathbf{g}$$

Où chaque terme a une signification physique :

Terme	Signification physique

Terme	Signification physique
$\rho \cdot (\partial v / \partial t)$	Terme d'accélération locale (instationnaire)
$\rho \cdot (v \cdot \nabla) v$	Terme d'accélération convective
$-\nabla P$	Forces de pression
$\mu \cdot \nabla^2 v$	Forces visqueuses (frottements)
$\rho \cdot g$	Forces de gravité

Note : Les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non linéaires. Leur résolution analytique n'est possible que dans des cas simplifiés. Dans les cas généraux, on fait appel à la simulation numérique (CFD).

IV.5.5. Équation de Bernoulli

En intégrant les équations de Navier-Stokes le long d'une ligne de courant, pour un fluide parfait ($\mu = 0$), incompressible ($\rho = \text{cte}$), en régime permanent :

$P/\rho + v^2/2 + g \cdot z = \text{constante le long d'une ligne de courant}$

$P_1/(\rho \cdot g) + v_1^2/(2g) + z_1 = P_2/(\rho \cdot g) + v_2^2/(2g) + z_2$ (en mètres de fluide)

Interprétation des termes :

Terme	Signification
$P/(\rho \cdot g)$	Hauteur piézométrique (énergie de pression par unité de poids)
$v^2/(2g)$	Hauteur cinétique (énergie cinétique par unité de poids)

Terme	Signification
z	Hauteur géodésique (énergie potentielle par unité de poids)

Bernoulli généralisé (avec pertes de charge h_f et apport de travail H_m par une pompe)

:

$$P_1/(\rho g) + v_1^2/(2g) + z_1 + H_m = P_2/(\rho g) + v_2^2/(2g) + z_2 + h_f$$

IV.5.6. Nombre de Reynolds et Types d'Écoulement

Le nombre de Reynolds est un nombre adimensionnel qui compare les forces d'inertie aux forces visqueuses :

$$Re = \rho \cdot v \cdot L / \mu = v \cdot L / \nu$$

Où L est une longueur caractéristique (diamètre pour une conduite, longueur pour une plaque).

Régime	Re (conduite cylindrique)	Caractéristiques
Laminaire	Re < 2 300	Écoulement régulier en couches parallèles. Profil de vitesse parabolique.
Transitoire	2 300 < Re < 4 000	Instable, alternance laminaire-turbulent.
Turbulent	Re > 4 000	Écoulement désordonné. Mélanges intenses. Profil de

Régime	Re (conduite cylindrique)	Caractéristiques
		vitesse plat.

IV.5.7. Pertes de Charge

Les pertes de charge (h_f) représentent la dissipation d'énergie due aux frottements dans une conduite :

a) Pertes de Charge Régulières (Darcy-Weisbach)

$$h_f = f \cdot (L/D) \cdot (v^2/2g) \text{ (m de fluide)}$$

Où f est le facteur de frottement de Darcy. Pour un écoulement laminaire : $f = 64/Re$.

b) Pertes de Charge Singulières

Pour les coudes, vannes, rétrécissements, etc. :

$$h_{f,singulier} = K \cdot v^2/(2g)$$

Où K est un coefficient de perte singulière (valeur tabulée selon le type d'accessoire).

CHAPITRE V : TRANSFERT COUPLÉ

V.1. Introduction aux Phénomènes de Transfert Couplé

V.1.1. Définition et Importance

Les phénomènes de transfert couplé désignent les situations où plusieurs modes de transfert (chaleur, matière, quantité de mouvement) interagissent simultanément et de manière

interdépendante. Ces phénomènes sont omniprésents dans les procédés industriels réels.

Exemples industriels typiques :

- Évaporation d'un film liquide : transfert de chaleur + transfert de matière
- Condensation sur une surface verticale : transfert de chaleur + transfert de matière + transfert de quantité de mouvement
- Réaction chimique exothermique en réacteur agité : transfert de chaleur + transfert de matière + transfert de quantité de mouvement + cinétique chimique
- Séchage convectif : transfert de chaleur + transfert de matière
- Distillation : transfert de chaleur + transfert de matière + équilibre thermodynamique

V.1.2. Types de Couplage

Type de couplage	Description	Exemple
Couplage direct	Les flux de deux grandeurs sont directement liés par une relation phénoménologique	Effet Soret (diffusion thermique)
Couplage indirect	Un flux influence le champ de l'autre grandeur via les équations de conservation	Évaporation avec convection naturelle
Couplage par les conditions aux limites	Les conditions d'interface lient les flux	Condensation avec flux de chaleur et de masse à l'interface

V.1.3. Coefficients de Couplage

Dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, les flux sont reliés aux forces thermodynamiques par des relations linéaires :

$$\mathbf{J}_i = \sum \mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{X}_j$$

Où :

- J_i : flux de la grandeur i
- X_j : force thermodynamique (gradient de potentiel) associée à la grandeur j
- L_{ij} : coefficients phénoménologiques (L_{ii} : coefficients directs, L_{ij} ($i \neq j$) : coefficients de couplage)

Relations d'Onsager : $L_{ij} = L_{ji}$ (symétrie des coefficients de couplage)

V.2. Effet Soret et Diffusion Thermique

V.2.1. Principe Physique

L'effet Soret (ou diffusion thermique) correspond au phénomène selon lequel un gradient de température induit un flux de matière, même en l'absence de gradient de concentration.

$$\mathbf{J}_A = -D \cdot \nabla C_A - D_T \cdot C_A \cdot (1 - C_A) \cdot \nabla T$$

Où D_T est le coefficient de diffusion thermique.

Ordre de grandeur : Le rapport D_T/D est typiquement de 10^{-3} à 10^{-1} K^{-1} .

V.2.2. Applications Industrielles

Application	Principe
Séparation isotopique	Gradient thermique pour enrichir un isotope
Séparation de mélanges liquides	Purification par thermodiffusion
Analyse de fluides de forage	Détection de gradients thermiques dans les puits
Étude des océans	Compréhension de la stratification thermohaline

V.2.3. Effet Dufour

Réciproque de l'effet Soret : un gradient de concentration induit un flux de chaleur.

$$\mathbf{q} = -\lambda \cdot \nabla T - D_F \cdot \nabla C_A$$

Où D_F est le coefficient de diffusion Dufour. D'après les relations d'Onsager : $D_F = D_T \cdot T$.

V.3. Transfert de Chaleur et de Masse avec Changement de Phase

V.3.1. Condensation

a) Condensation en Film (Nusselt)

Sur une surface verticale, le condensat forme un film qui s'écoule sous l'effet de la gravité.

Hypothèses de Nusselt :

- Écoulement laminaire du film
- Vitesse nulle à la paroi, vitesse maximale à l'interface
- Gradient de température linéaire dans le film
- Propriétés physiques constantes

Épaisseur du film : $\delta(x) = [4\mu\lambda(T_{\text{sat}} - T_w)x / (g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg})]^{1/4}$

Coefficient moyen de transfert de chaleur : $\bar{h}_L = 0,943 \cdot [g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}\lambda^3 / (\mu L(T_{\text{sat}} - T_w))]^{1/4}$

Nombre de Reynolds du film : $Re_\delta = 4\Gamma/\mu$

Où Γ est le débit massique de condensat par unité de largeur.

b) Condensation par Gouttes

Sur surfaces traitées (promoteurs de gouttes), la condensation se produit sous forme de gouttes isolées qui croissent puis glissent. Ce mode est beaucoup plus efficace que la condensation en film.

Facteur d'amélioration : 5 à 10 fois supérieur à la condensation en film.

Conditions favorables :

- Surface non mouillante (angle de contact 90°)
- Présence de promoteurs de gouttes (or, téflon, etc.)
- Forte sous-refroidissement

V.3.2. Ébullition

a) Mécanismes de l'Ébullition

Régime	Caractéristiques	Flux de chaleur
Convection naturelle	ΔT faible, pas de bulles	Faible
Ébullition nucléée	Bulles se forment sur les sites de nucléation	Fort, très efficace
Ébullition en transition	Film de vapeur instable	Diminution du transfert
Film boiling	Film de vapeur stable	Faible, danger de surchauffe

b) Corrélation de Rohsenow

Pour l'ébullition nucléée :

$$q = \mu_l \cdot h_{fg} \cdot [g(\rho_l - \rho_v)/\sigma]^{1/2} \cdot [C_{p,l}(T_w - T_{sat})/(C_{sf} \cdot h_{fg} \cdot Pr_l^n)]^3$$

Où :

- C_{sf} : coefficient dépendant de la surface-liquide
- n : exposant (typiquement 1 pour l'eau)

c) Flux Critique (Burnout)

Le flux critique de chaleur marque la limite supérieure de l'ébullition nucléée. Au-delà, transition vers le film boiling avec risque de surchauffe catastrophique.

$$\text{Corrélation de Zuber : } q_{\max} = 0,131 \cdot h_{fg} \cdot \rho_v \cdot [\sigma g(\rho_l - \rho_v)/\rho_v^2]^{1/4}$$

V.3.3. Séchage

a) Phases du Séchage

Phase	Mécanisme	Caractéristiques
Période d'accélération	Mise en régime	Courte durée
Période à vitesse constante	Évaporation en surface	Surface saturée, $T_{\text{surface}} = T_{\text{humide}}$
Période à vitesse décroissante	Diffusion interne	Gradient de concentration interne

b) Bilan de Chaleur et de Masse

Bilan de chaleur : $\dot{m}_g \cdot C_{p,g} \cdot (T_{g,\text{in}} - T_{g,\text{out}}) = \dot{m}_l \cdot h_{fg} + Q_{\text{pertes}}$

Bilan de matière (eau) : $\dot{m}_g \cdot (Y_{\text{out}} - Y_{\text{in}}) = \dot{m}_l$

Où Y est l'humidité absolue du gaz (kg eau/kg air sec).

c) Coefficient de Séchage

En période à vitesse constante : $N_A = k_Y \cdot (Y_s - Y_\infty) = h \cdot (T_\infty - T_s) / h_{fg}$

Relation de Chilton-Colburn : $j_H = j_D = f/2$

Où j_H et j_D sont les facteurs de transfert de Chilton-Colburn pour la chaleur et la matière.

V.4. Transfert de Chaleur avec Réaction Chimique

V.4.1. Réacteurs Chimiques

a) Types de Réacteurs

Type	Caractéristiques	Transferts dominants
Réacteur batch	Alimentation initiale, pas de sortie	Transfert de chaleur (refroidissement/chauffage)
Réacteur CSTR	Agitation parfaite, sortie = composition interne	Transfert de chaleur + mélange
Réacteur tubulaire (PFR)	Écoulement piston, gradient axial	Transfert de chaleur + transfert de matière
Réacteur à lit fixe	Catalyseur solide, écoulement gazeux	Transfert de chaleur + transfert de matière + transfert de quantité de mouvement

b) Équation de la Chaleur avec Source

$$\rho C_p \cdot \partial T / \partial t = \lambda \nabla^2 T + (-\Delta H_r) \cdot r$$

Où :

- $(-\Delta H_r)$: enthalpie de réaction (J/mol)
- r : vitesse de réaction (mol/m³·s)

$$\text{Nombre de Prater} : \beta = (-\Delta H_r) \cdot D_e \cdot C_{A,s} / (\lambda \cdot T_s)$$

Caractérise l'élévation adiabatique de température à l'intérieur d'une particule catalytique.

c) Nombre de Damköhler

Compare la vitesse de réaction à la vitesse de transfert de matière :

$$Da = k \cdot C_{A,s}^{(n-1)} \cdot L / k_c$$

Da	Régime
Da > 1	Réaction lente, contrôle cinétique
Da < 1	Réaction rapide, contrôle par transfert de matière

V.4.2. Combustion

a) *Flammes Prémélangées vs. Diffusion*

Type	Caractéristiques	Vitesse
Flamme prémélangée	Réactifs mélangés avant combustion	Vitesse de flamme S_L
Flamme de diffusion	Réactifs séparés, mélange pendant combustion	Vitesse déterminée par diffusion

b) *Vitesse de Flamme Laminare*

$$S_L = \sqrt{(\alpha \cdot \omega_{\max} / (C_p \cdot \rho \cdot (T_b - T_u)))}$$

Où :

- α : diffusivité thermique

- ω_{max} : vitesse maximale de réaction
- T_{b} : température des brûlés
- T_{u} : température des non-brûlés

c) Théorie de l'Épaisseur de Flamme

$$\delta_{\text{F}} = \alpha / S_{\text{L}}$$

Typiquement : 0,1 à 1 mm pour les flammes atmosphériques.

V.5. Transfert de Masse avec Réaction Chimique

V.5.1. Réactions Hétérogènes

a) Réactions sur Catalyseur Solide

Étapes successives :

1. Diffusion du réactif A à travers la couche limite externe
2. Diffusion dans les pores du catalyseur
3. Adsorption sur la surface active
4. Réaction chimique
5. Désorption des produits
6. Diffusion des produits hors des pores
7. Diffusion à travers la couche limite externe

b) Facteur d'Efficacité du Catalyseur

$\eta = (\text{vitesse de réaction réelle}) / (\text{vitesse de réaction sans limitation de transfert})$

Pour une particule sphérique, réaction du 1er ordre : $\eta = 3/\varphi \cdot (1/\tanh(\varphi) - 1/\varphi)$

Où φ est le module de Thiele : $\varphi = R \cdot \sqrt{(k/D_e)}$

φ	Régime	η
$\varphi < 0,3$	Pas de limitation interne	≈ 1
$\varphi > 3$	Limitation par diffusion interne	$\approx 3/\varphi$

V.5.2. Réactions en Phase Liquide avec Absorption

a) Réacteurs Gaz-Liquide

Type	Contact	Applications
Colonne à bulles	Gaz dispersé en bulles dans liquide	Absorption, oxydation
Colonne à plateaux	Écoulement à contre-courant par étages	Distillation, absorption
Colonne à garnissage	Écoulement sur surface mouillée	Absorption, humidification
Réacteur agité	Dispersion mécanique du gaz	Hydrogénation, oxydation

b) Théorie de la Pénétration (Higbie)

Pour les bulles ou les gouttes :

$$k_L = 2 \cdot \sqrt{(D/\pi \cdot t_e)}$$

Où t_e est le temps de contact (temps de passage d'une bulle).

c) Théorie de la Surface Renouvelée (Danckwerts)

$$k_L = \sqrt{(D \cdot s)}$$

Où s est le taux de renouvellement de la surface.

V.6. Transfert de Quantité de Mouvement avec Transfert de Chaleur

V.6.1. Convection Naturelle Thermique

a) Mécanisme

La convection naturelle est induite par les différences de masse volumique dues aux gradients de température. Le nombre de Grashof caractérise l'intensité des forces de flottabilité :

$$Gr = g \cdot \beta \cdot (T_w - T_\infty) \cdot L^3 / \nu^2$$

Où β est le coefficient de dilatation thermique : $\beta = -(1/\rho) \cdot (\partial\rho/\partial T)_P$

b) Corrélations pour la Convection Naturelle

Géométrie	Corrélation	Domaine
Plaque verticale	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}$	$10^4 \text{ Gr} \cdot Pr \text{ } 10^9$

Géométrie	Corrélation	Domaine
Plaque verticale	$Nu = 0,10 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/3}$	$Gr \cdot Pr \geq 10^9$
Plaque horizontale (chaud en haut)	$Nu = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}$	$10^5 \leq Gr \cdot Pr \leq 2 \times 10^7$
Cylindre horizontal	$Nu = 0,53 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}$	$10^4 \leq Gr \cdot Pr \leq 10^9$

c) Nombre de Rayleigh

$$Ra = Gr \cdot Pr = g \cdot \beta \cdot (T_w - T_\infty) \cdot L^3 / (\nu \alpha)$$

Le nombre de Rayleigh détermine le seuil d'apparition de la convection naturelle ($Ra \geq 1708$ pour une couche horizontale).

V.6.2. Écoulement avec Dissipation Viscouse

a) Échauffement par Frottement

Dans les écoulements à très forte vitesse ou dans les fluides très visqueux, la dissipation visqueuse contribue significativement au bilan de chaleur.

$$\mu \cdot \Phi_v = \mu \cdot (\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)^2 / 2$$

$$\text{Nombre de Brinkman : } Br = \mu \cdot v^2 / (\lambda \cdot (T_w - T_\infty))$$

Si $Br \ll 1$, la dissipation visqueuse ne peut être négligée.

b) Écoulement de Poiseuille avec Dissipation

Pour un écoulement entre deux plaques planes :

$$T(y) = T_w + (\mu/\lambda) \cdot (v_{\max}^2/4) \cdot [1 - (2y/H)^2]$$

CHAPITRE VI : APPLICATIONS INDUSTRIELLES

VI.1. Échangeurs de Chaleur

VI.1.1. Types d'Échangeurs

Type	Principe	Applications
Tubulaire simple	Un fluide dans le tube, l'autre à l'extérieur	Chauffage, refroidissement simple
Multitubulaire	Nombreux tubes dans une calandre	Grande surface, haute pression
À plaques	Plaques ondulées empilées	Compacité, facile à nettoyer
À spirale	Deux canaux en spirale	Fluides visqueux, charge de particules
À contact direct	Mélange des fluides	Tour de refroidissement, quench
Régénératif	Stockage temporaire sur matrice	Applications à haute température

VI.1.2. Calcul de la Surface d'Échange

a) Méthode de la DTLM

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{lm} = (\Delta T_1 - \Delta T_2) / \ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)$$

Facteur de correction F : Pour les écoulements croisés ou multipasses, multiplier ΔT_{lm} par F (déterminé graphiquement).

b) Méthode de l'Effectivité-NTU

Effectivité : $\varepsilon = Q_{réel} / Q_{max}$

Nombre d'Unités de Transfert : $NTU = U \cdot A / C_{min}$

Où $C_{min} = \min(\dot{m}_1 \cdot Cp_1, \dot{m}_2 \cdot Cp_2)$

Relations ε -NTU :

Configuration	Relation
Contre-courant	$\varepsilon = [1 - \exp(-NTU \cdot (1 - C_r))] / [1 - C_r \cdot \exp(-NTU \cdot (1 - C_r))]$
Co-courant	$\varepsilon = [1 - \exp(-NTU \cdot (1 + C_r))] / (1 + C_r)$
$C_r = 0$ (condensation/évaporation)	$\varepsilon = 1 - \exp(-NTU)$

VI.1.3. Coefficient Global de Transfert

$$1/U = 1/h_i + R_{f,i} + e/\lambda + R_{f,o} + 1/h_o$$

Où R_f sont les résistances de fouling (encrassement).

Valeurs typiques de résistances de fouling :

Fluide	R_f ($m^2 \cdot K/kW$)
Eau de ville	0,0002
Eau de mer	0,0001

Fluide	R_f (m²·K/kW)
Eau de tour	0,0003
Huile lubrifiante	0,0002
Vapeur condensante	0,0001
Gaz de combustion	0,001

VI.1.4. Optimisation des Échangeurs

Critères économiques :

- Minimisation de la surface (coût d'investissement)
- Minimisation de la perte de charge (coût d'exploitation)
- Compromis optimal : méthode de la valeur annuelle

Approche de Pinch (Pincement) :

- Analyse thermodynamique pour minimiser la consommation d'énergie
- Identification du "pinch" (point de plus petit écart de température)
- Règles de placement des échangeurs par rapport au pinch

VI.2. Colonnes de Distillation

VI.2.1. Principes de la Distillation

Séparation d'un mélange liquide par vaporisation sélective basée sur les différences de volatilité.

Volatilité relative : $\alpha = (y_A/x_A) / (y_B/x_B) = K_A/K_B$

Pour un mélange idéal : $\alpha = P_A^{sat} / P_B^{sat}$

VI.2.2. Bilans sur une Colonne

a) Bilan Global

$F = D + B$ (matière)

$F \cdot x_F = D \cdot x_D + B \cdot x_B$ (composant clé)

b) Bilan sur la Section de Rectification

$V = L + D$

$V \cdot y_{(n+1)} = L \cdot x_n + D \cdot x_D$

c) Bilan sur la Section d'Épuisement

$L' = V' + B$

$L' \cdot x_m = V' \cdot y_{(m+1)} + B \cdot x_B$

VI.2.3. Méthode de McCabe-Thiele

Hypothèses :

- Mélange binaire
- Chaleurs molaires de vaporisation égales
- Pas de pertes thermiques
- Pression constante

Étape de construction :

1. Tracer la courbe d'équilibre $y = f(x)$

2. Tracer la diagonale $y = x$
3. Localiser les points (x_D, x_D) , (x_F, x_F) , (x_B, x_B)
4. Tracer la ligne d'alimentation (pente = $q/(q-1)$)
5. Tracer les lignes opératoires
6. Construire les marches entre la courbe d'équilibre et les lignes opératoires

Rendement minimum : $R_{min}/(R_{min}+1) = (x_D - y_q)/(x_D - x_q)^{**}$

Où (x_q^*, y_q^*) est le point d'intersection de la ligne d'alimentation avec la courbe d'équilibre.

VI.2.4. Méthode de Fenske-Underwood-Gilliland

a) Nombre Minimum de Plateaux (Fenske)

$$N_{min} = \ln[(x_D/(1-x_D)) \cdot ((1-x_B)/x_B)] / \ln(\alpha) - 1$$

b) Taux de Reflux Minimum (Underwood)

$$\sum (\alpha_i \cdot x_{F,i}) / (\alpha_i - \theta) = 1 - q$$

Où θ est la racine entre $\alpha_{clé_lourd}$ et $\alpha_{clé_léger}$.

c) Corrélation de Gilliland

$$Y = 1 - \exp[(1 + 54,4X)/(11 + 117,2X) \cdot (X - 1)/X]$$

Où :

- $X = (R - R_{min})/(R + 1)$
- $Y = (N - N_{min})/(N + 1)$

VI.2.5. Rendement des Plateaux

Rendement de Murphree : $E_{MV} = (y_n - y_{(n+1)}) / (y_n - y_{(n+1)}^*)$

Où y_n^* est la composition en équilibre avec x_n .

Facteurs affectant le rendement :

- Viscosité du liquide
- Tension superficielle
- Hauteur de mousse
- Temps de résidence
- Géométrie du plateau

VI.3. Réacteurs Chimiques

VI.3.1. Réacteurs Idéaux

Type	Équation de bilan	Conversion
Batch	$dC_A/dt = -r_A$	$X = 1 - C_A/C_{A0}$
CSTR	$V = F_{A0} \cdot X / (-r_A)$	$X = \tau \cdot k / (1 + \tau \cdot k)$ (1er ordre)
PFR	$V = F_{A0} \int dX / (-r_A)$	$X = 1 - \exp(-\tau \cdot k)$ (1er ordre)

VI.3.2. Réacteurs avec Transfert de Chaleur

a) Réacteur Tubulaire Non Isotherme

Bilan de chaleur élémentaire : $\dot{m} \cdot C_p \cdot dT = (-\Delta H_r) \cdot (-r_A) \cdot dV + U \cdot (T_c - T) \cdot dA$

Profil de température :

- Exothermique : T augmente le long du réacteur (risque de "point chaud")
- Endothermique : T diminue (nécessité de chauffage)

b) Stabilité Thermique d'un CSTR

Condition de stabilité : $(dQ_{\text{généré}}/dT) < (dQ_{\text{retiré}}/dT)$

Multiplicité des états stationnaires : Pour certaines cinétiques exothermiques, jusqu'à 3 états stationnaires possibles (instabilité du point intermédiaire).

VI.3.3. Réacteurs Catalytiques à Lit Fixe

a) Modèle 1D Pseudo-homogène

$$-u \cdot \frac{dC_A}{dz} = \rho_b \cdot (1-\epsilon) \cdot \eta \cdot r_A(C_A, T)$$
$$\rho_g \cdot C_{p,g} \cdot u \cdot \frac{dT}{dz} = (-\Delta H_r) \cdot \rho_b \cdot (1-\epsilon) \cdot \eta \cdot r_A - 4U/D \cdot (T - T_c)$$

b) Modèle 2D avec Dispersion

$$D_{ax} \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} + D_{rad} \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial C_A}{\partial r}\right) - u \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z} = (1-\epsilon) \cdot \rho_p \cdot \eta \cdot r_A$$

VI.3.4. Réacteurs Polyphasiques

a) Réacteurs à Lit Fluidisé

Vitesse minimale de fluidisation : $u_{mf} = (\mu/\rho_g \cdot d_p) \cdot [\sqrt{(1 + (\rho_p - \rho_g) \cdot \rho_g \cdot g \cdot d_p^3 \cdot \varepsilon_{mf}^3 / (150 \cdot \mu^2 \cdot (1 - \varepsilon_{mf}))}] - 1] \cdot (\varepsilon_{mf}^3 / (1 - \varepsilon_{mf}))$

Régimes de fluidisation :

Régime	Caractéristiques
Particulaire	Expansion homogène, pas de bulles
Aggregative	Bulles de gaz, mélange intense
Turbulent	Bulles instables, mélange très intense
Rapide	Transport pneumatique

b) Réacteurs Trickle-Bed

Écoulement gaz-liquide sur catalyseur solide :

- Gaz : écoulement continu
- Liquide : écoulement en film ou en rivulets

Corrélation de Satterfield : $k_L \cdot a = 0,82 \cdot (D_A \cdot u_L / \varepsilon_L \cdot d_p)^{(1/2)} \cdot a_t$

VI.4. Opérations de Séparation

VI.4.1. Absorption

a) Choix du Solvant

Critère	Importance
Sélectivité	Préférence pour le soluté
Capacité	Grande solubilité du soluté
Volatilité	Faible, pour minimiser les pertes
Récupérabilité	Facile à régénérer
Viscosité	Faible, pour de bons transferts
Non toxicité	Sécurité et environnement

b) Colonnes d'Absorption

Hauteur de colonne : $Z = N_{OG} \cdot H_{OG} = N_{OL} \cdot H_{OL}$

Unités de transfert globales : $N_{OG} = \int \frac{dy}{(y - y)^*}$ (phase gaz)

$N_{OL} = \int \frac{dx}{(x - x)^*}$ (phase liquide)

Hauteurs d'unité de transfert : $H_{OG} = \frac{G}{(k_y \cdot a)}$

$H_{OL} = \frac{L}{(k_x \cdot a)}$

VI.4.2. Extraction Liquide-Liquide

a) Sélectivité du Solvant

$\beta = \frac{(y_A/y_B)/(x_A/x_B)}$

Conditions favorables :

- $\beta \geq 1$ pour une bonne séparation
- Densités différentes pour la décantation
- Tension interfaciale modérée (pas trop faible pour éviter l'émulsion)

b) Rendement d'une Étape d'Extraction

Pour un mélange immiscible : $E = K \cdot (V_S/V_F)$

Où K est le coefficient de partage, V_S et V_F les volumes de solvant et de charge.

Extraction multi-étages :

- Contre-courant : plus efficace
- Co-courant : moins efficace mais plus simple

VI.4.3. Adsorption

a) Isothermes d'Adsorption

Type	Équation	Caractéristiques
Henry	$q = K \cdot C$	Très dilué, linéaire
Langmuir	$q = q_{\max} \cdot K \cdot C / (1 + K \cdot C)$	Monocouche, sites équivalents
Freundlich	$q = K \cdot C^{(1/n)}$	Hétérogénéité des sites
BET	$q = \frac{q_m \cdot C \cdot K}{(1 - K \cdot C) \cdot (1 - K \cdot C + K \cdot C)}$	Multicouches

b) Colonnes d'Adsorption

Modèle du Front de Percolation :

- Zone de saturation en aval
- Zone non saturée en amont
- Front de percolation se déplaçant

Vitesse du front : $u_{\text{front}} = u_0 \cdot C_0 / (\rho_b \cdot q_{\text{sat}} + \varepsilon \cdot C_0)$

c) Cycles d'Adsorption

Étape	Fonction
Adsorption	Capture du soluté
Désorption (stripping)	Régénération du lit
Séchage	Élimination du solvant de désorption
Refroidissement	Préparation pour la prochaine adsorption

VI.5. Procédés de Traitement Thermique

VI.5.1. Fours Industriels

Type	Principe	Applications
Four à sole	Conduction + rayonnement	Céramique, métallurgie
Four à arc	Arc électrique	Acier, fonderie

Type	Principe	Applications
Four à induction	Courants de Foucault	Chauffage rapide, surface
Four à tunnel	Convection forcée	Séchage, cuisson continue
Four à lit fluidisé	Convection intense	Combustion, calcination

VI.5.2. Séchoirs Industriels

a) Séchoirs par Convection

Type	Caractéristiques	Applications
Séchoir à bande	Produit sur bande transporteuse	Légumes, fruits
Séchoir rotatif	Tambour rotatif incliné	Minéraux, engrais
Séchoir à lit fluidisé	Fluidisation du produit	Granulés, cristaux
Séchoir par pulvérisation	Atomisation du liquide	Lait, café, produits pharmaceutiques
Séchoir à lyophilisation	Sublimation sous vide	Produits sensibles

b) Bilan d'un Séchoir Rotatif

Temps de séjour : $\tau = L / (N \cdot \sin(\alpha) \cdot \pi \cdot D \cdot \cos(\beta))$

Où :

- L : longueur du tambour

- N : vitesse de rotation
- α : angle de remplissage
- β : angle d'inclinaison

VI.5.3. Crystallisation

a) SurSaturation

Méthodes de sursaturation :

Méthode	Principe
Refroidissement	Diminution de la solubilité avec T
Évaporation	Augmentation de la concentration
Évaporation sous vide	Refroidissement par détente
Salting-out	Ajout d'un antisolvant
Réaction	Formation in situ du produit

b) Cinétique de Cristallisation

Nucléation : $B = k_n \cdot (S-1)^n \cdot M_T^j$

Où $S = C/C^*$ est le degré de sursaturation, M_T la concentration en cristaux.

Croissance : $G = k_g \cdot (S-1)^g$

VI.5.4. Combustion et Incinération

a) Chambres de Combustion

Temps de séjour : $\tau = V/Q$

Température adiabatique de flamme : $T_{ad} = T_0 + (-\Delta H_c) / (\sum n_i \cdot C_{p,i})$

b. Incinération des Déchets

Paramètre	Valeur typique	Rôle
Température	850-1200°C	Destruction des polluants
Temps de séjour	2 s	Combustion complète
Excès d'air	50-100%	Oxydation complète
Turbulence	Re 10000	Mélange efficace

Dioxines et furannes : Formation à 250-450°C, destruction 850°C.

VI.6. Procédés de l'Industrie Pétrolière et Gazière

VI.6.1. Séparation Gaz-Pétrole

a) Séparateurs

Type	Principe	Applications
Séparateur gravitaire	Différence de densité	Séparation grossière
Séparateur centrifuge	Force centrifuge	Séparation fine

Type	Principe	Applications
Séparateur à membrane	Perméabilité sélective	Séparation spécifique
Déshydratation TEG	Absorption dans glycol	Déshydratation du gaz

b) Stabilisation du Pétrole

Objectif : Éliminer les hydrocarbures légers (C1-C4) pour réduire la pression de vapeur.

Procédé : Évaporation flash ou distillation stabilisation.

VI.6.2. Liquéfaction du Gaz Naturel (GNL)

a) Cycles de Liquéfaction

Cycle	Principe	Efficacité
Cascade	Réfrigérants successifs (C3, C2, C1, N2)	Élevée
MRC (Mixed Refrigerant)	Mélange de réfrigérants	Modérée, plus simple
Expander	Détente avec travail	Pour petites unités

b. Échangeurs à Plaques et Ailettes

Avantage : Très grande surface/volume, approche du pinch optimisée.

Inconvénient : Nettoyage difficile, colmatage sensible.

VI.6.3. Raffinage du Pétrole

a) Principales Unités

Unité	Fonction	Transferts dominants
Atmosphérique	Distillation du brut	Chaleur + matière
Vide	Distillation sous vide	Chaleur + matière
Catalytic cracking	Conversion des lourds	Chaleur + matière + réaction
Hydrocraquage	Hydrogénation + cracking	Chaleur + matière + réaction
Reforming	Augmentation de l'indice d'octane	Chaleur + réaction
Alkylation	Production d'essence haute qualité	Chaleur + réaction

b. Cokeur Différé

Principe : Chauffage du résidu dans des fours, puis cokage dans des tambours.

Cycles alternés :

- Remplissage et chauffage (16-24 h)
- Refroidissement et décoquage (16-24 h)

VI.7. Industries Agroalimentaires et Pharmaceutiques

VI.7.1. Pasteurisation et Stérilisation

Méthode	Température	Temps	Applications
LTLT	63°C	30 min	Lait, petites quantités
HTST	72°C	15 s	Lait, continu
UHT	135-150°C	2-4 s	Lait longue conservation
Stérilisation	121°C	15-20 min	Conserves, pharmaceutique

Modèle de Bigelow : $\log(N/N_0) = -t/D$

Où D est le temps de décimale réduction (temps pour réduire de 90%).

VI.7.2. Lyophilisation

a. Étapes du Procédé

Étape	Conditions	Objectif
Congélation	-40 à -80°C	Solidification
Sublimation primaire	P = P _{eq} (T), chauffage	Élimination de l'eau libre
Désorption secondaire	T élevée, P très basse	Élimination de l'eau liée

b. Transferts pendant la Lyophilisation

Transfert de chaleur :

- Conduction à travers le produit congelé
- Rayonnement des plaques chauffantes
- Conduction à travers le contenant

Transfert de matière :

- Diffusion dans la couche sèche
- Écoulement dans les pores
- Convection dans la chambre

VI.7.3. Fermentation

a. Bioreacteurs

Type	Agitation	Aération	Applications
Stirred tank	Agitateur mécanique	Spargeur	Généraliste
Airlift	Ascenseur d'air	Intégrée	Fragiles, shear-sensitive
Bubble column	Bulles de gaz	Spargeur	Simple, bas shear
Packed bed	Fixe	À travers le lit	Enzymes immobilisées
Fluidized bed	Fluidisation	Intégrée	Immobilisées, haute densité

b. Transfert d'Oxygène

Concentration critique de dissolved oxygen (DO) : $DO_{crit} = 5-10\%$ de la saturation atmosphérique

Coefficient de transfert volumique : $k_L a = k \cdot (P_g/V)^\alpha \cdot (v_s)^\beta$

Où P_g/V est la puissance dissipée par unité de volume et v_s la vitesse superficielle du gaz.

VI.8. Énergétique et Environnement

VI.8.1. Centrales Thermiques

a. Cycles Thermodynamiques

Cycle	Principe	Rendement
Rankine (vapeur)	Vaporisation-détente- condensation	35-45%
Brayton (gaz)	Compression-combustion- détente	35-42%
Combined cycle	Brayton + Rankine	55-62%
Cogénération	Électricité + chaleur utile	80-90% (énergie utile)

b. Transferts dans les Chaudières

Surréchauffeur : $Q = \dot{m}_v \cdot (h_{surr} - h_{sat}) = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$

Économiseur : $Q = \dot{m}_{\text{eau}} \cdot (h_{\text{sortie}} - h_{\text{entrée}}) = U \cdot A \cdot \Delta T_{\text{lm}}$

VI.8.2. Énergies Renouvelables

a. Capteurs Solaires

Type	Température	Rendement	Applications
Plaque plane	30-80°C	50-80%	Eau chaude sanitaire
Tube à vide	50-150°C	60-75%	Eau chaude, chauffage
Concentrateur	100-400°C	40-60%	Procédés industriels
Tour solaire	400-1000°C	15-25%	Production électrique

b. Éoliennes

Puissance théorique : $P = 0,5 \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 \cdot C_p$

Où C_p est le coefficient de puissance (limite de Betz : $C_{p,\text{max}} = 16/27 \approx 0,593$).

Transferts de quantité de mouvement :

- Couche limite sur les pales
- Sillage turbulent
- Interactions pales-mât

VI.8.3. Traitement des Effluents

a. Bioréacteurs à Membrane (MBR)

Avantages :

- Séparation biologique + filtration membranaire
- Biomasse élevée possible (MLSS 10 g/L)
- Efficacité élevée, effluent de qualité

Transferts :

- Transfert d'oxygène (aération)
- Transfert de matière à travers la membrane
- Transfert de chaleur (exothermicité biologique)

b. Procédés d'Oxydation Avancée (POA)

Procédé	Principe	Applications
Ozone	Oxydation directe + radicaux OH	Désinfection, micropolluants
UV/H₂O₂	Photolyse de H ₂ O ₂ en radicaux OH	Micropolluants, couleur
Fenton	$Fe^{2+} + H_2O_2 \rightarrow$ radicaux OH	Organiques récalcitrants
Photo-Fenton	Fenton + UV	Accélération du procédé
Electro-oxydation	Génération in situ d'oxydants	Eaux salées

ANNEXE I : EXERCICES D'APPLICATION

Exercices — Chapitre I

Exercice 1.1

Un mélange eau-éthanol circule dans une conduite. Le débit massique entrant est de 100 kg/h avec une fraction massique en éthanol de 0,3. La réaction de fermentation produit 5 kg/h d'éthanol supplémentaire. Calculer le débit massique d'éthanol sortant en régime permanent.

Solution : Débit sortant = Débit entrant + Production = $(100 \times 0,3) + 5 = 30 + 5 = 35 \text{ kg/h}$

Exercice 1.2

Montrez l'analogie entre la loi de Fourier (transfert de chaleur), la loi de Fick (transfert de matière) et la loi de Newton (transfert de quantité de mouvement). Quelles sont les grandeurs potentiel, flux et propriété de transport dans chaque cas ?

Exercices — Chapitre II

Exercice 2.1

Une paroi composite est formée de trois couches : acier ($e_1 = 2 \text{ cm}$, $\lambda_1 = 50 \text{ W/m}\cdot\text{K}$), isolant ($e_2 = 10 \text{ cm}$, $\lambda_2 = 0,04 \text{ W/m}\cdot\text{K}$), et béton ($e_3 = 20 \text{ cm}$, $\lambda_3 = 1,2 \text{ W/m}\cdot\text{K}$). La température intérieure est 25°C et la température extérieure est -5°C . Calculer le flux thermique par m^2 de paroi.

Solution : $R_{t1} = 0,02/50 = 4 \times 10^{-4} \text{ K/W}\cdot\text{m}^2$

$$R_{t2} = 0,10/0,04 = 2,50 \text{ K/W}\cdot\text{m}^2$$

$$R_{t3} = 0,20/1,2 = 0,167 \text{ K/W}\cdot\text{m}^2$$

$$R_{t_total} = 4\times 10^{-4} + 2,50 + 0,167 = 2,667 \text{ K/W}\cdot\text{m}^2$$

$$q = \Delta T/R_{t_total} = (25-(-5))/2,667 = 30/2,667 \approx 11,25 \text{ W/m}^2$$

Exercice 2.2

Un échangeur de chaleur refroidit de l'eau de 80°C à 40°C. Le coefficient global d'échange est $U = 1500 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Le débit d'eau est 2 kg/s et $C_p = 4186 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$. Calculer la surface d'échange nécessaire si le fluide froid entre à 20°C et sort à 60°C. Utiliser la méthode de la différence de température logarithmique moyenne (DTLM).

Solution : $Q = \dot{m}\cdot C_p\cdot\Delta T = 2 \times 4186 \times (80-40) = 334\ 880 \text{ W} \approx 335 \text{ kW}$

$$\Delta T_1 = 80 - 60 = 20^\circ\text{C} \quad ; \quad \Delta T_2 = 40 - 20 = 20^\circ\text{C}$$

$$\text{DTLM} = (\Delta T_1 - \Delta T_2) / \ln(\Delta T_1/\Delta T_2) = (20-20)/\ln(1) \rightarrow \text{cas dégénéré, DTLM} = 20^\circ\text{C}$$

$$S = Q / (U\cdot\text{DTLM}) = 334\ 880 / (1500 \times 20) = 11,16 \text{ m}^2$$

Exercices — Chapitre III

Exercice 3.1

Du dioxyde de carbone (CO_2) diffuse à travers une membrane d'épaisseur $L = 0,2 \text{ mm}$. La concentration en CO_2 est $C_1 = 0,08 \text{ mol/L}$ d'un côté et $C_2 = 0,02 \text{ mol/L}$ de l'autre côté. Le coefficient de diffusion est $D = 1,5 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$. Calculer le flux diffusionnel de CO_2 à travers la membrane.

Solution : $\Delta C = C_1 - C_2 = (0,08 - 0,02) \text{ mol/L} = 0,06 \text{ mol/L} = 60 \text{ mol/m}^3$

$$J = D\cdot\Delta C/L = (1,5\times 10^{-9} \times 60) / (0,2\times 10^{-3}) = 9\times 10^{-8} / 2\times 10^{-4} = 4,5\times 10^{-4} \text{ mol/m}^2\cdot\text{s}$$

Exercice 3.2

Estimer le temps nécessaire pour que l'oxygène diffuse sur une distance de 1 mm dans l'eau ($D = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$).

Solution : $L = (D \cdot t)^{(1/2)} \rightarrow t = L^2/D = (10^{-3})^2 / (2 \times 10^{-9}) = 10^{-6} / 2 \times 10^{-9} = 500 \text{ s} \approx 8,3 \text{ min}$

Exercices — Chapitre IV

Exercice 4.1

De l'eau ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) s'écoule dans une conduite de diamètre $D = 2 \text{ cm}$ avec une vitesse moyenne $v = 0,1 \text{ m/s}$. Déterminer le régime d'écoulement et la perte de charge par mètre de conduite.

Solution : $Re = \rho \cdot v \cdot D / \mu = 1000 \times 0,1 \times 0,02 / 10^{-3} = 2000 \rightarrow$ Écoulement laminaire ($Re < 2300$)

$$f = 64/Re = 64/2000 = 0,032$$

$$h_f/L = f/D \cdot v^2/(2g) = 0,032/0,02 \times 0,01/(2 \times 9,81) = 1,6 \times 5,1 \times 10^{-4} = 8,15 \times 10^{-4} \text{ m/m}$$

Exercice 4.2 — Théorème de Bernoulli

De l'eau s'écoule dans une tuyauterie horizontale. En section S_1 ($D_1 = 10 \text{ cm}$), la vitesse est $v_1 = 1 \text{ m/s}$ et la pression $P_1 = 200 \text{ kPa}$. Calculer la vitesse et la pression en section S_2 ($D_2 = 5 \text{ cm}$).

Solution : $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \rightarrow v_2 = v_1 \cdot (D_1/D_2)^2 = 1 \times (10/5)^2 = 4 \text{ m/s}$

$$P_1/(\rho g) + v_1^2/(2g) = P_2/(\rho g) + v_2^2/(2g)$$

$$P_2 = P_1 + \rho(v_1^2 - v_2^2)/2 = 200\,000 + 1000 \times (1 - 16)/2 = 200\,000 - 7\,500 = 192\,500 \text{ Pa} \approx 192,5$$

kPa

ANNEXE II : FORMULAIRE RÉCAPITULATIF

A. Transfert de Chaleur

Formule	Expression	Unités
Loi de Fourier	$q = -\lambda \cdot dT/dx$	W/m ²
Loi de Newton (convection)	$\Phi = h \cdot S \cdot \Delta T$	W
Stefan-Boltzmann	$M = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$ ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$)	W/m ²
Résistance thermique (conduction)	$R_t = e/(\lambda \cdot S)$	K/W
Résistance thermique (convection)	$R_t = 1/(h \cdot S)$	K/W
Diffusivité thermique	$\alpha = \lambda/(\rho \cdot C_p)$	m ² /s
Équation de diffusion	$\partial T/\partial t = \alpha \cdot \nabla^2 T$	K/s
Nusselt	$Nu = h \cdot L/\lambda_{\text{fluide}}$	—
Prandtl	$Pr = \mu \cdot C_p/\lambda = \nu/\alpha$	—
DTLM (contre-courant)	DTLM $(\Delta T_1 - \Delta T_2)/\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)$	= K

B. Transfert de Matière

Formule	Expression	Unités
1ère loi de Fick	$J = -D \cdot dC/dx$	mol/m ² ·s
2ème loi de Fick (1D)	$\partial C/\partial t = D \cdot \partial^2 C/\partial x^2$	mol/m ³ ·s
Distance de diffusion	$L = (D \cdot t)^{1/2}$	m
Flux convectif total	$N = J + C \cdot v$	mol/m ² ·s
Coefficient de transfert	$h_m = D/\delta$	m/s
Sherwood	$Sh = h_m \cdot L/D$	—
Schmidt	$Sc = \nu/D$	—

C. Transfert de Quantité de Mouvement

Formule	Expression	Unités
Loi de Newton (viscosité)	$\tau = \mu \cdot dv/dy$	Pa
Viscosité cinématique	$\nu = \mu/\rho$	m ² /s
RFH	$P + \rho \cdot g \cdot z = \text{constante}$	Pa
Équation de continuité	$\text{div}(\rho \cdot \mathbf{v}) + \partial \rho / \partial t = 0$	kg/m ³ ·s
Bernoulli	$P/(\rho g) + v^2/(2g) + z = \text{cte}$	m
Bernoulli généralisé	$(P/(\rho g) + v^2/(2g) + z)_1 + H_m =$ $(\dots)_2 + h_f$	m
Reynolds	$Re = \rho \cdot v \cdot L/\mu = v \cdot L/\nu$	—

Formule	Expression	Unités
Darcy-Weisbach	$h_f = f \cdot (L/D) \cdot (v^2/2g)$	m
Navier-Stokes (incompressible)	$\rho \cdot Dv/Dt = -\nabla P + \mu \nabla^2 v + \rho g$	N/m ³

ANNEXE III : GLOSSAIRE

Terme	Définition
Bilan de matière	Équation comptabilisant les entrées, sorties, production et accumulation d'un composant dans un système.
Coefficient de convection h	Grandeur empirique (W/m ² ·K) caractérisant l'intensité du transfert de chaleur par convection entre un fluide et une paroi.
Compressibilité	Aptitude d'un fluide à réduire son volume sous l'effet d'une pression. Faible pour les liquides, élevée pour les gaz.
Conduction thermique	Mode de transfert de chaleur sans déplacement macroscopique de matière, par chocs moléculaires. Décrit par la loi de Fourier.
Convection	Mode de transfert (chaleur ou matière)

Terme	Définition
	impliquant un déplacement macroscopique de fluide.
Couche limite	Zone de fluide proche d'une paroi où les gradients de vitesse, température ou concentration sont importants.
Densité de flux	Flux par unité de surface (W/m^2 pour la chaleur, $mol/m^2 \cdot s$ pour la matière).
Diffusivité thermique (α)	Rapport $\lambda/(\rho \cdot C_p)$. Mesure la rapidité de propagation d'un signal thermique dans un milieu.
Équation de continuité	Expression mathématique de la conservation de la masse pour un fluide en mouvement.
Fluide incompressible	Fluide dont la masse volumique est constante (indépendante de la pression).
Fluide newtonien	Fluide pour lequel la contrainte de cisaillement est proportionnelle au gradient de vitesse (loi de Newton).
Gradient	Taux de variation spatiale d'une grandeur intensive (température, concentration, vitesse).
Loi de Fick (1ère)	$J = -D \cdot dC/dx$: le flux de diffusion est proportionnel et opposé au gradient de

Terme	Définition
	concentration.
Loi de Fourier	$q = -\lambda \cdot dT/dx$: le flux de chaleur par conduction est proportionnel et opposé au gradient de température.
Loi de Newton (viscosité)	$\tau = \mu \cdot dv/dy$: la contrainte de cisaillement est proportionnelle au gradient de vitesse.
Navier-Stokes (équations de)	Équations fondamentales du mouvement des fluides, exprimant la conservation de la quantité de mouvement.
Nombre de Nusselt (Nu)	$Nu = h \cdot L/\lambda$: nombre adimensionnel caractérisant l'importance du transfert convectif par rapport au transfert conductif.
Nombre de Reynolds (Re)	$Re = \rho v L/\mu$: nombre adimensionnel comparant les forces d'inertie aux forces visqueuses.
Nombre de Schmidt (Sc)	$Sc = \nu/D$: analogue du nombre de Prandtl pour le transfert de matière.
Nombre de Sherwood (Sh)	$Sh = h_m \cdot L/D$: analogue du nombre de Nusselt pour le transfert de matière.
Poussée d'Archimède	Force verticale ascendante exercée par un fluide sur un corps immergé, égale au poids du fluide déplacé.

Terme	Définition
Rayonnement thermique	Mode de transfert d'énergie par ondes électromagnétiques, ne nécessitant pas de milieu matériel.
Régime laminaire	Écoulement ordonné en couches parallèles ($Re < 2300$ pour une conduite cylindrique).
Régime turbulent	Écoulement désordonné avec tourbillons et fluctuations aléatoires ($Re > 4000$ pour une conduite).
Résistance thermique	$R_t = e/(\lambda \cdot S)$ ou $1/(h \cdot S)$: analogie électrique pour la résistance au transfert de chaleur.
Tension superficielle	Énergie d'interface (N/m) entre un liquide et un gaz. Responsable de la capillarité.
Viscosité dynamique (μ)	Propriété d'un fluide caractérisant sa résistance à l'écoulement (Pa·s ou kg/m·s).
Viscosité cinématique (ν)	$\nu = \mu/\rho$, rapport de la viscosité dynamique à la masse volumique (m ² /s).

ANNEXE IV : DONNÉES PHYSIQUES ET TECHNIQUES

A. Propriétés Thermophysiques des Matériaux

A.1. Métaux et Alliages

Matériau	ρ (kg/m ³)	λ (W/m·K)	Cp (J/kg·K)	α (m ² /s)	T_fusion (°C)
Aluminium pur	2700	237	900	$97,5 \times 10^{-6}$	660
Cuivre	8960	401	385	116×10^{-6}	1085
Fer pur	7870	80	450	$22,6 \times 10^{-6}$	1538
Acier doux	7850	50	460	$13,8 \times 10^{-6}$	1500
Acier inox 304	7900	15	500	$3,8 \times 10^{-6}$	1400
Laiton (70/30)	8500	110	380	34×10^{-6}	920
Bronze	8800	50	380	15×10^{-6}	900
Titane	4500	22	520	$9,4 \times 10^{-6}$	1668
Nickel	8900	91	450	$22,7 \times 10^{-6}$	1455
Argent	10500	429	235	174×10^{-6}	962
Or	19300	318	130	127×10^{-6}	1064
Platine	21400	72	130	$25,9 \times 10^{-6}$	1768

Matériau	ρ (kg/m ³)	λ (W/m·K)	Cp (J/kg·K)	α (m ² /s)	T_fusion (°C)
Tungstène	19300	173	130	$69,0 \times 10^{-6}$	3422

A.2. Isolants Thermiques

Matériau	ρ (kg/m ³)	λ (W/m·K)	T_max (°C)	Applications
Laine de verre	20-100	0,030-0,045	250	Bâtiment, industrie
Laine de roche	30-200	0,035-0,045	700	Haute température
Polystyrène expansé	15-30	0,030-0,040	80	Bâtiment, frigorifique
Polyuréthane	30-40	0,022-0,028	120	Frigorifique, cryogénie
Vermiculite	100-200	0,050-0,070	1000	Haute température
Perlite	50-150	0,030-0,050	900	Haute température
Silice aérogel	100-200	0,013-0,020	650	Haute performance
Fibre de carbone	150-200	0,050-0,100	2000	Extrême température
Feutre céramique	100-200	0,050-0,100	1400	Four industriel

A.3. Fluides de Procédé

a. Eau et Vapeur

T (°C)	P _{sat} (bar)	ρ _l (kg/m ³)	ρ _v (kg/m ³)	h _{fg} (kJ/kg)	C _{p,l} (J/kg·K)	λ _l (W/m·K)	μ _l (mPa·s)
0	0,006	999,8	0,0048	2501	4218	0,561	1,79
20	0,023	998,2	0,0173	2454	4182	0,600	1,00
50	0,123	988,0	0,0830	2382	4181	0,643	0,55
100	1,013	958,4	0,598	2257	4216	0,683	0,28
150	4,76	917,0	2,55	2114	4312	0,684	0,18
200	15,55	864,7	7,84	1940	4501	0,663	0,14
250	39,78	799,2	19,98	1716	4855	0,618	0,11
300	85,93	712,5	46,19	1405	5750	0,547	0,09
374 (critique)	220,6	322,0	322,0	0	∞	0,14	0,03

b. Huiles et Hydrocarbures

Fluide	ρ (kg/m ³)	C _p (J/kg·K)	λ (W/m·K)	μ (mPa·s)	T _{ébullition} (°C)
Huile	800-900	2000	0,15	50-500	300

Fluide	ρ (kg/m³)	Cp (J/kg·K)	λ (W/m·K)	μ (mPa·s)	T_ébullition (°C)
minérale					
Huile thermique	900-1000	2200	0,11	2-10	200-400
Glycol éthylène	1110	2400	0,25	20	197
Glycol propylène	1030	2500	0,15	40	188
Benzène	879	1730	0,14	0,60	80
Toluène	867	1700	0,15	0,55	111
Éthanol	789	2400	0,17	1,08	78
Méthanol	792	2500	0,20	0,54	65
Acétone	790	2200	0,16	0,30	56
Ammoniac (-33°C)	682	4500	0,54	0,26	-33

c. Gaz Industriels

Gaz	M (g/mol)	ρ (kg/m³, 0°C, 1 atm)	Cp (J/kg·K)	λ (W/m·K)	μ (μPa·s)	Pr
Air	28,97	1,293	1005	0,0243	17,1	0,71

Gaz	M (g/mol)	ρ (kg/m³, 0°C, 1 atm)	Cp (J/kg·K)	λ (W/m·K)	μ (μPa·s)	Pr
Azote (N ₂)	28,01	1,250	1040	0,0240	16,6	0,72
Oxygène (O ₂)	32,00	1,429	918	0,0245	19,2	0,72
Hydrogène (H ₂)	2,016	0,0899	14200	0,173	8,4	0,69
Dioxyde de carbone (CO ₂)	44,01	1,977	840	0,0146	13,7	0,79
Vapeur d'eau (100°C)	18,02	0,598	2080	0,0248	12,1	1,01
Méthane (CH ₄)	16,04	0,717	2220	0,0302	10,9	0,80
Propane (C ₃ H ₈)	44,10	2,020	1670	0,0158	7,5	0,79
Ammoniac (NH ₃)	17,03	0,771	2090	0,0222	9,2	0,87

A.4. Coefficients de Diffusion

a. Gaz à 25°C, 1 atm

Système	D _{AB} (cm ² /s)	D _{AB} (m ² /s)
Air-CO ₂	0,160	1,60×10 ⁻⁵
Air-H ₂ O	0,260	2,60×10 ⁻⁵
Air-éthanol	0,120	1,20×10 ⁻⁵
N ₂ -H ₂	0,770	7,70×10 ⁻⁵
O ₂ -N ₂	0,200	2,00×10 ⁻⁵
CO ₂ -N ₂	0,165	1,65×10 ⁻⁵
H ₂ -CH ₄	0,726	7,26×10 ⁻⁵
He-N ₂	0,687	6,87×10 ⁻⁵

b. Liquides à 25°C, dilution infinie

Soluté	Solvant	D (m ² /s)
O ₂	Eau	2,10×10 ⁻⁹
CO ₂	Eau	1,92×10 ⁻⁹
NaCl	Eau	1,61×10 ⁻⁹
Éthanol	Eau	1,24×10 ⁻⁹
Glucose	Eau	6,70×10 ⁻¹⁰
Glycérine	Eau	1,06×10 ⁻⁹

Soluté	Solvant	D (m ² /s)
Benzène	Eau	1,02×10 ⁻⁹
O ₂	Sang	1,20×10 ⁻⁹
CO ₂	Sang	1,80×10 ⁻⁹

B. Corrélations pour le Calcul des Coefficients de Transfert

B.1. Convection Interne (Conduites)

a. Écoulement Laminaire

Nusselt thermiquement développé : $Nu = 3,66$ (flux de chaleur constant)

$Nu = 4,36$ (température de paroi constante)

Entrée thermique : $Nu_x = 1,077 \cdot (Re \cdot Pr \cdot D/x)^{1/3}$ pour $(Re \cdot Pr \cdot D/x) \geq 10$

b. Écoulement Turbulent

Corrélation de Dittus-Boelter : $Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n$

Où $n = 0,4$ (chauffage) ou $0,3$ (refroidissement).

Validité : $0,7 < Pr < 160$, $Re > 10\,000$, $L/D > 10$.

Corrélation de Gnielinski : $Nu = [(f/8) \cdot (Re - 1000) \cdot Pr] / [1 + 12,7 \cdot (f/8)^{0,5} \cdot (Pr^{2/3} - 1)]$

Validité : $0,5 < Pr < 2000$, $3000 < Re < 5 \times 10^6$.

Facteur de friction de Petukhov : $f = [0,790 \cdot \ln(Re) - 1,64]^{-2}$

B.2. Convection Externe

a. Écoulement sur une Plaque Plane

Couche laminaire ($Re_x < 5 \times 10^5$) : $Nu_x = 0,332 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Pr^{(1/3)}$

$$Nu_L = 0,664 \cdot Re_L^{0,5} \cdot Pr^{(1/3)}$$

Couche turbulente ($Re_x > 5 \times 10^5$) : $Nu_x = 0,0296 \cdot Re_x^{0,8} \cdot Pr^{(1/3)}$

$$Nu_L = (0,037 \cdot Re_L^{0,8} - 871) \cdot Pr^{(1/3)}$$

b. Écoulement sur un Cylindre

Corrélation de Churchill-Bernstein : $Nu_D = 0,3 + [0,62 \cdot Re_D^{0,5} \cdot Pr^{(1/3)}] / [1 + (0,4/Pr)^{(2/3)}]^{0,25} \cdot [1 + (Re_D/282000)^{0,625}]^{(4/5)}$

Validité : $Re \cdot Pr > 0,2$.

c. Écoulement sur une Sphère

Corrélation de Whitaker : $Nu_D = 2 + (0,4 \cdot Re_D^{0,5} + 0,06 \cdot Re_D^{(2/3)}) \cdot Pr^{0,4} \cdot (\mu_\infty / \mu_s)^{0,25}$

Validité : $3,5 < Re < 7,6 \times 10^4$, $0,71 < Pr < 380$.

B.3. Convection Naturelle

a. Plaques Verticales

Couche laminaire ($10^4 < Ra_L < 10^9$) : $Nu_L = 0,59 \cdot Ra_L^{(1/4)}$

Couche turbulente ($Ra_L > 10^9$) : $Nu_L = 0,10 \cdot Ra_L^{(1/3)}$

b. Cylindres Horizontaux

Corrélation de Churchill-Chu : $Nu_D = \{0,60 + 0,387 \cdot Ra_D^{(1/6)}\} / [1 +$

$$(0,559/Pr)^{(9/16)} \cdot [0,492 + (0,559/Pr)^{(9/16)}]^{(8/27)}$$

Validité : $Ra_D \cdot 10^{12}$.

c. Espaces Confis (Entre Deux Plaques)

Pour l'air :

Configuration	Corrélation	Domaine
Plaques verticales	$Nu = 0,42 \cdot Ra^{0,25} \cdot Pr^{0,012} \cdot (H/L)^{-0,3}$	$10^3 \text{ Ra } 10^5$
Plaques verticales	$Nu = 0,046 \cdot Ra^{0,333}$	$10^6 \text{ Ra } 10^9$
Plaques horizontales (chaud en bas)	$Nu = 1 + 1,44 \cdot [1 - 1708/Ra]^+ \cdot [1 - 1708 \cdot (\sin(1,8\theta))^{1,6}/Ra]^+ + [(Ra/5830)^{(1/3)} - 1]^+$	Tout Ra

B.4. Ébullition et Condensation

a. Ébullition Nucléée

Corrélation de Rohsenow : $C_{p,l} \cdot (T_w - T_{sat}) / h_{fg} = C_{sf} \cdot [q / (\mu_l \cdot h_{fg}) \cdot \sqrt{(\sigma / (g \cdot (\rho_l - \rho_v)))}]^{0,33} \cdot Pr_l^n$

Valeurs de C_{sf} :

- Eau-cuivre : 0,013
- Eau-laiton : 0,006

- Eau-inox : 0,013
- Benzène-chrome : 0,010

Corrélation de Cooper : $q = C \cdot (P/P_{crit})^{0,12} \cdot (1 - P/P_{crit})^{(-0,9)} \cdot M^{(-0,5)} \cdot (T_w - T_{sat})^{2,5}$

b. Condensation en Film

Surface verticale : $\bar{h}_L = 0,943 \cdot [g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot h'_{fg} \cdot \lambda_l^3 / (\mu_l \cdot L \cdot (T_{sat} - T_w))]^{(1/4)}$

Où $h'_{fg} = h_{fg} + 0,68 \cdot C_{p,l} \cdot (T_{sat} - T_w)$.

Tube horizontal : $\bar{h}_D = 0,725 \cdot [g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot h'_{fg} \cdot \lambda_l^3 / (\mu_l \cdot D \cdot (T_{sat} - T_w))]^{(1/4)}$

B.5. Transfert de Masse

a. Convection Forcée sur une Plaque

Couche laminaire : $Sh_x = 0,332 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Sc^{(1/3)}$

$Sh_L = 0,664 \cdot Re_L^{0,5} \cdot Sc^{(1/3)}$

Couche turbulente : $Sh_L = (0,037 \cdot Re_L^{0,8} - 871) \cdot Sc^{(1/3)}$

b. Chute de Film

Corrélation de Vivian-Peaceman : $Sh = 0,433 \cdot (Re/Sc)^{0,5} \cdot Sc^{0,5}$ pour $Re > 400$

$Sh = 0,0432 \cdot Re^{0,8} \cdot Sc^{0,5}$ pour $Re < 400$

c. Gouttes et Bulles

Goutte rigide ($Re > 1$) : $Sh = 2 + 0,6 \cdot Re^{0,5} \cdot Sc^{(1/3)}$

Goutte interne circulante : $Sh = 2 + 0,79 \cdot Re^{0,5} \cdot Sc^{(1/3)}$

Bulle (équation de Froessling) : $Sh = 2 + 0,552 \cdot Re^{0,5} \cdot Sc^{1/3}$

C. Facteurs de Conversion et Unités

C.1. Système International (SI)

Grandeur	Unité SI	Symbole
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Température	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Force	newton	$N = kg \cdot m/s^2$
Pression	pascal	$Pa = N/m^2$
Énergie	joule	$J = N \cdot m$
Puissance	watt	$W = J/s$

C.2. Unités Courantes et Conversions

Unité	Conversion en SI	Domaine
1 bar	$10^5 Pa$	Pression industrielle
1 atm	101325 Pa	Pression standard
1 mmHg (torr)	133,322 Pa	Médical, laboratoire

Unité	Conversion en SI	Domaine
1 psi	6894,76 Pa	Industrie américaine
1 cal	4,184 J	Énergie thermochimique
1 kWh	$3,6 \times 10^6$ J	Énergie électrique
1 BTU	1055 J	Industrie américaine
1 hp (cheval)	735,5 W	Puissance mécanique
1 stokes	10^{-4} m ² /s	Viscosité cinématique
1 poise	0,1 Pa·s	Viscosité dynamique

C.3. Préfixes du SI

Préfixe	Symbole	Facteur	Exemple
pico	p	10^{-12}	pW
nano	n	10^{-9}	nm
micro	μ	10^{-6}	μm
milli	m	10^{-3}	mm
centi	c	10^{-2}	cm
déci	d	10^{-1}	dL
déca	da	10^1	daN
hecto	h	10^2	hPa
kilo	k	10^3	kg

Préfixe	Symbole	Facteur	Exemple
méga	M	10^6	MPa
giga	G	10^9	GW
téra	T	10^{12}	TJ

D. Diagrammes et Abaques

D.1. Diagramme de Mollier (Eau)

Le diagramme de Mollier représente l'enthalpie h en fonction de l'entropie s pour la vapeur d'eau.

Utilisations :

- Calcul des rendements des turbines
- Détermination des états thermodynamiques
- Analyse des cycles de Rankine

D.2. Diagramme Psychrométrique (Air Humide)

Grandées représentées :

- Température sèche (T)
- Température humide (T_h)
- Humidité relative (φ)
- Humidité absolue (Y)

- Enthalpie de l'air humide (h)
- Volume spécifique (v)

Utilisations :

- Calculs de séchage
- Conditionnement d'air
- Tours de refroidissement

D.3. Diagramme de Moody

Facteur de friction de Darcy f en fonction de Re et de la rugosité relative ε/D .

Régimes :

- Laminaire : $f = 64/Re$
- Transition : 2300 Re 4000
- Turbulent lisse : $f = 0,316/Re^{0,25}$ (Blasius)
- Turbulent rugueux : $f = [1,74 + 2 \cdot \log(2\varepsilon/D)]^{-2}$

D.4. Abaques de LMTD

Facteur de correction F pour différentes configurations d'échangeurs :

- 1-2 (1 passe coquille, 2 passes tubes)
- 2-4 (2 passes coquille, 4 passes tubes)
- Écoulement croisé (1, 2, ou plus de rangées de tubes)

E. Normes et Standards

E.1. Normes de Construction des Échangeurs

Norme	Domaine	Application
TEMA	Tubular Exchanger Manufacturers Association	Échangeurs tubulaires
ASME VIII	American Society of Mechanical Engineers	Appareils sous pression
CODAP	Code Français de Construction des Appareils à Pression	Appareils sous pression (France)
EN 13445	European Standard	Appareils sous pression non soumis à flamme
API 660	American Petroleum Institute	Échangeurs pour raffineries
API 661	American Petroleum Institute	Échangeurs aéroréfrigérants

E.2. Normes de Sécurité

Norme	Objet
ATEX 2014/34/UE	Équipements atmosphères explosibles
IEC 61511	Sécurité des systèmes de contrôle commande
ISO 10418	Offshore, séparation et traitement

Norme	Objet
NFPA 30	Stockage des liquides inflammables
OSHA 1910	Sécurité et santé au travail (USA)

E.3. Normes Environnementales

Norme/Réglementation	Objet
Directive IPPC	Prévention et réduction intégrées de la pollution
Directive Seveso III	Risques d'accidents majeurs
REACH	Enregistrement, évaluation et autorisation des substances chimiques
Kyoto/Accord de Paris	GES, réduction des émissions

F. Méthodes d'Estimation des Propriétés

F.1. Méthodes de Corrélation

a. Conductivité Thermique des Gaz

Corrélacion de Eucken : $\lambda = (C_p + 1,25 \cdot R/M) \cdot \mu$

Pour les gaz polyatomiques : $\lambda = (C_p + 1,25 \cdot R/M) \cdot \mu / (1 + 0,5 \cdot R/(M \cdot C_v))$

b. Viscosité des Gaz

Corrélation de Chapman-Enskog : $\mu = (5/16) \cdot \sqrt{(\pi \cdot M \cdot k_B \cdot T)} / (\pi \cdot \sigma^2 \cdot \Omega_\mu)$

Où :

- σ : diamètre de collision (m)
- Ω_μ : intégrale de collision (fonction de $k_B \cdot T / \varepsilon$)
- ε : énergie potentielle de Lennard-Jones

c. Diffusivité des Gaz

Corrélation de Fuller-Schettler-Giddings : $D_{AB} = (0,00143 \cdot T^{1,75}) / [P \cdot (M_{AB})^{0,5} \cdot ((\Sigma v)_A^{1/3} + (\Sigma v)_B^{1/3})^2]$

Où $M_{AB} = 2 / (1/M_A + 1/M_B)$ et Σv sont les volumes de diffusion atomiques.

F.2. Méthodes de Groupe de Contribution

a. Méthode de Joback

Pour estimer les propriétés critiques (T_c , P_c , V_c) et les propriétés thermodynamiques à partir de la structure moléculaire.

b. Méthode UNIFAC

Pour estimer les coefficients d'activité et les équilibres liquide-vapeur à partir des groupes fonctionnels.

F.3. Logiciels de Simulation

Logiciel	Éditeur	Domaine d'application

Logiciel	Éditeur	Domaine d'application
Aspen Plus	AspenTech	Simulation de procédés chimiques
HYSYS	AspenTech	Simulation de procédés pétroliers et gaziers
PRO/II	AVEVA	Simulation de procédés
ChemCAD	Chemstations	Simulation de procédés
DWSIM	Open Source	Simulation de procédés (gratuit)
COMSOL Multiphysics	COMSOL	Simulation multiphysique (CFD, transferts)
ANSYS Fluent	ANSYS	CFD, simulation d'écoulements
OpenFOAM	Open Source	CFD (gratuit)

BIBLIOGRAPHIE ET RÉFÉRENCES

Ouvrages Fondamentaux

- **Bird, R.B., Stewart, W.E., Lightfoot, E.N.** (2002). *Transport Phenomena* (2ème éd.). Wiley. — L'ouvrage de référence mondial sur les phénomènes de transfert.
- **Incropera, F.P., DeWitt, D.P., Bergman, T.L., Lavine, A.S.** (2011). *Fundamentals*

of Heat and Mass Transfer (7ème éd.). Wiley.

- **Welty, J.R., Rorrer, G.L., Foster, D.G.** (2015). *Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer* (6ème éd.). Wiley.
- **McCabe, W.L., Smith, J.C., Harriott, P.** (2005). *Unit Operations of Chemical Engineering* (7ème éd.). McGraw-Hill.
- **Comolet, R.** (1994). *Mécanique expérimentale des fluides*. Masson, Paris.
- **Sacadura, J.F.** (1993). *Initiation aux transferts thermiques*. TEC & DOC Lavoisier, Paris.
- **Treybal, R.E.** (1981). *Mass Transfer Operations* (3ème éd.). McGraw-Hill.
- **Cussler, E.L.** (2009). *Diffusion: Mass Transfer in Fluid Systems* (3ème éd.). Cambridge University Press.

Ressources Complémentaires

- Cours de l'École Polytechnique de Montréal — Phénomènes de transfert
- Transport Phenomena; BIRD (R.B). STEAWART (W.E),J. Wiley and Sons. Inc.,1960.
- Mass Transfer Operations; TREYBAL (R.E). McGraw-Hill book Cy, Inc,1955.
- Le pétrole, Raffinage et Génie Chimique; P. WUTHIER, 1965 Edition Technip. Paris.
- Chemical Engineering; COULSON et RICHARDSON. Pergamon Press. Lim., London 1955.
- MIT Open Course Ware — Chemical Engineering : Transport Processes.
- Openstax — University Physics, Volume 2 : Fluids, Heat and Mass Transfer.