جامعة جيجل ـ كلية العلوم الدقيقة والإعلام الآلي **يوم:** 04 جوان 2026

قسم الإعلام الآلي المدة: ساعتان

الامتحان الاستدراكي في الجبر1

التمرين الأول: نعتبر $G = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ والقانون $(*)$ المعرف بـ :

$$\forall (x, y) \in G^2 : \ x * y = xy + x + y.$$

1) أثبت أنّ $(*)$ عملية داخلية في G (يمكنك استعمال البرهان بالتناقض أو بعكس النقيض).
2) برهن أنّ $(G, *)$ زمرة تبديلية.
3) ليكن a و b عددين حقيقيين غير معدومين وليكن f التطبيق المعرف بـ:

$$\begin{array}{rccc} f & : & (G,*) & \longrightarrow & (\mathbb{R}^*, \times) \\ & & x & \longmapsto & f(x) = ax + b \end{array}$$

a) عيّن قيم a و b حتى يكون f تماثل زمري.
b) نفرض $a = b = 1$. عيّن $ker f$ نواة التماثل. هل f تشاكل زمري؟

التمرين الثاني: لتكن المجموعة:

$$A = \{x = \frac{n}{10^k} : \ n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{N}\}.$$

1) برهن أن A حلقة جزئية من $(\mathbb{Q}, +, \times)$
2) عين العناصر القابلة للقلب في A. هل A حقل؟

التمرين الثالث: نعتبر كثيرات الحدود
$A = X^4 - 3X^3 + X^2 + 4$، $B = X^3 - 3X^2 + 3X - 2$ و $C = X^2 - 1$
1)عيّن R باقي قسمة كثير الحدود A على C دون إجراء عملية القسمة الإقليدية.
2) احسب القاسم المشترك الأكبر لـ A و B أي $PGCD(A, B)$.

بالتوفيق