

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE MOHAMED SEDDIK BEN YAHIA DE JIJEL

جامعة محمد الصديق بن يحيى

Faculté des Sciences et de la Technologie
Département Génie Mécanique

Cours

Turbomachines II

(Niveau : L3 Energétique)

Par

S.DJIMLI

Année Universitaire 2025/2026

Sommaire

Chapitre 1 : Equation générales des turbomachines et grandeurs thermodynamiques

1. Introduction
2. Lois fondamentales et équations de base
 - 2.1 Le principe de la conservation de la masse
 - 2.2 Le premier principe de la thermodynamique
 - 2.3 Le deuxième principe de la thermodynamique
3. Grandeurs Thermodynamiques statiques et totales
 - 3.1 Exemple
4. Thermodynamique des processus de turbomachine
 - 4.1 Rendements des compresseurs
 - 4.1.1 Rendement totale à totale
 - 4.1.2 Rendement statique à statique
 - 4.1.3 Rendement polytropique
 - 4.1.4 Rendement d'un étage
 - 4.1.5 Facteur de préchauffage dans les compresseurs
 - 4.1.6 Exemple
 - 4.2 Rendements des turbines
 - 4.2.1 Rendement totale à totale
 - 4.2.2 Rendement totale à statique
 - 4.2.3 Rendement polytropique
 - 4.2.4 Rendement d'un étage (turbine)
 - 4.2.5 Facteur de préchauffage dans les turbines

Chapitre 2 : Etude d'un écoulement dans tuyère

1. Introduction
2. Effets des changements de section sur le débit
3. Exemple Application

Chapitre 3 : Etude d'une Turbine Axiale

1. Introduction
2. La Description
3. Triangles De Vitesse Pour Une Turbine A Ecoulement Axial
 - 3.1 Turbine à réaction
 - 3.2 Turbine à action
 - 3.3 Etage Normal
4. Etude thermodynamique
 - 4.1 Rendement total à total
 - 4.2 Rendement total-statique
5. Etude dynamique
6. Les Coefficients
 - 6.1 Coefficient de charge
 - 6.3 Coefficient de débit
 - 6.3 Degrée de réaction
7. Remarque

Chapitre 4 : Les compresseurs centrifuges

1. Introduction
2. Définition
3. Principe de fonctionnement
4. Constitution d'un compresseur centrifuge
5. Types de compresseurs centrifuges
6. Types de compresseurs centrifuges
7. Performances
8. Avantages
9. Inconvénients
10. Triangles des vitesses pour une machine radiale
11. L'inclinaison des aubes
12. Le phénomène de pompage (Surge)
13. Domaines d'application
14. Entretien et maintenance
15. Comparaison avec les compresseurs alternatifs

Chapitre 1 : Equation générales des turbomachines et grandeurs thermodynamiques

1. Introduction

Deux types de fluides peut être utilisé soit incompressibles ou compressibles dans les processus de transfert d'énergie dans un rotor des turbomachines. Les fluides incompressibles sont des liquides. Les turbomachines qui utilisent des liquides sont les turbines hydrauliques fonctionnant avec de l'eau et les pompes fonctionnant avec de l'eau ou divers produits chimiques liquides dans les industries de transformation. Les fluides compressibles subissent une grande variation de leurs masses volumiques lors de leur passage dans les turbomachines. Le comportement des fluides compressibles au cours des processus dans les turbomachines peut être rapproché de celui des gaz parfaits. On suppose que les lois des gaz parfaits sont valables pour ces fluides. Ce chapitre est destiné à la présentation des différents paramètres statiques et totaux, ainsi que les rendements lors de la compression et de la détente de fluides compressibles dans les turbomachines.

2. Lois fondamentales et équations de base

Les lois de base de la thermodynamique et de la mécanique des fluides sont utilisées dans les turbomachines. Les lois importantes et les équations régissant les turbomachines sont les suivantes:

2.1 Le principe de la conservation de la masse

La conservation de la masse est l'un des principes les plus fondamentaux de la nature. La masse, comme l'énergie, est une propriété conservée et elle ne peut être ni créée ni détruite. Le principe de conservation de la masse pour un volume contrôlé soumis à un processus d'écoulement régulier, exige que le débit masse à travers le volume contrôlé reste constant.

$$m = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

Où les indices 1 et 2 sont respectivement les conditions d'entrée et de sortie. Equation de la conservation de la masse est souvent appelée équation de continuité en mécanique des fluides. Dans les machines à écoulement compressible, le débit massique (kg / s) est utilisé de manière exclusive, tandis que dans les machines hydrauliques, le débit volumique (m³/s) est préféré.

2.2 Le premier principe de la thermodynamique

La première loi de la thermodynamique, également connue sous le nom de principe de conservation de l'énergie, stipule que l'énergie ne peut être ni créée ni

détruite; mais il peut changer la forme. L'équation de conservation de l'énergie pour un système général peut être exprimée par :

$$Q + W = \dot{m}[\Delta h + \Delta V + \Delta P]$$

Avec : Δh : Changement d'enthalpie par unité masse

ΔV : Changement d'énergie cinétique par unité de masse

ΔP : Changement d'énergie potentielle par unité de masse

2.3 Le deuxième principe de la thermodynamique

La deuxième loi de la thermodynamique conduit à la définition de l'entropie est définie comme :

$$\delta Q_{rev} = T dS$$

La forme différentielle de l'équation de conservation de l'énergie pour un système stationnaire fermé, peut être exprimée pour un processus réversible comme suit :

$$\delta Q_{rev} - \delta W_{rev} = dU$$

Mais $Q_{rev} = T dS$ et $\delta W_{rev} = P dV$

Donc $T dS = dU + P dV$

Pour unité de masse

$$T ds = du + P dv$$

D'après l'équation de Gibbs ($h = u + Pv$) $\Rightarrow dh = du + P dv + v dP$

Donc $T ds = dh - v dP$

Pour l'état d'arrêt $T ds = dh_0 - v_0 dP_0$

3. Grandeurs Thermodynamiques statiques et totales

L'état statique d'un fluide est l'état décrit par ses diverses propriétés sans l'effet de vitesse. D'autre part, si le fluide se déplace à une vitesse, ses propriétés peuvent être identifiées dans les deux types suivants :

- L'effet de la vitesse est négligé (le fluide n'avait aucune vitesse, il était au repos stocké dans un réservoir);
- L'effet de la vitesse est considéré. Dans ce type, les propriétés se présentent sous la forme des «**propriétés d'arrêts** » et l'état est défini par «l'état d'arrêt».

L'état d'arrêt d'un fluide en mouvement est l'état atteint par le fluide lorsqu'il est brusquement (ou isentropiquement) mis au repos sans transfert de chaleur ni travail effectué. Dans ces processus, l'énergie cinétique est convertie en énergie interne du fluide, avec une augmentation conséquente des valeurs de ses propriétés telles que la pression, la température, l'enthalpie, etc.

Les propriétés du fluide à l'état d'arrêt sont les «**propriétés totales**». Les symboles des propriétés sont les mêmes que ceux des propriétés statiques, mais avec un indice «0» signifiant que la vitesse a été ramenée à zéro. Ainsi, lorsque le fluide se déplace à une vitesse **V** avec sa température statique **T**, son enthalpie statique **h**, sa pression statique **P** et sa masse volumique **ρ**, sa température d'arrêt **T₀**, l'enthalpie de stagnation **h₀** et la pression de stagnation **P₀** sont respectivement données par les expressions suivantes:

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2C_p} , \quad h_0 = h + \frac{V^2}{2} , \quad P_0 = P + \frac{\rho V^2}{2g}$$

3.1 Exemple :

Un gaz de combustion entrée dans une turbine à une température statique de 1050 K, une pression statique de 600 kPa et une vitesse de 150 m/s. Pour les gaz, $C_p = 1,004$ kJ/kg K et $\gamma = 1,41$. Trouvez la température totale et la pression totale des gaz ainsi que la différence entre les enthalpies statiques et totales.

Solution

On a $P = 600$ kPa, $T = 1050$ K et $V = 150$ m / s.

La température totale est donnée par

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2C_p}$$

$$T_0 = 1050 + \frac{150^2}{2 \times 1004} = 1061,2 \text{ K}$$

Nous savons que

$$r = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \times C_p = \frac{1,41 - 1}{1,41} \times 1004 = 291,9 \frac{J}{kg \text{ K}}$$

Aussi

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{600 \times 1000}{291,9 \times 1050} = 1,96 \text{ kg/m}^3$$

La pression totale

$$P_0 = P + \frac{\rho V^2}{2g}$$

$$P_0 = 600 \times 1000 + \frac{1,96 \times 150^2}{2} = 622,23 \text{ KPa}$$

La différence entre l'enthalpie statique et totale est :

$$h_0 - h = Cp(T_0 - T) = 1,004 (1061,2 - 1500) = 11,245 \text{ kJ/kg}$$

4. Thermodynamique des processus de turbomachine

Les transformations dans les turbomachines sont des procédés de compression et de détente, ces transformations sont isentropiques, polytropique, à une étape et à plusieurs étapes.

4.1 Rendements des compresseurs

La figure I.1 montre les processus de compression adiabatique réversible et irréversible sur le diagramme enthalpie-entropie. L'état initial du fluide est représenté par l'état 1. Le point d'arrêt correspondant à cet état est 01. L'état final du fluide est désigné par l'état 2 et le point d'arrêt correspondant est 02. Si le processus était réversible, les conditions finales statiques et totales du fluide seraient respectivement 2S et 02S.

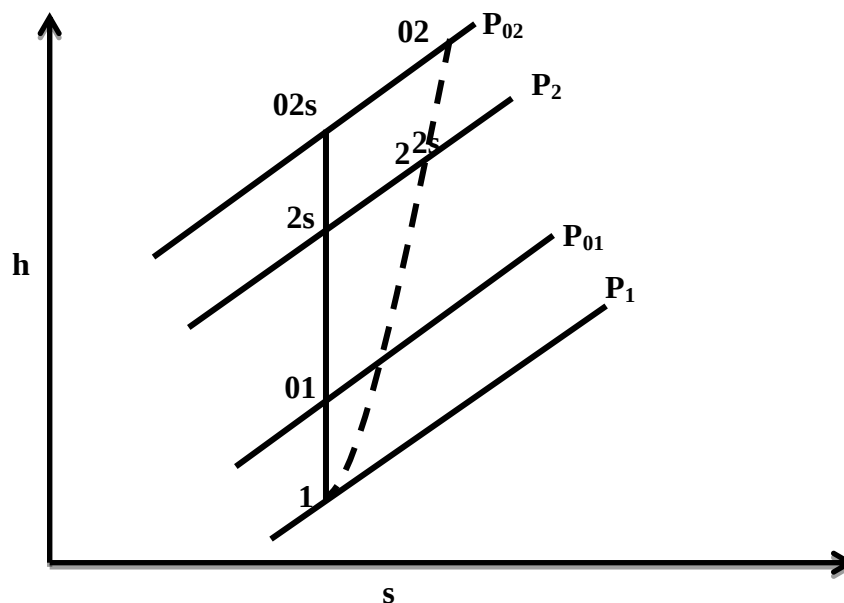


Figure I.1 : compression réversible et irréversible

Une compression idéal est celui dans lequel un fluide est comprimé en utilisant le moins de travail mécanique. Le processus 1-2 est le processus de compression proprement dit et s'accompagne d'une augmentation de l'entropie. Le processus 1-2s

est le processus de compression idéal. Les rendements des compresseurs peuvent être définis en termes des propriétés statiques ou totales du fluide ou même d'une combinaison. Voici les rendements des compresseurs utilisés:

4.1.1 Rendement totale à totale

Un rendement basé sur les propriétés d'arrêt à l'entrée et à la sortie.

$$\eta_{t-t} = \frac{W_{idéal}}{W_{réel}} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}}$$

4.1.2 Rendement statique à statique

C'est un rendement basé sur les propriétés statiques à l'entrée et à la sortie

$$\eta_{t-t} = \frac{W_{idéal}}{W_{réel}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

4.1.3 Rendement polytropique

Un étage de compresseur peut être considéré composé d'un nombre infini de petits étages. Pour tenir compte d'une compression dans un étage infinitésimal, le rendement polytropique est défini pour un processus de compression élémentaire. Considérons un petit étage de compresseur comme le montre la Fig. 1.2 entre les pressions P et $P + dP$. Le rendement polytropique d'un étage de compresseur est défini comme

$$\eta_p = \frac{dT_s}{dT} \quad (1)$$

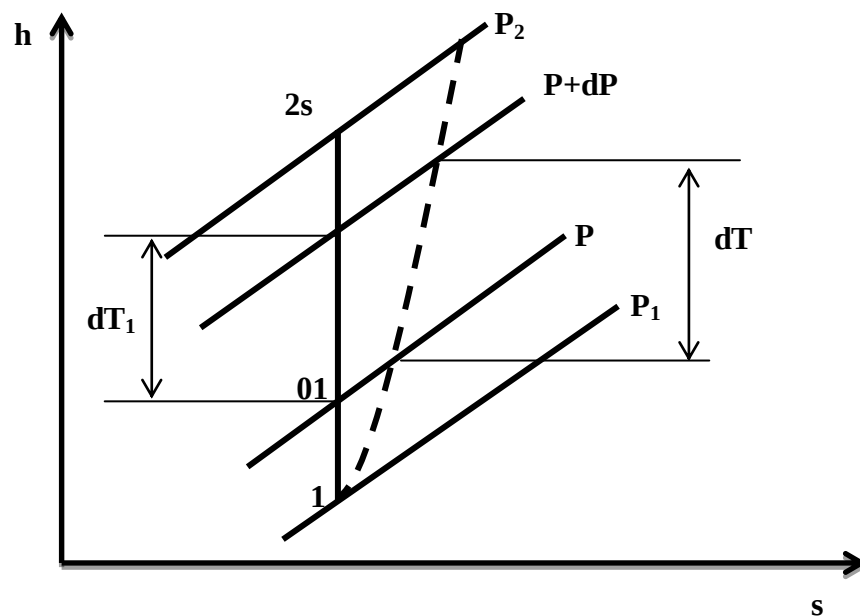


Figure 1.2 : Compression dans un étage infinitésimal

Pour un processus isentropique, la relation entre la pression et la température est donnée par

$$\frac{T}{P^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)}} = Cte \quad (2)$$

Dérivant l'équation (2) et substitution dans l'équation (1). On a

$$dT\eta_p = \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \times P^{-\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \right] dP \times Cte$$

La valeur constante est obtenue à partir de l'équation (2).

Et par conséquent.

$$\frac{dT}{T} \eta_p = \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \right] \frac{dP}{P} \quad (3)$$

En intégrant entre les limites de la compression de P_1 à P_2 , nous obtenons

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{\eta_p} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Réaménager.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}} \quad (4)$$

Si le processus de compression adiabatique irréversible est supposé être équivalent à un processus polytropique avec un indice polytropique, n , la relation suivante entre la température et la pression existera

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (5)$$

A partir des équations (4) et (5)

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Comparer les puissances,

$$\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p} = \frac{n-1}{n}$$

$$\text{Ou } \eta_p = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{n-1}{n}$$

Le rendement polytropique est également appelée rendement d'étage petite ou infinitésimale. Alternativement, l'indice polytropique de compression par rapport au processus réel est donnée par :

$$n = \frac{\gamma \eta_p}{1 - \gamma(1 - \eta_p)}$$

4.1.4 Rendement d'un étage

En prenant les valeurs statiques de température et de pression et en supposant un gaz parfait, le rendement de l'étage est défini par :

$$\eta_s = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1}$$

Le rendement de l'étage peut être exprimé en termes du rendement polytropique

$$T_{2s} - T_1 = T_1 \left(\frac{T_{2s}}{T_1} - 1 \right) = T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

Et

$$T_2 - T_1 = T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}} - 1 \right)$$

Alors

$$\eta_s = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}} - 1}$$

Pour un compresseur à plusieurs étages avec un rapport de pression d'étage constant, le rapport de pression global est donné par

$$\frac{P_{N+1}}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^N$$

Où N est le nombre d'étages et P_{N+1} est la pression à la fin de l'étage N.

Par conséquent, le rendement global est

$$\eta_s = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p} \right)} - 1}$$

Le rendement global en termes de rapport de pression global est

$$\eta_s = \frac{\left(\frac{P_{N+1}}{P_1}\right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)} - 1}{\left(\frac{P_{N+1}}{P_1}\right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}\right)} - 1}$$

4.1.5 Facteur de préchauffage dans les compresseurs

Considérons un compresseur à deux étages fonctionnant entre P_{01} et P_{03} comme illustré sur la Fig. 1.3. En écoulement isentropique, les conditions de sortie du gaz pour le premier étage et le deuxième étage sont respectivement à 02s et 03s, alors que les conditions réelles de sortie sont à 02 et 03. Correspondant respectivement au premier étage et au deuxième étage.

L'indice «s» se réfère à l'entropie constante et «0» se réfère aux conditions totales du fluide. Si le rendement des étages était le même, le travail réel total des différentes étages individuels serait

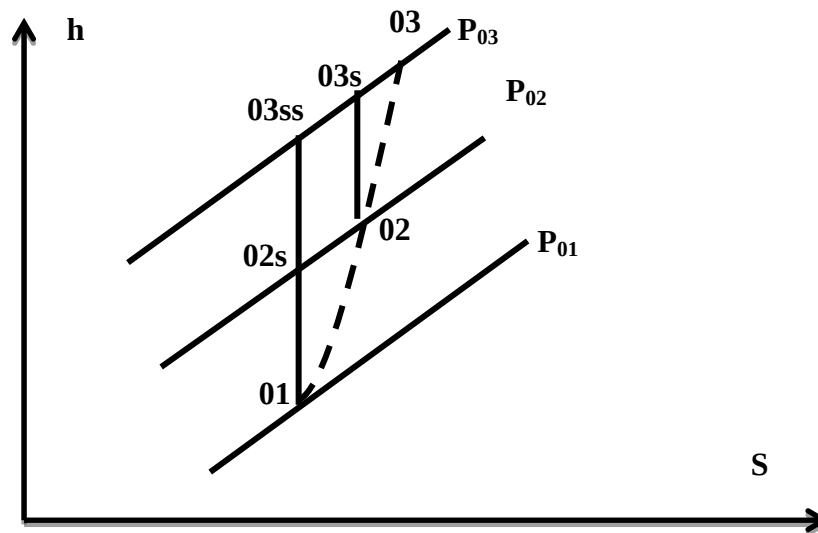


Figure 1.3 : Facteur de préchauffage pour un compresseur multi étage

$$W = \frac{1}{\eta_s} (W_{s1} + W_{s2}) = \frac{1}{\eta_s} [(h_{02s} - h_{01}) + (h_{03s} - h_{02})]$$

$$W = \frac{1}{\eta_s} \sum_{i=1}^2 W_{si} \quad (6)$$

Pour un compresseur à n étages.

$$W = \frac{1}{\eta_s} \sum_{i=1}^N W_{si} \quad (7)$$

Considérons maintenant, un compresseur avec un étage, la pression du fluide augment du P_{01} et P_{03} . Le travail réel serait fourni par la relation :

$$W_c = \frac{1}{\eta_s} W_s \quad (7a)$$

Où η_s est le rendement global du compresseur et W_s est le travail isentropique.

$$W_s = h_{03ss} - h_{01}$$

Le travail réel est le même pour les processus de compression avec un étage et à plusieurs étages.

$$W_s = h_{03} - h_{01}$$

A partir des équations (7) et (7a),

$$\frac{\eta_s}{\eta_c} = \frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} \quad (8)$$

Pour un compresseur à deux étages

$$(h_{02s} - h_{01}) + (h_{03s} - h_{02}) > (h_{03ss} - h_{01})$$

Et
$$\sum_{i=1}^N W_{si} > W_s$$

For N étages

$$\frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} > 1$$

L'équation (8) peut être écrite comme

$$\frac{\eta_c}{\eta_s} = \frac{W_s}{\sum_{i=1}^N W_{si}} = F.R \quad (8a)$$

Autrement, le rapport de W_s à $\sum_{i=1}^N W_{si}$ est connu sous le nom de facteur de préchauffage (F.R)

$$F.R = \frac{W_s}{\sum_{i=1}^N W_{si}} < 1$$

Le facteur de réchauffage est inférieur à l'unité. Alors, l'équation (1.8a) devient

$$\frac{\eta_c}{\eta_s} < 1$$

Et

$$\eta_c < \eta_s$$

Le rendement global du compresseur η_c est inférieur au rendement de l'étage du compresseur η_s

4.1.6 Exemple

L'air à 100 kPa et 300 K (statique) est comprimé dans un étage d'un compresseur à travers un rapport de pression statique de 1,9. Les vitesses à l'entrée et à la sortie sont respectivement de 15 et 120 m /s. Si le rendement total à total est de 89%, calculez les rendements : total à statique, statique à total et statique à statique. ($\gamma=1,4$ et $c_p=1,004$ kJ / kg K).

Solution

$$\text{On a : } \frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_{2s}}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (1,9)^{\frac{0,4}{1,4}} = 1,2$$

$$\text{Donc : } T_{2s} = 300 \times 1,2 = 360 \text{ K}$$

Nous calculons les températures totales:

$$T_{01} = T_1 + \frac{V_1^2}{2C_p} = 300 + \frac{15^2}{2 \times 1004} = 300,112 \text{ K}$$

$$T_{02s} = T_{2s} + \frac{V_2^2}{2C_p} = 360 + \frac{120^2}{2 \times 1004} = 367,171 \text{ K}$$

Nous avons

$$(h_{02s} - h_{01}) = C_p(T_{02s} - T_{01}) = 1004(367,171 - 300,112) = 67,33 \text{ kJ/kg K}$$

D'où,

$$\eta_{t-t} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} \Rightarrow h_{02} - h_{01} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{\eta_{t-t}} = \frac{67,33}{0,89}$$

$$h_{02} - h_{01} = 75,65 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{2s} - h_{01} = 67,33 - 7,171 = 60,159 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{2s} - h_1 = 67,33 - 7,171 + 0,112 = 60,271 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{02s} - h_1 = 67,33 + 0,112 = 67,442 \text{ kJ/kg}$$

Par conséquent,

$$\eta_{t-s} = \frac{h_{2s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} = \frac{60,159}{75,65} = 79,52 \%$$

$$\eta_{s-t} = \frac{h_{02s} - h_1}{h_{02} - h_{01}} = \frac{67,442}{75,65} = 89,15 \%$$

$$\eta_{s-t} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{02} - h_{01}} = \frac{67,271}{75,65} = 79,67 \%$$

4.2 Rendements des turbines

Le diagramme enthalpie-entropie pour un écoulement réversible et irréversible à travers une turbine est illustré à la Fig. 1.4. L'état statique du fluide à l'entrée est déterminé par l'état 1 et 01 pour état d'arrêt. Les propriétés statiques finales sont déterminées par l'état 2 et 02. Si le processus était réversible, l'état final statique du fluide serait 2s et l'état d'arrêt serait 02s.

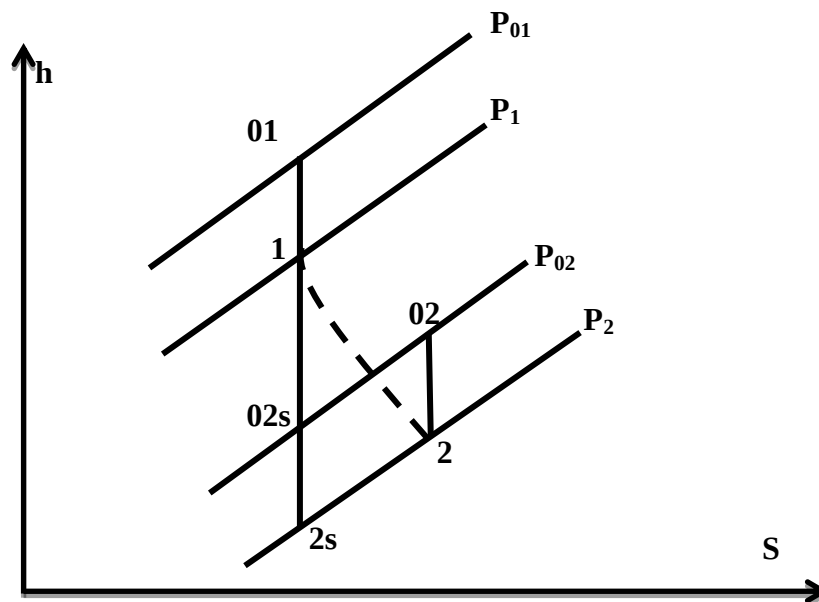


Figure 1.4 : détente réversible et irréversible

Le processus 1 - 2 est le processus de détente réelle et le processus 1 - 2s est le processus de détente isentropique (idéale). Dans les turbines, les rendements peuvent être définis en utilisant soit les propriétés statiques ou totales du fluide, soit même une combinaison de les deux. Les rendements des turbines couramment utilisés sont :

4.2.1 Rendement totale à totale

Ce rendement est basé sur les propriétés totales à l'entrée et à la sortie.

$$\eta_{t-t} = \frac{W_{réel}}{W_{idéal}} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{02s}}$$

4.2.2 Rendement totale à statique

Pour ce rendement le travail idéal est basé sur les propriétés totales à l'entrée et les propriétés statiques à la sortie.

$$W_{idéal} = h_{01} - h_{2s}$$

$$\eta_{t-s} = \frac{W_{réel}}{W_{idéal}} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{2s}}$$

4.2.3 Rendement polytropique

Un étage de turbine peut être considéré comme composé d'un nombre infini d'étages petits ou infinitésimaux. Considérons un petit étage (Fig. 1.5) entre les pressions P et P -dP. Le rendement de l'étage de turbine est défini par :

$$\eta_p = \frac{dT}{dT_s} \quad (09)$$

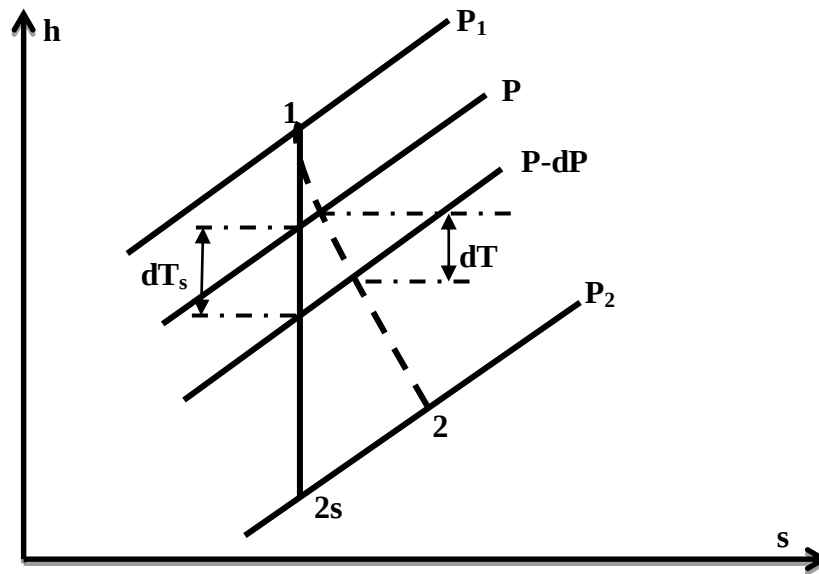


Figure 1.5 : Détente dans un étage infinitésimal

Pour un processus isentropique

$$\frac{T}{P^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)}} = Cte \quad (10)$$

Derivant l'équation (10) , on a

$$dT_s = Cte \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \times P^{-\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \right] dP$$

Mais $dT_s = \frac{dT}{\eta_p}$ alors

$$\frac{dT}{\eta_p} = \frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \times P^{-\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \right] dP$$

$$\frac{dT}{T} = \eta_p \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \right] \frac{dP}{P}$$

En intégrant entre les pressions P_1 à P_2 , nous obtenons

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \eta_p \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Après réorganisation de l'équation

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\eta_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \quad (11)$$

En supposant que la détente adiabatique irréversible (1-2) équivaut à un processus polytropique d'indice n , la température et la pression sont liées par

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (12)$$

A partir des équations (11) et (12),

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\eta_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Comparant la puissance,

$$\eta_p \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{n-1}{n}$$

$$\text{Ou} \quad \eta_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{n-1}{n}$$

Alternativement. L'indice d'expansion dans le processus réel est exprimé par

$$n = \frac{\gamma}{\gamma - (\gamma-1)\eta_p}$$

Quand $\eta_p = 1, \gamma = n$ la courbe réelle du processus de la détente (1-2) coïncide avec la ligne de la détente isentropique (1 - 2s).

4.2.4 Rendement d'un étage (turbine)

Le rendement de l'étage, prenant en compte les valeurs statiques de la température et de la pression (Fig.1.5), est définie par :

$$\eta_s = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}}$$

Le rendement de l'étage peut maintenant être exprimé en termes du rendement polytropique

$$T_1 - T_{2s} = T_1 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Et

$$T_1 - T_2 = T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = T_1 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\eta_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \right)$$

Alors

$$\eta_s = \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\eta_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)}}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

La même équation peut être utilisée pour déterminer le rendement global d'une turbine à plusieurs étages. Sauf que le rapport de pression d'étage est remplacé par le rapport de pression global.

Le rendement global, pour une turbine à N étages avec un rapport de pression d'étage constant, peut être exprimé par :

$$\frac{P_{N+1}}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^N$$

$$\eta_t = \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\eta_p (\gamma-1)}{\gamma} \right)}}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)}}$$

4.2.5 Facteur de préchauffage dans les turbines

Considérons une turbine à deux étages où le fluide (gaz parfait) se dilate de P_{01} à P_{03} comme indiqué sur le diagramme h - s, Fig. 1.6. L'état 01 est la condition initiale à l'entrée du premier étage et 02s est la condition qui serait atteinte à la sortie du

premier étage si le processus de détente a été isentropique. La détente réelle conduit à un état final 02 qui a une entropie plus élevée que celui de l'état 02s. Les conditions de sortie du deuxième étage sont respectivement 03s et 03. Le travail isentropique effectué par la turbine à deux étages est la somme des travaux isentropiques d'étage.

$$\sum_{i=1}^2 W_{si} = W_{s1} + W_{s2}$$

$$= (h_{01} - h_{02s}) + (h_{02} - h_{03s})$$

Considérons maintenant une turbine dans laquelle le fluide se dilate de P_{01} à P_{03} en une seule étape. Le travail isentropique est

$$W_s = (h_{01} - h_{03ss})$$

Dans les deux cas, le travail réel effectué est

$$W = (h_{01} - h_{03})$$

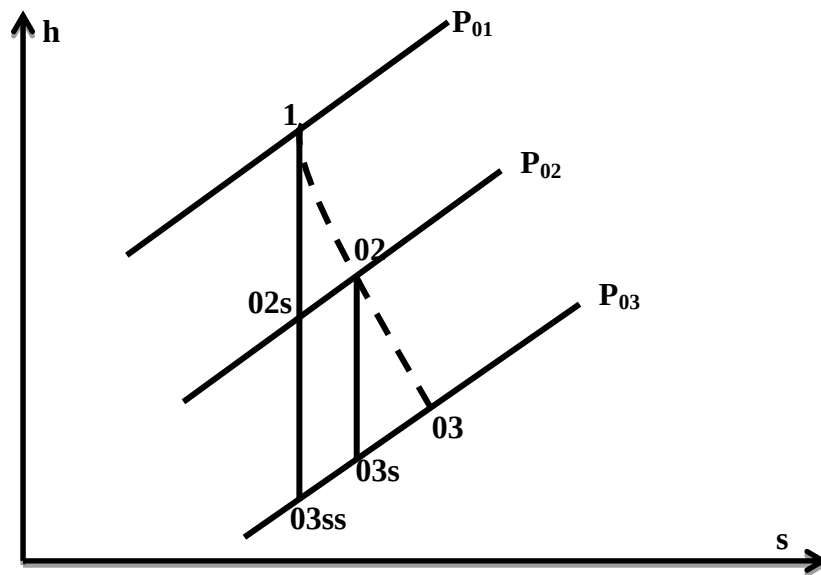


Figure I.6 : Facteur de préchauffage pour une turbine multi étage

La ligne de pression constante diverge dans le diagramme $h - s$ et l'entropie augmente. Par conséquent, la chute d'enthalpie isentropique à travers un étage augmente pour une chute de pression totale ΔP_0 constante à travers chaque étage. Par conséquent, la somme de l'étage les gouttes d'enthalpie isentropique sont supérieures à la chute d'enthalpie isentropique en un seul étage de détente. C'est-à-dire

$$(h_{01} - h_{02s}) + (h_{02} - h_{03s}) > (h_{01} - h_{03ss})$$

Et

$$\sum_{i=1}^N W_{si} > W_s$$

Pour une turbine à n étages, on a :

$$\frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} > 1 \quad (12)$$

Le rapport de $\sum_{i=1}^N W_{si}$ à W_s est connu sous le nom de facteur de préchauffage (FR)

$$FR = \frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} > 1 \quad (13)$$

La magnitude du facteur de réchauffage dans la turbine à plusieurs étages est d'environ 1,03 ou 1,04. Si les rendements des étages étaient les mêmes, la production du travail réel total des différentes étapes individuelles serait

$$W = \eta_s \sum_{i=1}^N W_{si} \quad (14)$$

Le travail réel qui serait obtenue à partir d'une détente à un étage est

$$W = \eta_t W_s \quad (15)$$

Où η_t est le rendement global de la turbine. Combinant les équations (14) et (15), nous obtenons :

$$\frac{\eta_t}{\eta_s} = \frac{W_s}{\sum_{i=1}^N W_{si}} \quad (16)$$

De l'équation. (13), nous trouvons que

$$\eta_t > \eta_s$$

Donc le rendement global de la turbine η_t est supérieur au rendement de l'étage de la turbine.

Combinant les équations. (13) et (16), nous avons la relation suivante.

$$FR = \frac{\eta_t}{\eta_s}$$

Considérons la Fig. (1.6) pour un premier étage de détente. On voit que l'état final 02 peut être obtenue après une détente idéale de 01-02s suivie d'un réchauffage du fluide de l'état 02s à 02 à pression constante ($T_{02} > T_{02s}$)

Ainsi, le fluide à l'état 02 a une plus grande disponibilité que le fluide en 02s ($h_{02} > h_{02s}$). Une détente de l'état 02 à une pression inférieure doit nécessairement résulter en

une sortie plus grande pouvant être obtenue à partir de l'état 02s. Cet effet que $RF > 1$ et s'appelle l'effet de réchauffage

$$T_{02s} = T_{01} \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Pour

$$T_{01} - T_{02s} = T_{01} \left(1 - \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Posant

$$\mu = 1 - \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Alors

$$T_{01} - T_{02s} = T_{01} \mu$$

Et

$$T_{01} - T_{02} = \eta_s T_{01} \mu$$

Où

$$T_{02} = T_{01} (1 - \mu \eta_s)$$

Pour le deuxième étage

$$T_{01} - T_{03s} = T_{02} \left(1 - \left(\frac{P_{03}}{P_{02}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Mais

$$\frac{P_{03}}{P_{02}} = \frac{P_{02}}{P_{01}}$$

Donc

$$T_{01} - T_{03s} = T_{02} \mu$$

Et

$$T_{01} - T_{03s} = T_{02} \mu \eta_s$$

Où

$$T_{03} = T_{02} (1 - \mu \eta_s) = T_{01} (1 - \mu \eta_s)^2$$

Pour le N^{ème} étage

$$T_{0N+1} = T_{01}(1 - \mu \eta_s)^{N-1}$$

Le travail réel effectué est :

$$\begin{aligned} W &= Cp \mu \eta_s [T_{01} + T_{02} + \dots + T_{0N+1}] \\ &= Cp \mu \eta_s T_{01} [1 + (1 - \mu \eta_s)^1 + (1 - \mu \eta_s)^2 \dots + (1 - \mu \eta_s)^{N-1}] \end{aligned}$$

Les termes entre parenthèses sont de la forme $1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}$ qui est une série géométrique de rapport commun r . La solution est $\frac{1-r^n}{1-r}$.

Dans ce cas, l'équation se réduit à

$$W = Cp T_{01} [1 - (1 - \mu \eta_s)^N]$$

$$W = \eta_s \sum_{i=1}^N W_{si} \quad (17)$$

Le travail isentropique généré par la détente du fluide dans un seul étage de la pression P_{01} à $P_{0(N+1)}$ peut être obtenu par l'équation (17) avec $\eta_s = 1$

$$W_s = Cp T_{01} [1 - (1 - \mu \eta_s)^N]$$

$$W_s = Cp T_{01} \left[1 - R_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

Où $R_0 = P_{0(N+1)} / P_{01}$ représente le rapport de pression global. Donc

$$\begin{aligned} FR &= \frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} \\ &= \frac{\frac{Cp T_{01}}{\eta_s} [1 - (1 - \mu \eta_s)^N]}{Cp T_{01} \left[1 - R_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \end{aligned}$$

$$FR = \frac{[1 - (1 - \mu \eta_s)^N]}{\eta_s \left[1 - R_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

Chapitre 2 : Etude d'un écoulement dans tuyère

1. Introduction

L'écoulement constant d'un gaz à travers un conduit (ou un tube de courant) qui a une section transversale variable sera considéré dans ce chapitre. De tels écoulements, c'est-à-dire des écoulements de gaz compressible à travers un conduit dont la section transversale varie, se produisent dans de nombreux dispositifs d'ingénierie, par exemple, dans la tuyère d'un moteur-fusée et dans les passages d'aubes dans les turbomachines.

On supposera tout au long de ce chapitre que l'écoulement peut être modélisé de manière adéquate en supposant qu'il est unidimensionnel à toutes les sections du conduit, c'est-à-dire qu'un écoulement quasi unidimensionnel sera supposé dans ce chapitre. Cela signifie, en vertu de la discussion donnée au chapitre 2, que le taux de variation de la section transversale avec la distance le long du conduit n'est pas très important. On supposera également dans ce chapitre en étudiant les effets des changements de surface sur l'écoulement de gaz compressible que l'écoulement est isentropique partout sauf à travers les ondes de choc qui peuvent se produire dans l'écoulement. Cette hypothèse est généralement tout à fait adéquate puisque les effets du frottement et du transfert de chaleur sont généralement limités à une mince couche limite adjacente aux parois dans les types d'écoulements considérés ici et leurs effets peuvent donc souvent être ignorés ou être correctement pris en compte par introduction de constantes empiriques. La présence d'ondes de choc devra être prise en compte dans les travaux de ce chapitre et le flux à travers ces ondes n'est, comme discuté précédemment, pas isentropique.

2. Effets des changements de section sur le débit

Considérons tout d'abord les effets généraux d'un changement de surface sur l'écoulement isentropique à travers un canal. La situation considérée est illustrée à la figure 8.1, c'est-à-dire que les effets d'un changement de surface différentiellement faible, dA , sur les autres variables, c'est-à-dire V , p , T et ρ , sont pris en compte.

Les effets de dA sur les changements de pression, de densité, de vitesse, etc., c'est-à-dire sur dp , $d\rho$, dV , seront dérivés à l'aide des équations gouvernantes discutées précédemment. L'analyse présentée ici est une extension de certaines des analyses données précédemment et il y a un certain chevauchement avec des travaux antérieurs.

Tout d'abord, on rappelle que l'équation de continuité donne

$$\rho A V = \text{débit massique} = \text{constante} \quad (1)$$

Où A est l'aire de la section transversale du conduit en tout point. L'appliquer au flux considéré donne

$$\rho A V = (\rho + d\rho)(A + dA)(V + dV)$$

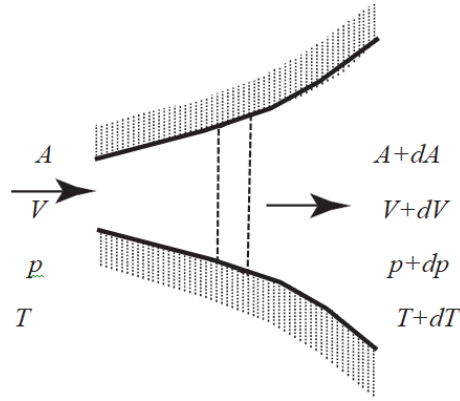


Figure N° 1 : Changements de débit pris en compte dans le canal à section variable.

Puisque dp , dV et dA sont par hypothèse, tous petits cette équation devient avec une précision du premier ordre (c'est-à-dire si les termes impliquant les produits et les carrés des quantités différentiellement petites telles que $dp \times dA$ sont ignorés).

$$pAV = AVdp + pVdA + pAdV$$

C'est-à-dire en divisant par pAV

$$\frac{dp}{p} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} = 0 \quad (2)$$

Ensuite, on rappelle que l'équation de l'énergie donne

$$C_p T + \frac{V^2}{2} = \text{constant}$$

Ce qui donne pour la situation considérée

$$C_p T + \frac{V^2}{2} = C_p (T + dT) + \frac{(V + dV)^2}{2}$$

C'est-à-dire avec une précision de premier ordre

$$C_p dT + V dV = 0 \quad (3)$$

De plus, l'équation d'état donne

$$p = \rho RT \text{ et } p + dp = (\rho + d\rho)R(T + dT)$$

En soustrayant ces deux équations et en divisant le résultat par la première des deux équations, on obtient, avec une précision du premier ordre,

$$\frac{dp}{p} = \frac{dp}{p} + \frac{dT}{T} \quad (4)$$

Enfin, puisque l'écoulement considéré est par hypothèse, isentropique, il s'ensuit que

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{constant} \text{ et } \frac{p+dp}{(\rho+dp)^\gamma} = \text{constant} \quad (5)$$

Parce que dp/p et $d\rho/\rho$ sont par hypothèse petits, la seconde des deux équations ci-dessus donne

$$\frac{p}{\rho^\gamma} \frac{\left[1 + \frac{dp}{p}\right]}{\left[1 + \frac{d\rho}{\rho}\right]^\gamma} = \text{constant}$$

C'est-à-dire avec une précision de premier ordre

$$\frac{p}{\rho^\gamma} \frac{\left[1 + \frac{dp}{p}\right]}{\left[1 + \gamma \frac{d\rho}{\rho}\right]} = \text{constant}$$

C'est-à-dire

$$\frac{p}{\rho^\gamma} \left[1 + \frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\rho}{\rho}\right] = \text{constant}$$

La combinaison de cela avec la première équation donne alors une précision de premier ordre

$$\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} \quad (6)$$

Les équations 2, 3, et 6 sont suffisantes pour déterminer les résultats requis, c'est-à-dire pour déterminer la relation entre les quatre variables dp/p , dV/V , dT/T et $d\rho/\rho$, et le changement de surface fractionnaire dA/A .

Comme discuté précédemment, parce que le flux isentropique est considéré, l'équation de quantité de mouvement n'a pas été utilisée, elle donne fondamentalement le même résultat que l'équation d'énergie.

La combinaison des équations (4) et (6) donne

$$\frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dp}{p} \quad (7)$$

Qui peut être substitué dans l'équation (3) pour donner

$$(\gamma - 1) \frac{dp}{p} + \frac{V^2}{c_p T} \frac{dV}{V} = 0 \quad (8)$$

À présent

$$\frac{V^2}{c_p T} = \frac{V^2}{c_p a^2} \gamma \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) M^2 = (\gamma - 1) M^2$$

Ainsi, l'équation (8) peut être écrite comme

$$\frac{dp}{p} = -M^2 \frac{dV}{V} \quad (9)$$

La substituer dans l'équation (2) donne alors

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dV}{V} \quad (10)$$

Qui peut aussi s'écrire

$$\frac{dA}{dV} = (M^2 - 1) \frac{A}{V} \quad (11)$$

Comme A et V sont positifs, on peut conclure des deux équations ci-dessus que,

1. Si $M < 1$, c'est-à-dire si le flux est subsonique, alors dA a le signe opposé à dV, c'est-à-dire que la diminution de la surface augmente la vitesse et vice versa.
2. Si $M > 1$, c'est-à-dire si le flux est supersonique, alors dA a le même signe que dV, c'est-à-dire que la diminution de la surface diminue la vitesse et vice versa.
3. Si $M = 1$ alors $dA/dV = 0$ et A atteint un extremum.

De (1) et (2), il s'ensuit que lorsque $M = 1$, A doit être un minimum.

D'autres conclusions importantes concernant les effets de la variation de la surface sur les variables de débit peuvent être obtenues en écrivant l'équation 8.10 comme suit :

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dM}{M} \frac{1}{a} \frac{dV}{dM} \quad (12)$$

Or, en notant que $V = Ma$, il s'ensuit que

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a} \quad (13)$$

Plus loin

$$a = \sqrt{\gamma RT} \text{ et } a + da = \sqrt{\gamma R(T + dT)}$$

La seconde de ces deux équations donne une précision du premier ordre

$$a + da = \sqrt{\gamma RT} \left(1 + \frac{dT}{2T} \right)$$

Et puisque l'équation d'énergie (3) donne

$$\frac{dT}{T} = -\frac{V^2}{C_p T} \frac{dV}{V} = -(\gamma - 1)M^2 \frac{dV}{V}$$

Il s'ensuit que

$$\frac{da}{a} = -\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)M^2 \frac{dV}{V} \quad (14)$$

La substitution de ce résultat dans l'équation (13) donne alors

$$\frac{dM}{M} = \frac{dV}{V} \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)M^2 \right] \quad (15)$$

En remplaçant cela, à son tour, dans l'équation (12), on obtient

$$\frac{dA}{A} = \frac{(M^2 - 1) \frac{1}{a} \frac{V}{M} dM}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)M^2} \frac{dM}{M}$$

De cette équation, il résulte que

1. Lorsque $M < 1$, dA a le signe opposé à dM , par exemple, lorsqu'Augmenté, M diminue.
2. Lorsque $M > 1$, dA a le même signe que dM , par exemple, lorsqu'Augmenté, M augmente.
3. Lorsque $M = 1$, $dA = 0$, c'est-à-dire que A est un minimum lorsque $M = 1$. dA peut également être égal à zéro lorsque dM est égal à zéro, c'est-à-dire qu'un minimum dans la zone d'écoulement peut également être associé à un maximum ou à un minimum dans le nombre de Mach.

Les résultats dérivés ci-dessus concernant l'effet des changements de surface sur le nombre de Mach et la vitesse sont résumés dans la Figure (2)

De ces résultats, il s'ensuit que si un écoulement subsonique doit être accéléré à une vitesse supersonique, il doit passer par un passage ou une buse convergente-divergente.

La partie convergente accélère l'écoulement jusqu'à Mach 1 et la partie divergente accélère ensuite l'écoulement jusqu'à une vitesse supersonique. Au col, puisque $dA = 0$, le nombre de Mach est égal à 1.

Ceci est résumé sur la figure (3)

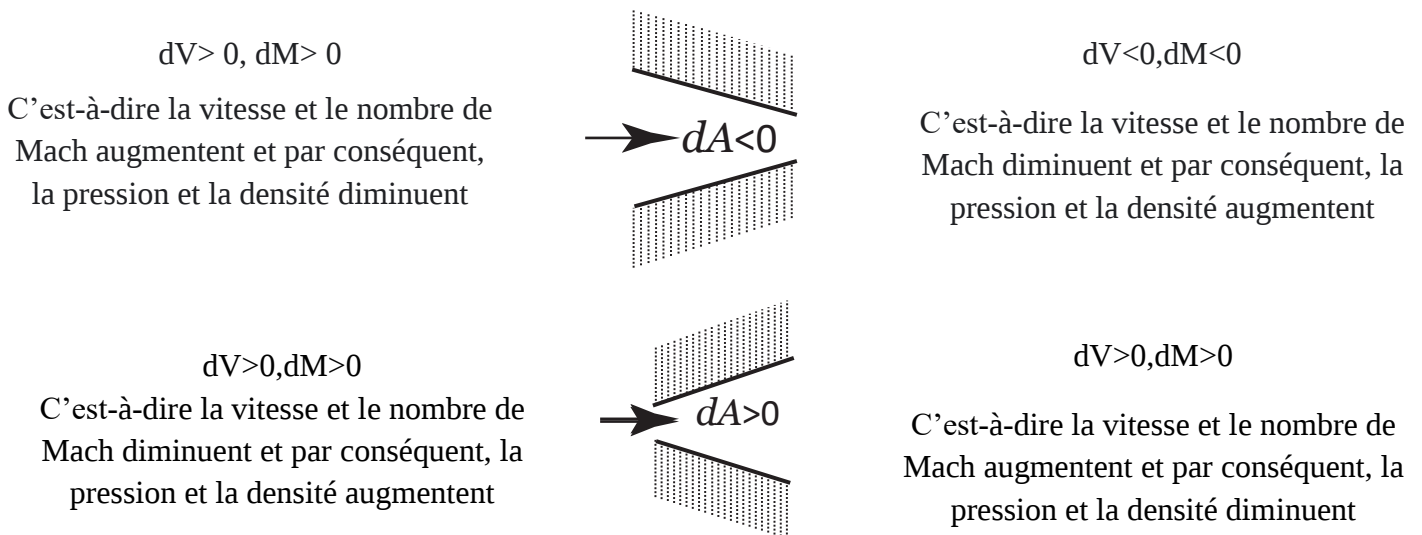


Figure N°2 : Effet du changement de surface sur le nombre de Mach et la vitesse.

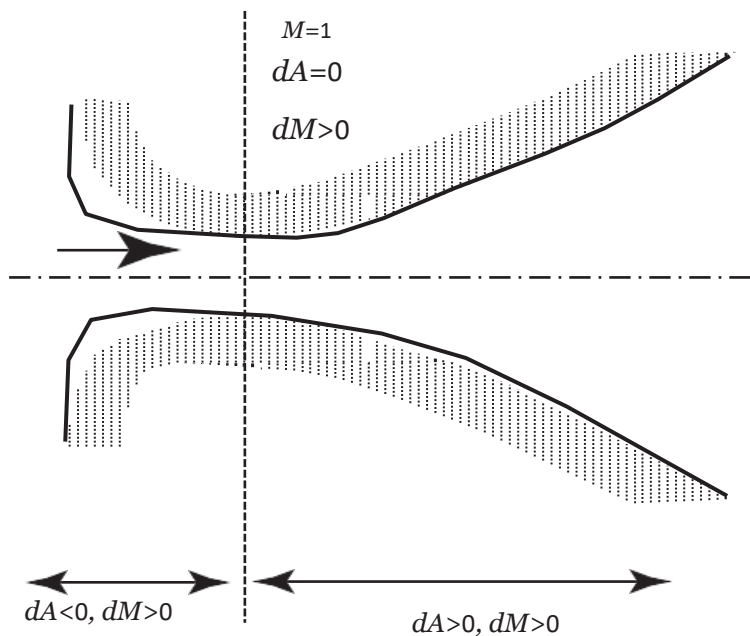


Figure N°3 : Génération d'écoulement supersonique dans un conduit convergent-divergent

Bien entendu, dans une telle tuyère, la pression va décroître continûment le long de la tuyère. Si la pression finale n'est pas suffisamment basse, le débit restera subsonique comme dans un compteur Venturi, c'est-à-dire qu'un débit supersonique ne sera pas généré. Dans cette situation, puisque dA est toujours nul au niveau du col, dV et dM doivent être nuls au niveau du col, c'est-à-dire que la vitesse et le nombre de Mach atteignent tous deux un maximum au niveau du col (voir plus loin pour une discussion détaillée du fonctionnement réel).

De manière similaire, si le flux entrant dans la tuyère est supersonique, deux possibilités existent. Soit le nombre de Mach diminuera à 1 à la gorge puis continuera de diminuer jusqu'à des valeurs subsoniques dans la partie divergente de la tuyère, soit l'écoulement restera supersonique dans toute la

tuyère, le nombre de Mach et la vitesse, dans ce cas, diminuant dans la con - partie vergente de la tuyère, atteignant une valeur minimale bien que toujours supersonique au col, puis augmentant à nouveau dans la partie divergente de la tuyère.

Équations pour l'écoulement à surface variable

Dans la section précédente, l'attention a été portée sur les changements dans les variables de débit produits par un changement de superficie différentiellement faible. Les équations pour les changements dans les variables d'écoulement produites par des changements finis dans la zone d'écoulement seront dérivées dans la présente section.

La présence d'ondes de choc dans l'écoulement sera, pour l'instant, ignorée. L'écoulement est alors, comme discuté précédemment, analysé en utilisant l'hypothèse qu'il est unidimensionnel à toutes les sections et aussi qu'il est isentropique.

Les relations recherchées auraient pu être obtenues en intégrant les relations différentielles données dans la section précédente.

Il est cependant plus facile de dériver les relations en appliquant directement les équations complètes d'énergie, de continuité et d'état.

Considérez le flux d'un gaz provenant d'un grand réservoir à travers un système de conduits, comme illustré à la Figure 4.

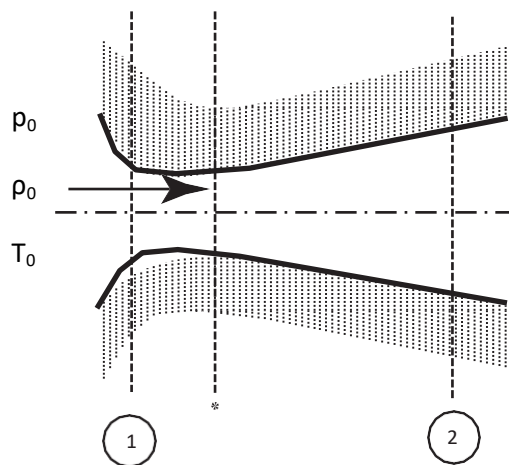


Figure N°4 : Écoulement à travers un conduit convergent-divergent.

Parce que le réservoir est grand, la vitesse y est essentiellement nulle et les conditions de stagnation existent donc essentiellement dans le réservoir, c'est-à-dire que la pression, la densité et la température dans le réservoir sont p_0 , ρ_0 et T_0 , respectivement. Les équations régissant le flux à une section arbitraire 1 sont l'équation de continuité

$$p_1 V_1 A_1 = \text{constant} = \text{débit massique}(\dot{m}) \quad (17)$$

L'équation de quantité de mouvement aurait pu être utilisée à la place de l'équation d'énergie donnant, comme discuté précédemment car l'écoulement est isentropique, le même résultat que celui obtenu en utilisant l'équation d'énergie.

En plus des Équations (17) et (18) les relations isentropiques s'appliquent en tous points, c'est-à-dire

$$\frac{a_1}{a_0} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}$$

On tentera d'abord de relier les conditions existant au niveau de la section arbitraire 1 du conduit au rapport de pression, P_1/P_0 , existant au niveau de cette section. Pour ce faire, on note que l'équation d'énergie (8) donne

$$V_1^2 = \left(\frac{2}{\gamma-1}\right) a_0^2 \left[1 - \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2\right]$$

Qui devient, en utilisant les relations isentropiques,

$$V_1 = \left\{ \left(\frac{2a_0^2}{\gamma-1}\right) 1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

C'est à dire,

$$V_1 = \left\{ \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\right) \left(\frac{p_0}{\rho_0}\right) \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

Cette équation peut aussi s'écrire

$$V_1 = \left\{ (2C_p T_0) \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Ainsi, la vitesse à n'importe quelle section peut être déterminée si la pression à cette section et les conditions de stagnation sont connues.

En remplaçant l'équation (19) dans l'équation de continuité (17) puis en utilisant les relations isentropiques, on obtient

$$m = \rho_0 V_1 A_1 \frac{\rho_1}{\rho_0} = \rho_0 A_1 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right) \left(\frac{p_0}{\rho_0} \right) \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

Étant donné que m est une constante, c'est-à-dire que le débit massique le long du conduit ne change pas car le débit est supposé constant, cette équation peut être utilisée pour relier la pression en tout point du conduit à la surface, c'est-à-dire si l'indice 2 fait référence aux conditions d'une autre section du conduit, alors l'équation (20) donne

$$m = \rho_0 A_2 \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right) \left(\frac{p_0}{\rho_0} \right) \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

La division de l'équation (21) par l'équation (20) donne alors, lors du réarrangement,

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[\frac{1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

Cette équation relie les pressions à deux sections quelconques du conduit aux aires de ces sections.

Lors de la présentation des équations d'écoulement dans un conduit à section variable, il convient de choisir, à titre de référence, les conditions à un point spécifique.

Un point pratique à utiliser à cette fin est le point du flux auquel le nombre de Mach est égal à 1.

Bien sûr, il peut ne pas y avoir de point réel dans le flux auquel le nombre de Mach est égal à 1, mais les conditions à un tel point, qu'il existe ou non réellement dans le flux, sont pratiques à utiliser à des fins de référence.

Comme discuté précédemment, les conditions au point où $M = 1$ sont connues comme les conditions critiques et les expressions de la pression et de la vitesse à un tel point ont été précédemment dérivées. Ils seront cependant répétés ici à titre de référence. L'équation d'énergie donne la vitesse critique, V^* , comme

$$V^{*2} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} a_0^2 \quad (23)$$

Puisque $V^* = a^*$, une autre façon d'écrire cette équation est

$$\left(\frac{a^*}{a_0}\right)^2 = \frac{T^*}{T_0} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \quad (24)$$

L'utilisation des relations isentropiques permet d'écrire cela comme

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (25)$$

En remplaçant cela dans l'équation (20) on obtient l'équation suivante qui peut être utilisée pour trouver la zone du conduit où les conditions critiques existent

$$m = \rho_0 A^* \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left\{ \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\right) \frac{p_0}{\rho_0} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Cela peut être réorganisé pour donner

$$A^* = \frac{m}{\sqrt{\gamma p_0} \rho_0} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (26)$$

Il faut souligner, comme déjà mentionné, que les conditions critiques peuvent ne pas exister dans le flux réel, par exemple, si le flux reste subsonique tout au long, les conditions critiques n'existeront à aucun point du flux. Même dans de tels cas, cependant, les conditions critiques sont utilisées comme conditions de référence.

L'aire de n'importe quelle section du conduit, exprimée en termes d'aire critique, A^* , peut être liée à la pression en substituant l'équation (25) à l'équation (22) ce qui donne

$$\frac{A}{A^*} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{1}{\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \left[\frac{1 - \frac{2}{\gamma+1}}{1 + \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

C'est à dire

$$\frac{A}{A^*} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{1}{\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \left[\frac{1 - \frac{2}{\gamma+1}}{1 + \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

Si une buse doit être conçue pour un débit massique donné, m' , avec un rapport de pression global donné, (p_e/p_0) (voir Figure (5), l'application des Équations (19), (20) et (27) donne

$$V_e = \left\{ \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right) \left(\frac{p_0}{\rho_0} \right) \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

$$m = \rho_0 A_e \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right) \left(\frac{p_0}{\rho_0} \right) \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

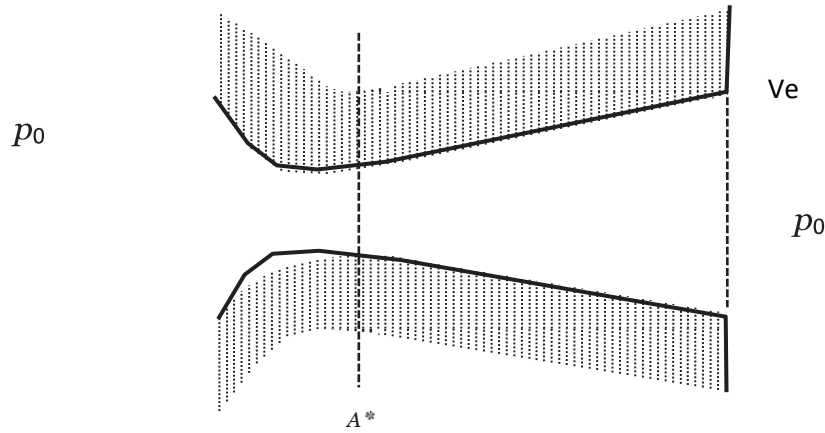


Figure N°5: Conditions d'avion de sortie.

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{\left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \left(\frac{\gamma-1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left\{ \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (30)$$

Pour un ensemble donné de conditions de stagnation et des valeurs données de m' et (p_e/p_0) , l'équation 8.29 permet de trouver l'aire de sortie, A_e , tandis que l'équation 8.30 permet de trouver l'aire de col, A^* . De plus, pour le rapport de pression donné, (p_e/p_0) , l'équation 8.28 permet de trouver la vitesse de décharge, V_e . La présente analyse ne peut pas être utilisée pour faire des prédictions concernant la forme optimale de la buse car elle est basée sur l'hypothèse que l'écoulement est unidimensionnel à toutes les sections.

Il est souvent commode d'exprimer les relations de surface variable en termes de nombre de Mach, M , existant à n'importe quelle section. Pour ce faire, on note d'abord, comme précédemment, que l'équation d'énergie donne

$$V^2 + \left(\frac{2}{\gamma - 1}\right) a^2 = \left(\frac{2}{\gamma - 1}\right) a_0^2$$

Qui peut être utilisé pour donner

$$V = Ma_0 = \left\{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right\}^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

L'équation de l'énergie donne également

$$\left(\frac{a}{a_0}\right)^2 = \left\{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right\}^{-1} \quad (32)$$

Cela donne à son tour, en utilisant les relations isentropiques

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \left\{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right\}^{-\frac{1}{\gamma-1}} \quad (33)$$

Dès lors, depuis

$$m = \rho VA$$

Il s'ensuit en utilisant les équations (31) à (33) que

$$\frac{m}{A} = \frac{\rho_0 a_0 M}{\left\{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right\}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \quad (34)$$

Puisque m' doit être le même à toutes les sections, l'application de cette équation entre deux sections quelconques 1 et 2 d'un conduit donne alors

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \left[\frac{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_2^2}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_1^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (35)$$

Ainsi, si le rapport des aires au niveau des deux sections est connu, les nombres de Mach au niveau de ces sections peuvent être liés par cette équation. Il est à nouveau commode d'écrire cette équation en fonction de la surface du conduit, A^* , à laquelle les conditions critiques existent. Puisque M^* est par définition égal à 1 à cette section, le nombre de Mach, M , à une autre section où la zone est A est alors donné par

$$\frac{A}{A^*} = \left(\frac{1}{M}\right) \left[\frac{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \frac{1}{M} \left\{ \left(\frac{2}{\gamma+1}\right) \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2 \right] \right\}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (36)$$

Les variations typiques de A/A^* avec M telles que données par cette équation sont illustrées à la Figure (6) Cette relation est généralement répertoriée dans des tables isentropiques (voir annexe E) et est donnée par le logiciel COMPROP.

Il doit être clairement compris que l'Équation (36) indique que le nombre de Mach est uniquement lié à l'aire de la section transversale pour une valeur donnée de A^* .

Ce point sera examiné plus en détail dans la discussion des caractéristiques de la buse donnée ci-dessous.

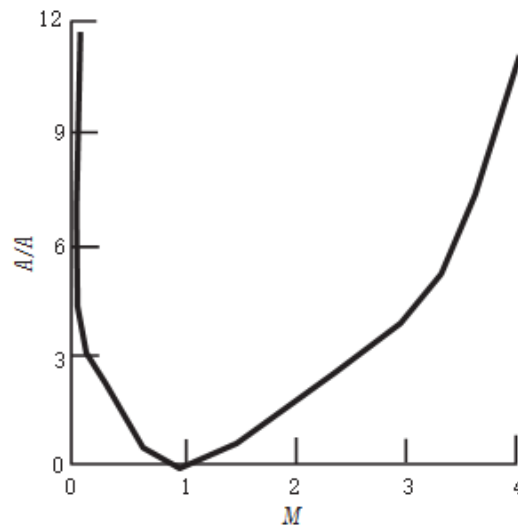


Figure N°6 : Variation du rapport de surface avec le nombre de Mach.

3. Exemple Application

L'hydrogène s'écoule d'un grand réservoir à travers une tuyère convergente-divergente, la pression et la température dans le réservoir étant respectivement de 600 kPa et 40 °C. La zone de gorge de la buse est de 10 à 4 m² et la pression sur le plan de sortie de la buse est de 130 kPa. En supposant que le débit à travers la buse est isentropique et que le débit est stable et unidimensionnel, trouvez le débit massique à travers la buse et la zone de sortie de la buse

Chapitre III: Etude d'une Turbine Axiale

1. Introduction:

Les turbines à vapeur et à gaz à écoulement axial sont des turbomachines qui dilatent un fluide en mouvement continu, essentiellement dans la direction axiale. Le développement de la turbine à vapeur et à gaz à écoulement axial a été entravé par la nécessité d'obtenir à la fois un débit et un taux de compression élevés.

Initialement, l'air était fournis par des compresseurs centrifuges, par la suite les compresseurs axiaux ont été développés et utilisés dans les turboréacteurs, dans lesquels la puissance développée par la turbine est utilisée pour faire fonctionner le compresseur axial.

La turbine à écoulement axial a des applications très larges dans la propulsion des avions, installations industrielles et marines. Dans ce chapitre, les turbines à vapeur et à gaz sont considérées ensemble, avec l'hypothèse que la même théorie s'applique aux deux types de machines. Cela n'est valable que lorsque la nature de la vapeur utilisée dans la turbine à vapeur existe à l'état surchauffé qui est supposé se comporter comme un gaz idéal. De nos jours, la puissance de sortie des turbines à vapeur varie de quelques kilowatts à 660 kW. Pour avoir une puissance de sortie élevée, la vapeur surchauffée utilisant un surchauffeur est conçu pour se dilater dans la turbine à une pression inférieure à la pression atmosphérique dans le condenseur, pour extraire l'énergie maximale de la vapeur.

Les turbines à gaz sont utilisées comme unité de puissance pour la propulsion des gros avions à réaction, car elles ont un rapport puissance / poids très élevé. Dans le cas de la propulsion à réaction d'un avion, pour avoir une poussée de jet suffisante, des vitesses axiales élevées sont souhaitables. Habituellement, une ou aux plus rangées des tuyères et des aubes sont nécessaires. Mais les turbines à gaz utilisées dans les usines industrielles ou marines nécessitent un grand nombre d'étages. Ceci est nécessaire pour réduire la perte d'énergie et pour réduire la charge sur les aubes, pour donner à la turbine une longue durée de vie. Les turbines à vapeur sont utilisées dans les centrales à combustibles fossiles et pour la propulsion à vapeur des navires, bien que les unités de propulsion des turbines à gaz soient souvent installées dans la classe plus petite des navires de guerre.

2. La Description:

Le principe de production de l'énergie est basé sur le transfert de l'énergie thermique haute pression en énergie cinétique. Ceci est réalisé par faire passer le gaz alternativement à travers des rangées d'aubes fixes et mobiles. L'énergie cinétique du gaz est réduite dans les aubes mobiles, qui sont attachées au arbre de la turbine et récupérées dans les aubes fixes au carter (Fig.1).

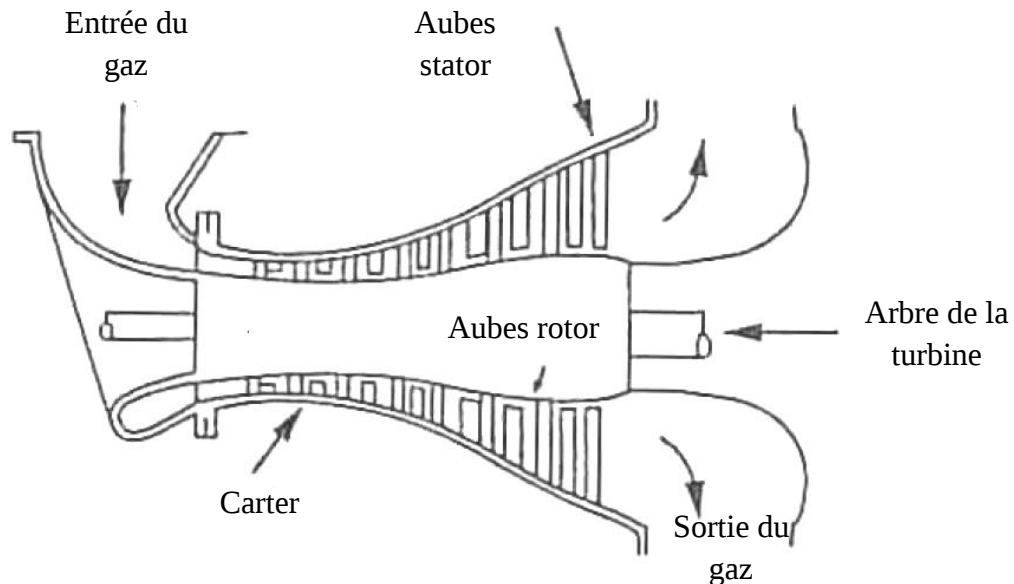


Fig.1: Turbine à écoulement axial

La densité du gaz diminue progressivement fur à mesure que le gaz se déplace à travers la turbine et pour maintenir une vitesse d'écoulement axial constante, la hauteur de l'aube est augmentée vers l'extrémité basse pression.

La rangée de stators est souvent appelée la range de tuyères et dans certains types de turbines à vapeur, la rangée de tuyère se compose d'un ensemble de tuyères convergentes espacées autour du tambour.

Lors de l'examen du flux à travers l'étage, les hypothèses suivantes seront faites:

1. Le rayon moyen est constat, sauf indication contraire.
2. La hauteur de l'aube / le rayon moyen est petit, ce qui permet d'utiliser la théorie de l'écoulement bidimensionnel.

3. Triangles De Vitesse Pour Une Turbine A Ecoulement Axial:

Pour un seul étage de turbine les triangles de vitesse sont représentés sur la figure 2.

on donne: $\vec{U} = \vec{V} + \vec{W}$ et,

U : Vitesse absolue de l'écoulement

W : Vitesse relative de l'écoulement

V : Vitesse périphérique du rotor

U_v, U_x : Composante tangentielle et axiale de la vitesse absolue du fluide

W_v, W_x : Composante tangentielle, axiale de la vitesse relative du fluide

α : L'angle des vitesses absolues mesurés par rapport à la direction axiale

β : l'angle des vitesses relatives mesurés par rapport à la direction axiale

La forme des aubes du rotor dépend des angles β (des vitesses relatives dans le repère du rotor) et la forme des aubes du stator dépend des angles α (des vitesses absolues dans le repère fixe). Lorsqu'on garde $\rho A = cte$, la vitesse périphérique V et la composante axiale U_x demeurent constantes.

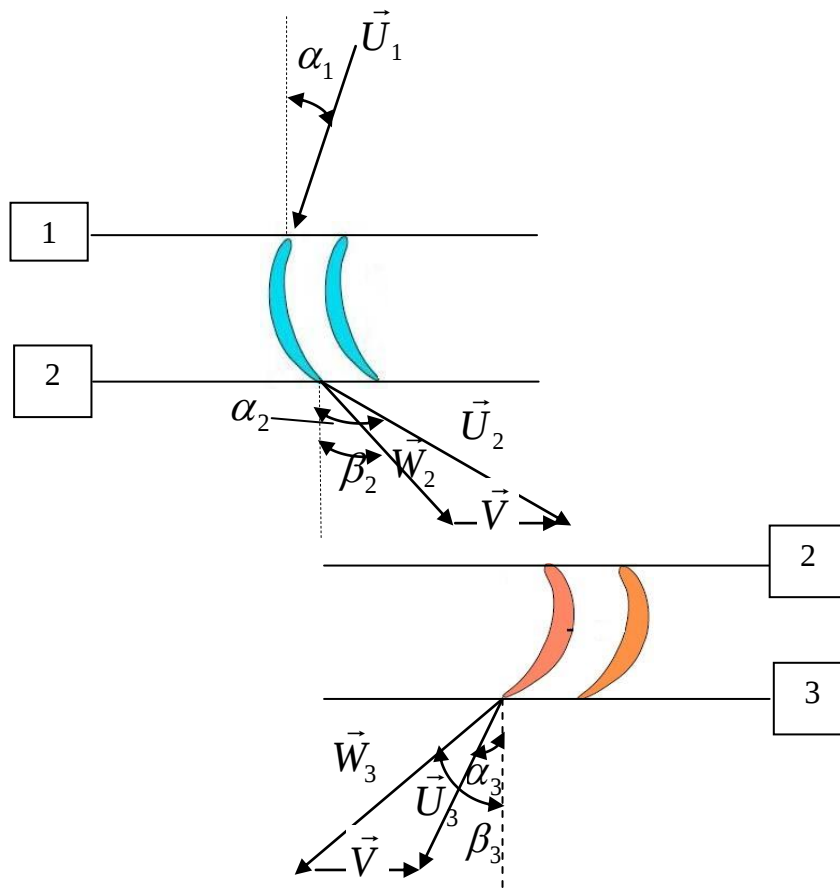


Fig.2: Triangles de vitesses pour un étage d'une turbine à écoulement axial

Une rangée d'aubes du stator suivie d'un ensemble d'aubes du rotor est considérée comme un étage. L'entrée des aubes du stator est désignée par l'indice 1. L'entrée à la section du rotor est désignée par l'indice 2 et la sortie de la section du rotor est indiquée par l'indice 3

. Tous les angles d'écoulement sont mesurés dans la direction axiale et il faut faire attention lorsque les angles d'écoulement sont mesurés à partir de la direction du mouvement de l'aube, c'est-à-dire de la direction tangentielle.

Le gaz quitte les aubes du stator avec une vitesse absolue U_2 à l'angle α_2 et en soustrayant le vecteur de vitesse des aubes V , le vecteur de vitesse relative à l'entrée du rotor W est déterminé. En se déplaçant à travers la pale de rotor, la direction d'écoulement est modifiée et la pression réduite tandis que la vitesse absolue est diminuée et la vitesse relative augmente.. Le gaz quitte l'aube tangentiellement à l'angle β_2 avec une vitesse relative W_2 .

La soustraction vectorielle de la vitesse de l'aube donne la vitesse absolue U_3 . C'est maintenant la vitesse d'entrée vers la prochaine rangée de stators à l'angle α_3 , pour un étage normal est égal à U_1 à α_1 .

3.1 Turbine à réaction:

Le passage du fluide à travers un étage d'une turbine à réaction, engendrée une diminution de la pression dans le stator, mais une augmentation de la vitesse absolue. Dans le rotor la vitesse relative augmente suite à la diminution de la vitesse absolue (fig.3).

Turbine à réaction	U	W	P	A
Stator		-		
Rotor				

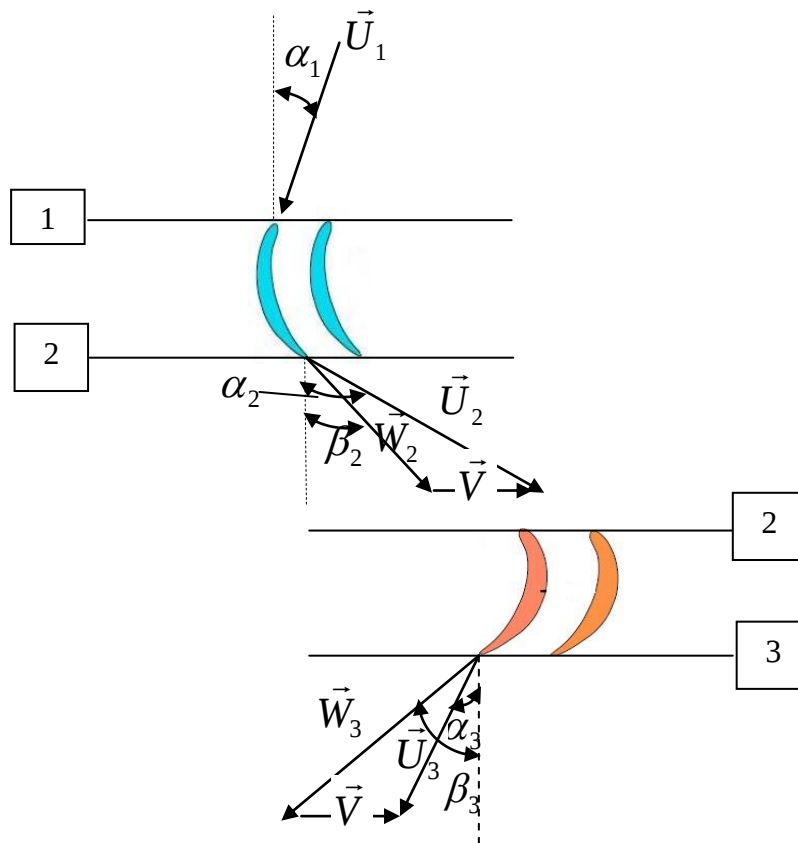


Fig.3: Triangles de vitesses pour un étage d'une turbine à réaction (écoulement axial)

3.2 Turbine à action:

L'écoulement du fluide dans un étage d'une turbine à action est caractérisé par la diminution de la pression et l'augmentation de la vitesse absolue à travers le stator (les canaux fixes). Dans le rotor la pression et la vitesse relative W restent constantes, mais on remarque le changement de la direction de la vitesse (fig.4).

Turbine à action	U	W	P	A
Stator		-		
Rotor		Cte	Cte	Cte

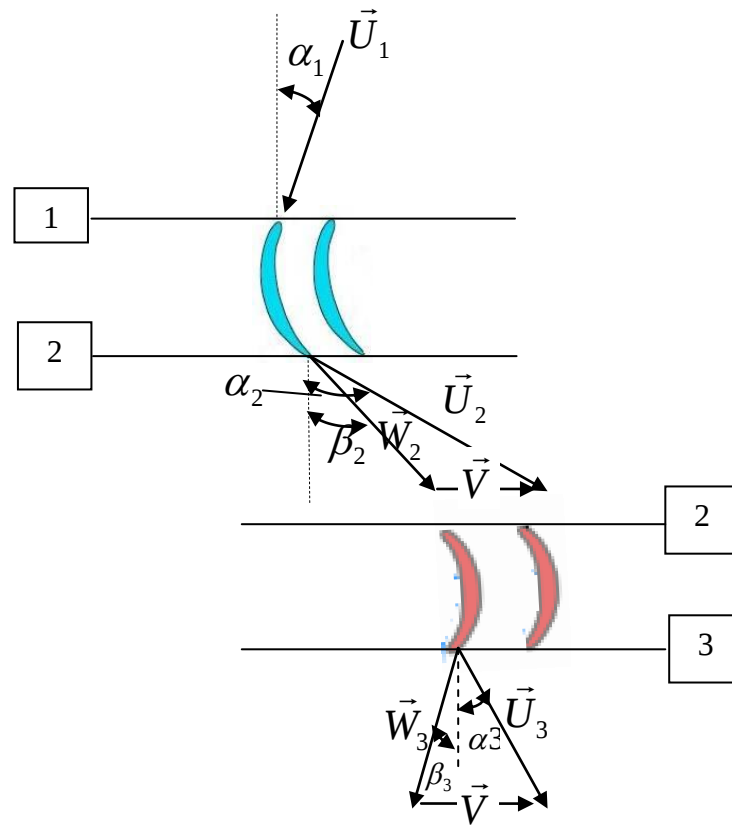


Fig.4: Triangles de vitesses pour un étage d'une turbine à action (écoulement axial)

3.3 Etage Normal:

Pour les machines axiales, la composante axiale de la vitesse absolue reste constante entre l'entrée et la sortie ($U_{2x} = U_{3x}$) de l'étage, et la vitesse d'entraînement est considérée constante. Si les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie de l'étage sont superposés, on appelle un étage normal (étage périodique) dont:

$$U_3 = U_1$$

$$\alpha_3 = \alpha_1$$

$$U_x = Cte$$

$$V = Cte$$

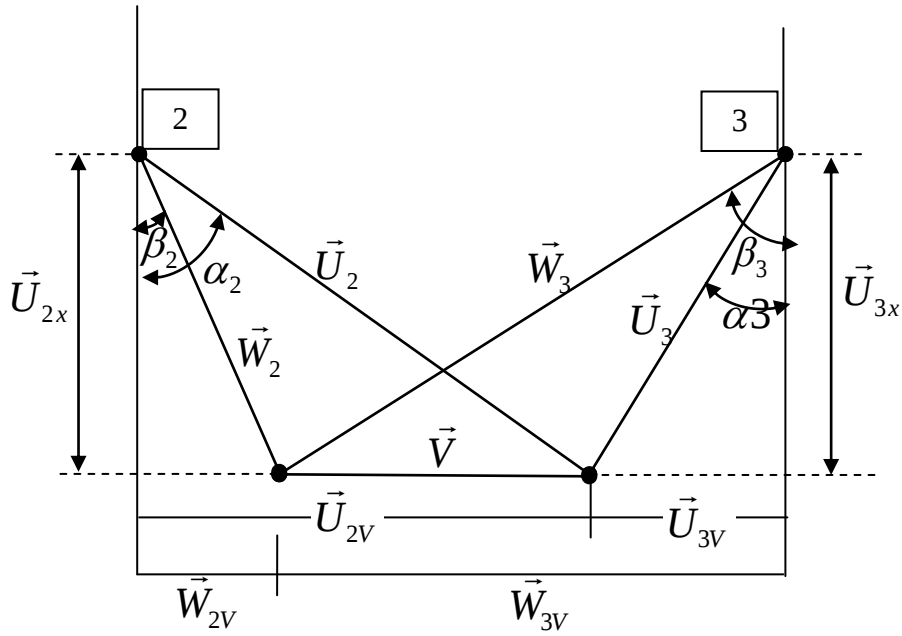


Fig.5: Triangles de vitesses pour un étage normal d'une turbine axiale à réaction

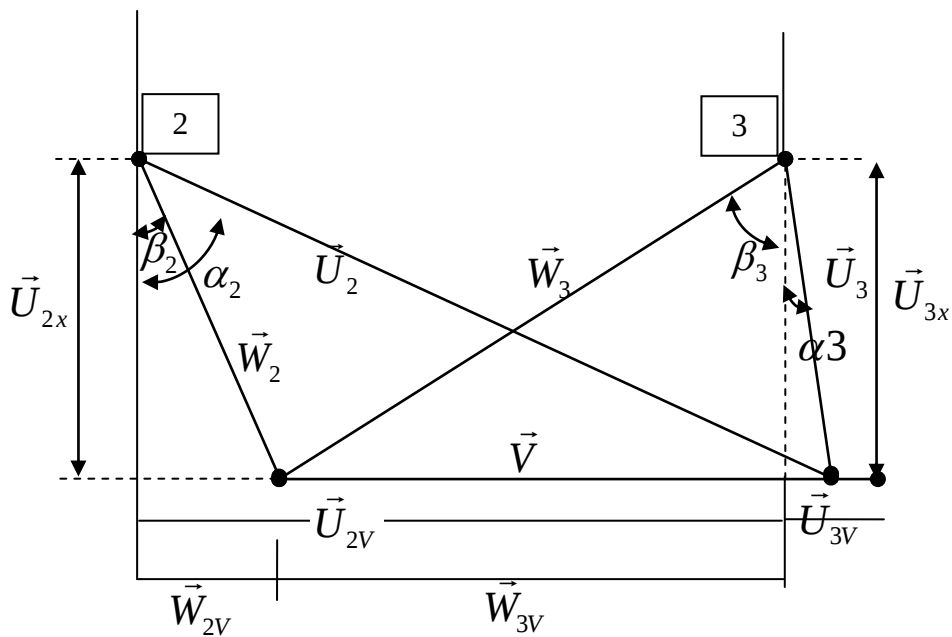


Fig.6 : Triangles de vitesses pour un étage normal d'une turbine axiale à action

4. Etude thermodynamique:

D'après la figure 5, les deux triangles de vitesse sont superposés et le transfert d'énergie de la turbine est donné par l'équation d'Euler.

$$H = V(U_{3v} - U_{2v}) / g$$

Et comme U_{3v} est dans la direction X négative, le travail effectué par unité de débit massique est donné par :

$$V(U_{3v} + U_{2v}) = W / m$$

Si $U_{2x} = U_{3x}$, il y aura une poussée axiale dans le sens de l'écoulement. Cependant, on suppose que la vitesse axiale U_x est constante et donc :

$$W / m = VU_x (\tan g\alpha_3 + \tan g\alpha_2)$$

$$W / m = VU_x (\tan gB_3 + \tan gB_2) \text{..(1)}$$

Cette équation est souvent désignée sous le nom de diagramme de travail par unité de débit massique.

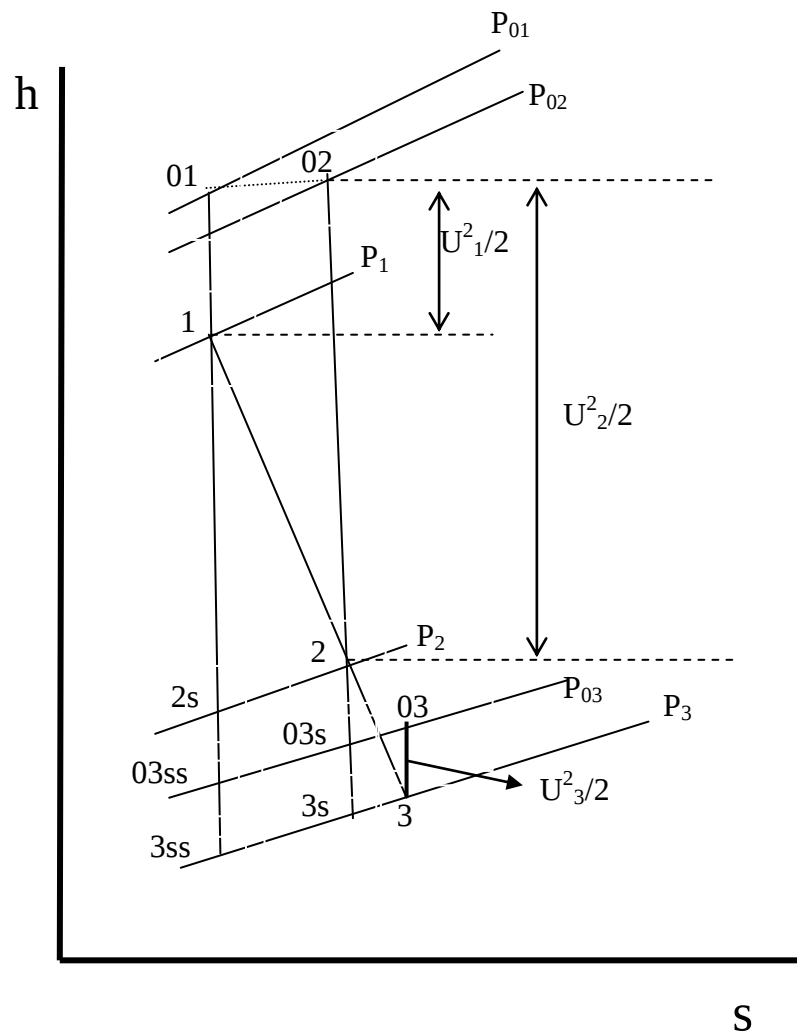


Fig.7 : Le diagramme de Mollier ou h-s pour une turbine à écoulement axial

La pression totale P_{01} et l'enthalpie totale h_{01} se réfèrent aux conditions d'entrée du stator. Pour un écoulement adiabatique à travers les aubes de stator ou les tuyères $h_{01} = h_{02}$ en raison d'irréversibilités, la pression totale chute à P_{02} à la sortie du stator (ou à l'entrée du rotor). La détente à P_{03} et l'enthalpie totale h_{03} a lieu à la sortie du rotor. Le travail effectué par unité de débit massique par le gaz est donné par:

$$\begin{aligned} W / m &= h_{01} - h_{03} = h_{02} - h_{03} \\ \text{or } W / m &= cp (T_{02} - T_{03}) \quad \text{..(2)} \end{aligned}$$

Substitution l'équation (1) dans l'équation (2)

$$W / m = cp (T_{02} - T_{03}) = VU_x (\tan gB_3 + \tan gB_2) \quad \text{..(3)}$$

Il convient de noter que le facteur de travail effectué (λ) n'est pas utilisé dans l'équation (3). En effet, dans une turbine à gaz ou à vapeur, l'écoulement à travers le passage de l'aube s'accélère. Par contre l'effet de la croissance de la couche limite dans la turbine est négligeable. Pour un étage normal dans lequel $U_1 = U_3$, la chute de température statique à travers l'étage est égale à la chute de température totale:

$$T_1 - T_3 = T_{01} - T_{03} \quad (U_1 = U_3)$$

le rendement isentropique total à total de l'étage de turbine est défini par:

$$\eta_{tt,t} = \text{Travail isentropique effectué} / \text{Travail réel effectué par le gaz}$$

$$\begin{aligned} \eta_{tt} &= (T_{01} - T_{03}) / (T_{01} - T_{03s}) \\ T_{01} - T_{03} &= \eta_{tt} T_{01} (1 - T_{03s} / T_{01}) \end{aligned}$$

$$T_{01} - T_{03} = \eta_{tt} T_{01} \left(\left[1 - (P_{03} / P_{01})^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right] \right)$$

4.1 Rendement total à total

Ceci est utilisé lorsque l'énergie cinétique à la sortie de l'étage est distinguée à la production du travail.

$$\eta_{tt} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03s}}$$

$$\eta_{tt} = \frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_{3s}} \quad \text{pour un étage normal} \quad U_1 = U_3$$

4.2 Rendement total-statique

Ceci est utilisé lorsque l'énergie cinétique à la sortie est perdue et n'est donc pas utilisée pour générer du travail. Il est défini comme

$$\eta_{ts} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3s}}$$

5. Etude dynamique :

Dans le rotor l'énergie cinétique du fluide se transforme en énergie mécanique (mouvement de rotation); pour déterminer les efforts (forces élémentaires de pression et de frottement) exercée sur les aubes de la turbine, on considère un volume de contrôle qui contient une aube fig.8.

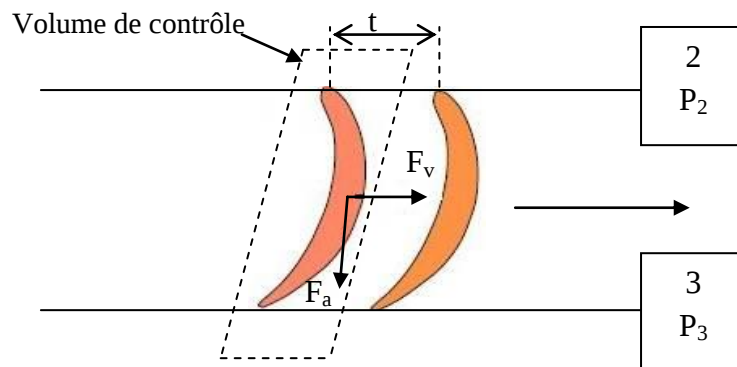


Fig.8: Les forces élémentaires sur les aubes d'une turbine axiale

Dans le repère mobile (relatif) la détente entraîne une augmentation de la vitesse relative (W_3 super W_2), l'application de théorème de quantité de mouvement dans la direction tangentielle V dans l'effort tangentielle:

$$F_V = D(W_{3V} - W_{2V})$$

D: débit massique par unité de longueur dans un canal inter-aubes:

$$D = \varphi_2 W_2 \cos\beta_2 t$$

$$= \varphi_3 W_3 \cos\beta_3 t \quad \text{Avec } t=S*1 \text{ et } W_{2x}=W_2\cos\beta_2$$

Dans la direction axiale

$$F_a + (P_3 - P_2) \cdot t = D (W_{3x} - W_{2x})$$

$$F_a = D (W_{3x} - W_{2x}) + (P_2 - P_3) \cdot t$$

Si $U_x = Cte = W_x$

$$\text{Donc: } F_a = (P_2 - P_3) \cdot t$$

Et l'expression du couple appliqué par le fluide:

$$C = q_m \cdot r_{\text{moy}} \cdot (U_{3v} - U_{2v}) \text{ où } q_m = n \cdot D$$

et n : nombre total des aubes.

Donc la puissance nécessaire pour entraîner l'étage:

$$P_{\text{et}} = C \cdot \omega = q_m \cdot r_{\text{moy}} \cdot \omega (U_{3v} - U_{2v})$$

$$P_{\text{et}} = C \cdot \omega = q_m \cdot V \cdot (U_{3v} - U_{2v})$$

6. Les Coefficients:

6.1 Coefficient de charge:

La capacité du travail de l'étage est exprimée en termes de coefficient de chute de température (ou) «coefficient de charge de l'aube»:

$$\Psi = \frac{-W_e}{V^2} = \frac{h_{02} - h_{03}}{V^2} = \frac{\Delta h_0}{V^2}$$

Parfois ψ est considéré positif pour les turbines et négatif pour les compresseurs

$$\Psi = \eta_s \frac{\Delta h_{0s}}{V^2}$$

le coefficient de charge est appelé aussi le coefficient de température:

$$\Psi = \frac{\Delta h_0}{V^2} = \frac{C_p \Delta T_0}{V^2}$$

pour les turbine à gaz :

- $\psi > 1.5$: indique des pâles fortement chargé
- $\psi < 1$: indique des pâles faiblement chargé

6.2 Coefficient de débit:

Ce paramètre est directement proportionnel à la vitesse axiale.

$$\phi = \frac{U_x}{V}$$

Si : $U_x = W_x = \text{Cte}$

Le travail est donné par la relation d'Euler:

$$\begin{aligned} W &= V(U_{3V} - U_{2V}) = V(W_{3V} - W_{2V}) \\ &= V \cdot U_x (\text{tg}\alpha_3 - \text{tg}\alpha_2) = V \cdot U_x (\text{tg}\beta_3 - \text{tg}\beta_2), \text{ on a : } (\text{tg}\alpha = U_V/U_x) \end{aligned}$$

Divisant cette relation par vitesse V^2 :

$$W/V^2 = (V/V^2) \cdot U_x (\text{tg}\alpha_3 - \text{tg}\alpha_2) = -\psi = \Phi(\text{tg}\alpha_3 - \text{tg}\alpha_2)$$

et

$$\psi = \Phi(\text{tg}\alpha_2 - \text{tg}\alpha_3)$$

6.3 Degré de réaction:

Le degré de réaction est défini par: $R = \text{Chute d'enthalpie dans le rotor} / \text{Chute d'enthalpie dans l'étage}$

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} = \frac{(h_1 - h_3) - (h_1 - h_2)}{h_1 - h_3} \dots (4)$$

Cela montre le facteur de la détente de l'étage, qui se produit dans le rotor, et il est habituel de définir en terme de chute de température statique, à savoir:

$$R = \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3}$$

Dans le repère relatif l'équation d'énergie de l'écoulement du gaz dans le rotor s'écrit:

$$h_2 + \frac{W_2^2}{2} = h_3 + \frac{W_3^2}{2} \Rightarrow h_2 - h_3 = \frac{1}{2}(W_3^2 - W_2^2)$$

Si : $W_2 = W_3 \Rightarrow h_2 = h_3$ et $R_{Th} = Cte$

A travers le stator l'enthalpie total est constante donc:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}(U_2^2 - U_1^2)$$

Si: $U_x = Cte \Rightarrow h_1 - h_2 = \frac{1}{2}(U_{v2}^2 - U_{v1}^2)$

Et comme $tg\alpha = U_v/U_x \Rightarrow U_x = U_v \cdot tg\alpha$

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}U_x^2(tg^2\alpha_2 - tg^2\alpha_1)$$

$$U_3 = U_1$$

$$\alpha_3 = \alpha_1$$

$$U_x = Cte$$

Pour un étage normal

Donc :

$$h_1 - h_3 = h_{01} - h_{03} = h_1 + \frac{U_1^2}{2} - h_3 - \frac{U_3^2}{2}$$

Alors :

$$W = h_1 - h_3 = h_{01} - h_{03} = -\psi V^2$$

Et l'équation (4), peut être écrite :

$$R = 1 - \frac{U_x^2}{2} \frac{tg^2 \alpha_2 - tg^2 \alpha_3}{\psi V^2}$$

$$R = 1 - \frac{\phi^2}{2} \frac{tg^2 \alpha_2 - tg^2 \alpha_3}{\psi}$$

on a :

$$\psi = \Phi(tg \alpha_2 - tg \alpha_3) \text{ ..(5)}$$

Remplacement dans l'équation précédente:

$$R = 1 - \frac{\phi^2}{2} \frac{tg^2 \alpha_2 - tg^2 \alpha_3}{\phi(tg \alpha_2 - tg \alpha_3)}$$

$$R = 1 - \frac{\phi}{2} (tg \alpha_2 + tg \alpha_3) \text{ ..(6)}$$

De l'équation (5) :

$$\frac{\psi}{\phi} = (tg \alpha_2 - tg \alpha_3)$$

De l'équation (6) :

$$(tg \alpha_2 + tg \alpha_3) = \frac{2 - 2R}{\phi}$$

Donc

$$\left\{ \begin{array}{l} tg \alpha_2 = \frac{1 - R + \frac{\psi}{2}}{\phi} \\ tg \alpha_3 = \frac{1 - R - \frac{\psi}{2}}{\phi} \end{array} \right\}$$

7. Remarque:

1- Ces dernières relations nous permettant de déterminer les angles de l'écoulement α_2 et α_3 en choisissant ψ , Φ et R

2- Ces relations sont valables seulement pour un étage périodique

3- Par la même procédure on peut démontrer que:

$$\left\{ \begin{array}{l} tg\beta_2 = -\frac{R + \frac{\psi}{2}}{\phi} \\ tg\beta_3 = -\frac{R - \frac{\psi}{2}}{\phi} \end{array} \right\}$$

4- Un étage avec un degré de réaction $R=50\%$ on a:

$$\left\{ \begin{array}{l} tg\alpha_2 = \frac{1+\psi}{2\phi} \\ tg\alpha_3 = \frac{1-\psi}{2\phi} \end{array} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} tg\beta_2 = -\frac{1-\psi}{2\phi} \\ tg\beta_3 = -\frac{1+\psi}{2\phi} \end{array} \right\}$$

On remarque que : $tg\alpha_2 = -tg\beta_3$ et $tg\alpha_3 = -tg\beta_2$

Sachant que les valeurs absolues des angles α et β sont inférieures 90° , on peut écrire:

$$\alpha_2 = -\beta_3 \quad \text{et} \quad \alpha_3 = -\beta_2$$

Puisque:

$$U_x = W_x = \text{Cte}$$

$$\begin{aligned} W_3^2 &= W_{3v}^2 + W_{3x}^2 = U_x^2 + W_{3x}^2 tg^2\beta_3 \\ &= U_x^2 + U_{2v}^2 = U_2^2 \\ W_3 &= U_2 \end{aligned}$$

De la même manière, on aura $W_2=U_3$ ($U_{2V}=W_{3V}$ et $U_{3V}=W_{2V}$), on obtient alors un triangle des vitesses symétrique:

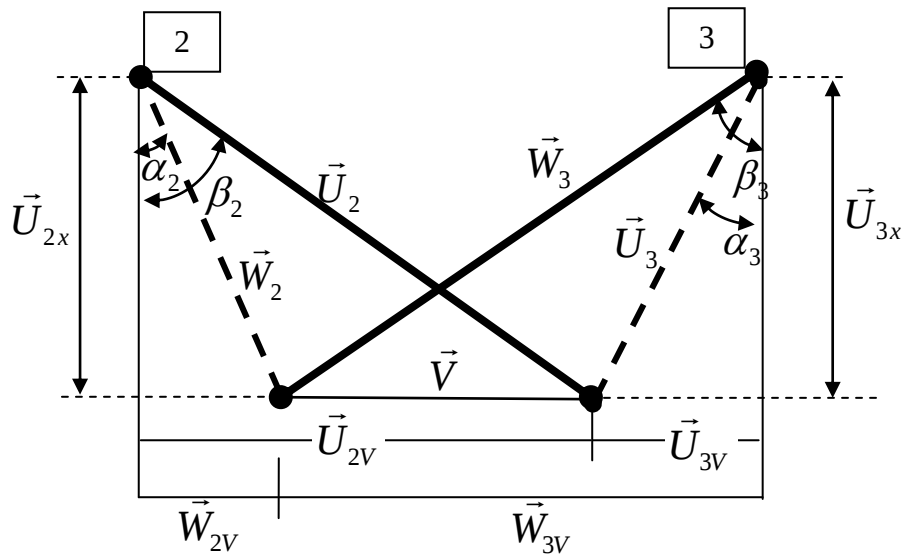


Fig. 9: Triangle des vitesses symétrique pour R=50%

5- Un étage avec un degré de réaction nul R=0%:

$$\beta_2 = -\beta_3 \quad \text{et} \quad \text{tg}\alpha_3 \neq \text{tg}\alpha_2$$

Et puisque

$$U_x = \text{Cte} \Rightarrow W_2 = W_3$$

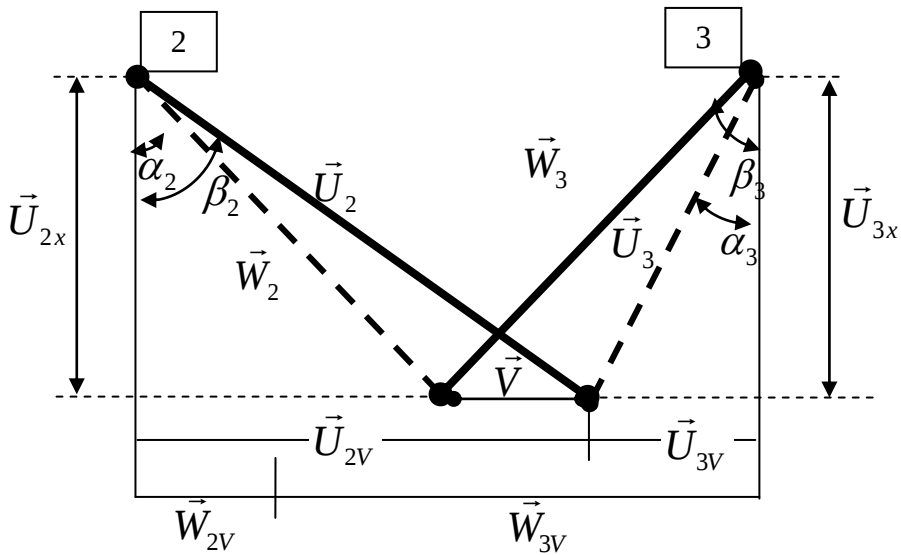


Fig. 9: Triangle des vitesses pour R=0%

Chapitre 4 : Les compresseurs centrifuges

1. Introduction

Les compresseurs centrifuges sont des machines tournantes utilisées pour augmenter la pression des gaz en transformant l'énergie mécanique en énergie cinétique, puis en énergie de pression. Ils sont largement employés dans les industries pétrolière, gazière, chimique, énergétique, ainsi que dans les systèmes de climatisation et de réfrigération

2. Définition

Un **compresseur centrifuge** est un compresseur dynamique dans lequel le gaz est accéléré par une roue tournante (appelée *roue* ou *impeller*). La force centrifuge projette le gaz vers la périphérie, où sa vitesse est convertie en pression dans un diffuseur.

3. Principe de fonctionnement

Le fonctionnement d'un compresseur centrifuge se déroule en plusieurs étapes :

1. Le gaz entre axialement au centre de la roue.
2. La roue en rotation accélère le gaz et lui communique une énergie cinétique importante.
3. Le gaz est expulsé radialement sous l'effet de la force centrifuge.
4. Dans le diffuseur, la vitesse du gaz diminue tandis que sa pression augmente.
5. Le gaz comprimé est collecté dans la volute avant d'être envoyé vers le circuit.

Ce processus permet une compression continue avec un débit relativement élevé.

4. Constitution d'un compresseur centrifuge

Les principaux composants sont :

- **La roue (impeller)** : accélère le gaz.
- **Le diffuseur** : transforme l'énergie cinétique en énergie de pression.
- **La volute (carter spiralé)** : collecte le gaz comprimé.
- **L'arbre** : transmet le mouvement du moteur.
- **Les paliers** : supportent l'arbre.
- **Les joints d'étanchéité** : empêchent les fuites de gaz.
- **Le système de lubrification** : réduit les frottements et assure le refroidissement.

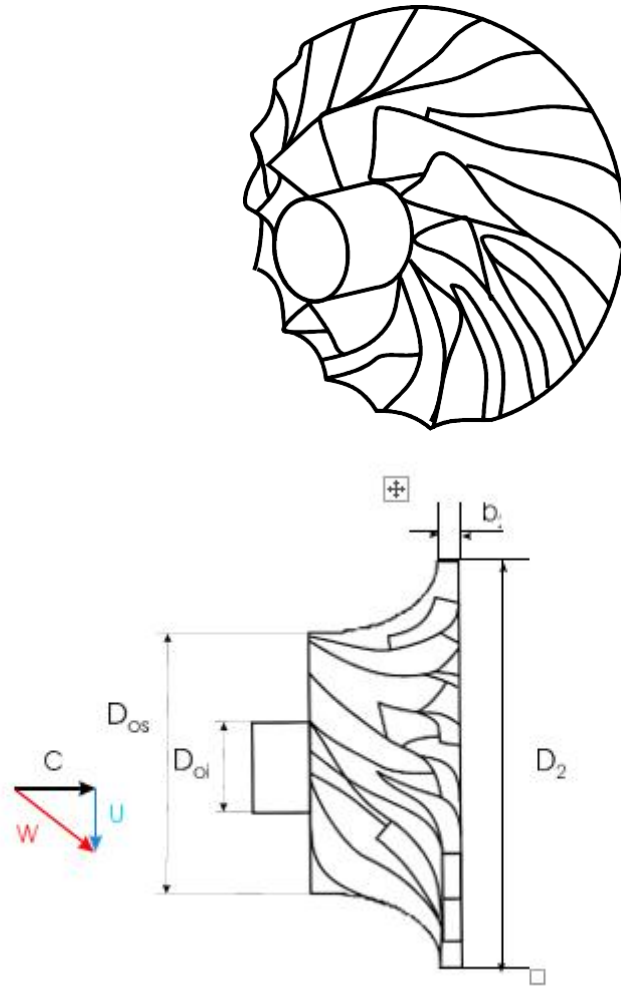


Fig 1. : Rotor Centrifuge

5. Types de compresseurs centrifuges

Selon le nombre d'étages :

- **Mono-étagé** : une seule roue, utilisé pour des rapports de compression faibles.
- **Multi-étagé** : plusieurs roues montées en série pour obtenir des pressions plus élevées.

Selon la disposition :

- À aspiration simple.
- À double aspiration.

6. Types de compresseurs centrifuges

Selon le nombre d'étages :

- **Mono-étagé** : une seule roue, utilisé pour des rapports de compression faibles.
- **Multi-étagé** : plusieurs roues montées en série pour obtenir des pressions plus élevées.

Selon la disposition :

- À aspiration simple.
- À double aspiration.

7. Performances

Les performances sont caractérisées par :

- le débit volumique ;
- le rapport de compression ;
- la puissance absorbée ;
- le rendement isentropique ;
- la vitesse de rotation.

Le rendement dépend de nombreux facteurs tels que la conception de la roue, les pertes aérodynamiques et les conditions de fonctionnement.

8. Avantages

Les compresseurs centrifuges présentent plusieurs avantages :

- débit élevé ;
- fonctionnement continu et stable ;
- faible niveau de vibrations ;
- entretien réduit grâce au faible nombre de pièces en contact ;
- rendement élevé pour les grands débits ;
- encombrement relativement réduit.

9. Inconvénients

Malgré leurs qualités, ils présentent certaines limites :

- coût d'investissement élevé ;
- sensibilité aux variations de débit ;
- risque de pompage (*surge*) à faible débit ;
- rapport de compression limité par étage ;
- nécessité d'une vitesse de rotation élevée.

10. Triangles des vitesses pour une machine radiale

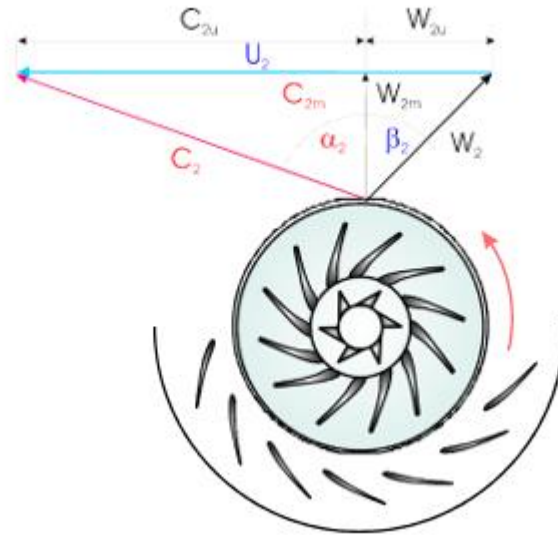


Fig 2. : Triangles des vitesses

11.L'inclinaison des aubes

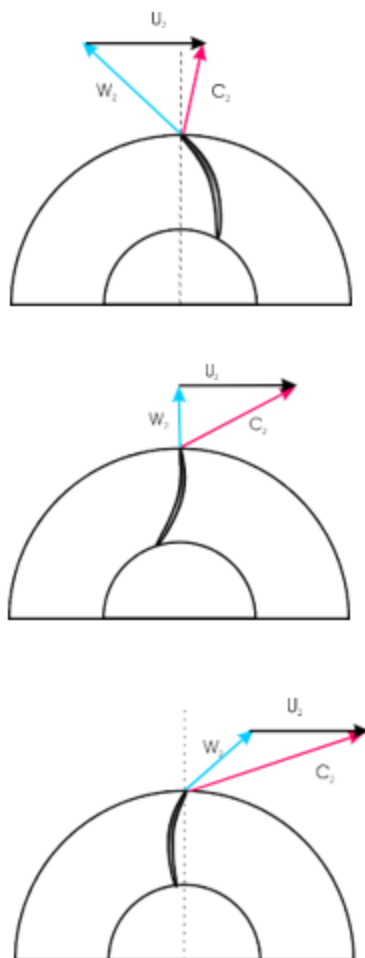


Fig 3. : Effet de l'angle des pales

12. Le phénomène de pompage (Surge)

Le **pompage** est une instabilité aérodynamique qui apparaît lorsque le débit devient inférieur à une valeur critique.

Conséquences

- fortes vibrations ;
- bruit important ;
- inversion momentanée du sens d'écoulement ;
- détérioration des roues et des paliers ;
- réduction de la durée de vie de la machine.

Prévention

- installation d'un système anti-pompage ;
- maintien du débit minimal ;
- surveillance de la pression et du débit ;
- contrôle automatique par vanne de recyclage.

13. Domaines d'application

Les compresseurs centrifuges sont utilisés dans :

- les raffineries de pétrole ;
- les usines pétrochimiques ;
- le transport de gaz naturel ;
- les centrales électriques ;
- les systèmes de climatisation industrielle ;
- les installations de liquéfaction du gaz naturel (GNL) ;
- les turbomachines aéronautiques.

14. Entretien et maintenance

Une maintenance régulière est indispensable pour assurer la fiabilité de l'installation.

Les principales opérations comprennent :

- inspection des roues ;
- contrôle des vibrations ;

- vérification des joints ;
- contrôle des paliers ;
- remplacement du lubrifiant ;
- nettoyage des diffuseurs ;
- équilibrage du rotor.

La maintenance préventive permet de réduire les risques de panne et d'améliorer la durée de vie du compresseur.

15. Comparaison avec les compresseurs alternatifs

Critère	Compresseur centrifuge	Compresseur alternatif
Débit	Très élevé	Faible à moyen
Pression par étage	Moyenne	Élevée
Fonctionnement	Continu	Pulsatoire
Vibrations	Faibles	Importantes
Entretien	Faible	Plus fréquent
Coût initial	Élevé	Plus faible
Rendement	Excellent à grand débit	Excellent à faible débit

Références bibliographiques

- [1] RAMA S. R. GORLA AND AIJAZ A. KHAN, **TURBOMACHINERY DESIGN AND THEORY**, MARCEL DEKKER 2003.
- [2] A VALAN ARASU, **TURBO MACHINES**, VIKAS PUBLISHING HOUSE PVT LTD 2001.
- [3] B.U.PAI, **TURBOMACHINES**, WILEY INDIA PVT. LTD 2013.
- [4] TERRY WRIGHT, **FLUID MACHINERY” PERFORMANCE, ANALYSIS AND DESIGN”**, CRC PRESS LLC 1999.
- [5] GEORGE F. ROUND, **INCOMPRESSIBLE FLOW TURBOMACHINES “DESIGN, SELECTION, APPLICATIONS, AND THEORY”**, ELSEVIER INC 2004.
- [6] R. K. TURTON, **PRINCIPLES OF TURBOMACHINERY**, E. & F. N. SPON LTD 1984.
- [7] R. K. TURTON, **PRINCIPLES OF TURBOMACHINERY**, SECOND EDITION, E. & F. N. SPON LTD 1995.
- [8] SAM YEDIDIAH, **CENTRIFUGAL PUMP**, CHAPMAN & HALL 1996.