**TD 2**

# Résolution des systèmes d'équations linéaires

**Exercice 1**

**Résoudre le système suivant :**

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

**Exercice 2**

**Résoudre le système suivant :**

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

**Exercice 3**

**Soit le système suivant :**

$\alpha x_1 + x_3 = 2$

$\alpha x_1 + 2\alpha x_3 = 1$

$2\alpha x_1 + 2x_2 - x_3 = 3$

**1. Donner l'expression du déterminant de A en fonction de α. Quelle est la condition que le système doit satisfaire pour admettre une solution unique.**

**2. Résoudre le système par la méthode de Cramer en fonction de α.**

**Exercice 4**

**Résoudre le système suivant par la méthode de GAUSS, en déduire le déterminant :**

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 5 \\ -4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 1 \\ -2x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

**Exercice 5**

**1. Résoudre le système suivant par la méthode de Jordan, en déduire le déterminant.**

**2. Calculer $A^{-1}$, en déduire la solution.**

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

**Exercice 6**

**Résoudre le système suivant par la méthode CROUT, en déduire le déterminant.**

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

**Exercice 7**

**Résoudre le système suivant par la méthode CHOLESKY, en déduire le déterminant.**

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 4 \\ 6 & 10 & 8 \\ 4 & 8 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 18 \\ 8 \end{bmatrix}$$

**Exercice 8**

**1. Résoudre le système suivant par la méthode Gauss avec pivot partiel, en déduire le déterminant :**

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

**2. Résoudre le système par la méthode Gauss avec pivot total, en déduire le déterminant :**

**Exercice 9**

**Soit le système suivant :**

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

**- est ce que les méthodes de JACOBIE et GAUSS-SEIDEL convergent?**

**- calculer les cinq première itérations de JACOBIE avec trois décimales exactes avec $X^{(0)}=(2,2,2)$.**

**- calculer les trois première itérations de GAUSS-SEIDEL avec trois décimales exactes avec $X^{(0)}=(2,2,2)$.**