

I-1. Introduction :

Vouloir commander les moteurs électriques suppose non seulement une bonne connaissance de leurs caractéristiques, mais aussi une étude approfondie de la théorie expliquant leur fonctionnement. Les grandeurs physiques importantes que l'on trouve en électrotechnique dans tous les fonctionnements des machines électriques et toutes les commandes sont [1], [2] :

- Flux du champ magnétique relatifs à un ou plusieurs bobinages.
- Tensions aux bornes de Chacun des bobinages
- Courants circulant dans ces bobinages
- Moment du couple électromagnétique de la machine
- Moment du couple utile

Avec p : nombre de paires de pôles.

I-2. Présentation de la machine asynchrone :

La machine asynchrone triphasée comporte un stator fixe et un rotor mobile autour de l'axe de symétrie de la machine (Fig. I-1).

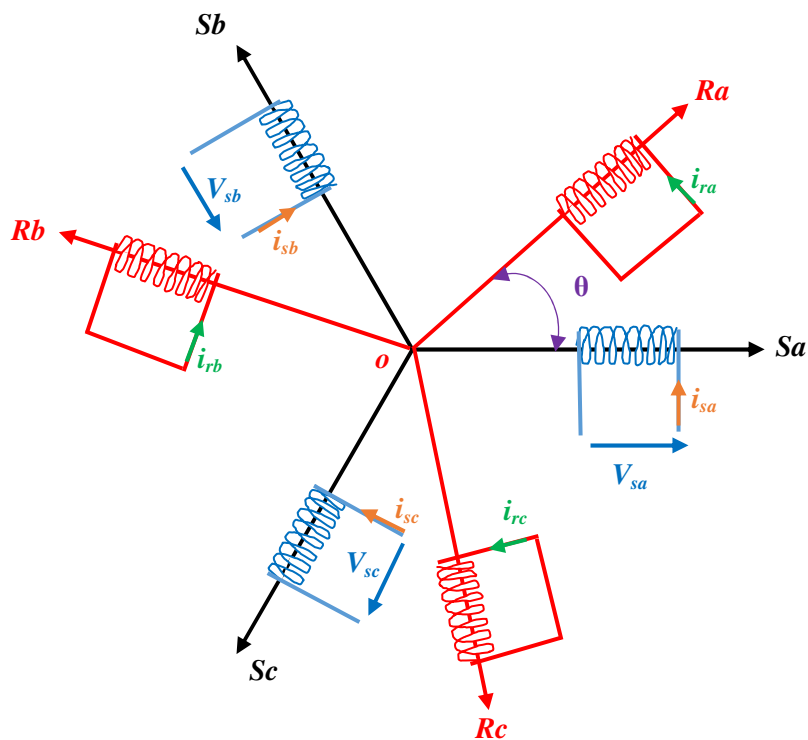


Fig. I- 1 Représentation des enroulements de la machine asynchrone.

Stator :

On a représenté au stator trois bobinages dont les axes sont décalés de 120° . Les phases sont alimentées par un réseau triphasé de tensions sinusoïdales à fréquence et amplitude constantes ou par un onduleur de tension.

Rotor :

La structure du rotor peut être réalisée par :

- 1- Un système d'enroulements triphasés (rotor bobiné)
- 2- Une cage conductrice intégrée aux pôles ferromagnétiques.

I-2-1. Champ tournant statorique :

D'après le théorème de Ferraris, l'action des courants de pulsation ω_s au stator a pour effet de provoquer une force magnétomotrice tournante telle que :

$$\varepsilon_s(\theta_s, t) = \frac{3}{2} k_s I_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \theta_s) \quad (\text{I-1})$$

C'est une expression d'une onde progressive en rotation à la vitesse $\Omega_s = \omega_s / p$.

Avec : p est le nombre de paires de pôles

k_s : coefficient qui dépend de la structure des bobinages du stator

I-2-2. Champ tournant rotorique :

D'après le théorème de Ferraris, l'action des courants au rotor a pour effet de provoquer une f.m.m ε_r , telle que :

$$\varepsilon_r(\theta_r, t) = \frac{3}{2} k_r I_r \sqrt{2} \cos(\omega_r t - \theta_r) \quad (\text{I-2})$$

k_r : coefficient qui dépend de la structure des bobinages du rotor

Cette expression correspond aussi à une onde progressive en rotation à la vitesse angulaire $\omega_r = \Omega_r p$.

Le champ tournant statorique induit un système de f.é.m. triphasé dans les bobinages du rotor. On, appelle glissement g la quantité relative donnée par

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega} \quad (\text{I-3})$$

Avec : Ω est la vitesse de rotation

La pulsation de f.é.m. et des courants au rotor vaut

$$\omega_r = g \omega_s \quad (\text{I-4})$$

De (I-3) on a dans le référentiel du stator

$$\Omega_s = \Omega_r + \Omega \quad (\text{I-5})$$

I-2-3. Principe de fonctionnement en moteur :

Au rotor, le champ tournant statorique induit un système de f.é.m. (force électromotrice). Les courants induits au rotor créent une f.m.m ϵ_r qui interagit avec ϵ_s (provenant des courants statoriques), crée un couple électromagnétique donné par :

$$C_e = K \vec{\epsilon}_r \Lambda \vec{\epsilon}_s \quad (\text{I-6})$$

Avec : K est une constante ne dépend que de la géométrie et les bobinages de la machine.

I-2-4. Fonctionnement en régime établi à vitesse constante :**I-2-4-1. Equations générales de la machine asynchrone :**

Considérons une machine asynchrone à rotor bobiné, les équations électriques de la machine au stator et au rotor sont données par :

$$\underline{\text{Stator :}} \quad [v_s] = [R_s][i_s] + \frac{d}{dt}[\phi_s] \quad (\text{I-7})$$

$$\underline{\text{Rotor :}} \quad [v_r] = [R_r][i_r] + \frac{d}{dt}[\phi_r] = 0 \quad (\text{I-8})$$

Avec : $[v_s] = \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix}$, $[v_r] = \begin{bmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{bmatrix}$ sont respectivement les vecteurs des tensions par phase au stator et au rotor.

$[i_s] = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}$, $[i_r] = \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$ sont respectivement les vecteurs des courants au stator et au rotor.

$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}$, $[R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$ sont les matrices des résistances propres des phases statoriques et rotoriques

En régime linéaire de fonctionnement de la machine les flux au stator et au rotor sont liés au courants par :

$$\begin{bmatrix} [\phi_s] \\ [\phi_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}] \\ [M_{sr}] & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} \quad (\text{I-9})$$

Avec : $[L_s] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix}$ est la matrice des inductances statoriques.

Où : l_s : inductance propre d'une phase statorique et M_s : inductance mutuelle entre deux phases du stator.

$[L_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$ est la matrice des inductances rotoriques

Où : l_r : inductance propre d'une phase rotorique et M_r : inductance mutuelle entre deux phases du rotor.

$[M_{sr}] = [M_{rs}] = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos \theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos \theta \end{bmatrix}$ est la matrice des inductances

mutuelles entre les phases du stator et le rotor.

I-2-4-2. Cas du régime sinusoïdal :

Habituellement, le régime permanent du moteur asynchrone correspond à celui d'une alimentation statorique sinusoïdale triphasée équilibrée, lorsque la vitesse de rotation et donc le glissement sont devenus constants [3] .

Ecrivons la loi de Lenz pour la phase a on a :

$$v_{sa} = Ri_{sa} + \frac{d\phi_{sa}}{dt} \quad (I-10)$$

Sachant que : $\phi_{sa} = (l_s - M_s)i_{sa} + \frac{3}{2}M_{sr}\hat{I}_r \cos(\omega t - \phi_r)$

On obtient donc : $\phi_s = L_s \underline{I}_s + M \underline{I}_r \quad (I-11)$

Avec : $L_s = l_s - M_s$ est l'inductance cyclique statorique.

$M = \frac{3}{2}M_{sr}$ est l'inductance mutuelle cyclique entre le stator et le rotor.

L'équation de la tension électrique au stator peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{v}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega_s \phi_s \quad (I-12)$$

De même, on trouve au rotor :

$$\underline{\phi}_r = L_r \underline{I}_r + M \underline{I}_s \quad (I-13)$$

$$\underline{v}_r = R_r \underline{I}_r + jg \omega_s \underline{\phi}_r = 0 \quad (\text{I-14})$$

Avec : $L_r = l_r - M_r$ est l'inductance cyclique rotorique.

I-2-5. Modèles aux inductances couplées :

Substituons (I-11) dans (I-12), et (I-13) dans (I-14) on obtient :

$$\begin{cases} \underline{v}_s = R_s \underline{I}_s + jL_s \omega_s \underline{I}_s + jM \omega_s \underline{I}_r \\ 0 = \frac{R_r}{g} \underline{I}_r + jL_r \omega_s \underline{I}_r + jM \omega_s \underline{I}_s \end{cases} \quad (\text{I-15})$$

Ce système d'équations est traduit par le schéma équivalent par phase statorique où les inductances cycliques L_s et L_r sont couplées par la mutuelle inductance cyclique M . la figure I-2 illustre le modèle aux inductances couplées.

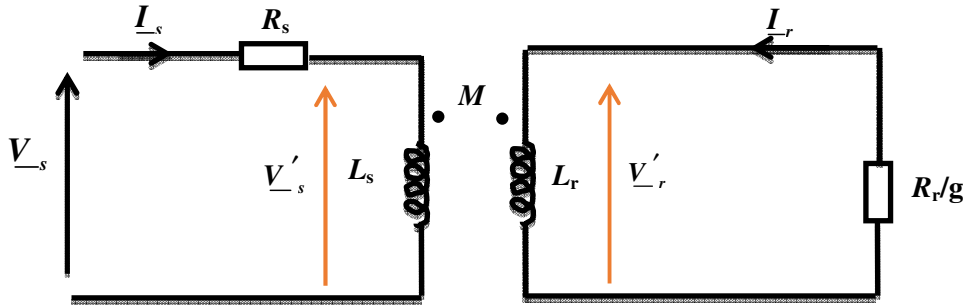


Fig. I- 2 Modèle aux inductances couplées.

Avec : \underline{v}'_s et \underline{v}'_r sont les tensions internes respectivement statorique et rotorique données par :

$$\begin{cases} \underline{v}'_s = j\omega_s \underline{\phi}_s \\ \underline{v}'_r = j\omega_s \underline{\phi}_r \end{cases} \quad (\text{I-16})$$

I-2-6. Modèle à fuites totalisées au rotor :

On introduit le courant magnétisant \underline{I}_{sm} égal à \underline{I}_{s0} (courant statorique par phase à vide). La figure I-3 illustre le modèle à fuites totalisées au rotor.

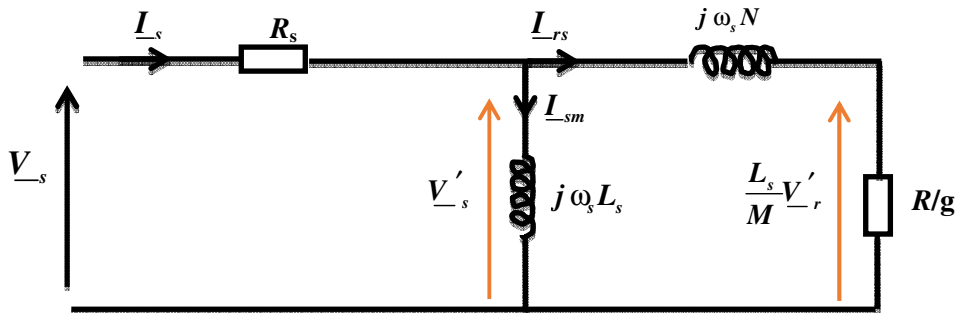


Fig. I- 3 Modèle ramené au stator et à fuites totalisées au rotor.

Avec : \underline{v}_s' et \underline{v}_r' sont les tensions internes statoriques et rotoriques.

R : représente la résistance d'une phase rotorique ramenée au stator et donnée par

$$R = R_r \left(\frac{L_s}{M} \right)^2 \quad (\text{I-17})$$

N : inductance de fuites totalisées au rotor et ramenée au stator

$$N = \sigma L_r \left(\frac{L_s}{M} \right)^2 \quad (\text{I-18})$$

Avec : σ est le coefficient de dispersion de BLONDEL donné par

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} \quad (\text{I-19})$$

Le courant rotorique ramenée au stator \underline{I}_{rs} est donné par :

$$\underline{I}_{rs} = \left(\frac{M}{L_s} \right) \underline{I}_r \quad (\text{I-20})$$

I-2-7. Expression du couple électromagnétique :

Les relations donnent le couple électromagnétique sont nombreuses et dépendent du modèle choisi.

1- Modèle à fuites totalisées au rotor (MFTR) :

Le couple est donné par :

$$C_e = 3p\omega_s \phi_s^2 \frac{R/g}{\left[(R/g)^2 + (N\omega_s)^2 \right]} \quad (\text{I-21})$$

I-2-8. Caractéristique couple-vitesse :

Une autre expression du couple électromagnétique est donnée par :

$$C_e = 3 \frac{v_s^2}{\Omega_s N \omega_s} \frac{1}{\left[(R/N\omega_s)(1/g) + (N\omega_s/R)g \right]} \quad (\text{I-22})$$

La machine asynchrone fonctionnant en moteur quand $0 < g < 1$, est donc caractérisée par un couple électromagnétique maximal C_{eM} atteint pour le glissement g_M tels que :

$$C_{eM} = \frac{3pv_s^2}{2N\omega_s^2} \quad (\text{I-23})$$

$$g_M = R/N\omega_s \quad (\text{I-24})$$

D'où l'expression du couple :

$$C_e = \frac{2C_{eM}}{(g/g_M) + (g_M/g)} \quad (I-25)$$

Deux repères apportent une aide à la construction du graphe $C_e(g)$.

1- **Faibles glissements** $g^2 \ll g_M^2 \ll 1$:

La caractéristique du couple est approchée par une droite d'expression :

$$C_e = \frac{1}{g_M} (2C_{eM} g) \quad (I-26)$$

2- **Forts glissements** $g_M^2 \ll g^2$:

La caractéristique du couple est une hyperbole d'équation :

$$C_e = \frac{1}{g} (2C_{eM} g_M) \quad (I-27)$$

La figure suivante représente la caractéristique $C_e=f(g)$

On note les particularités suivantes :

- 1- $C_e(0)=0$: Le couple est nul au synchronisme.
- 2- $C_e(1) \neq 0$: Il existe un couple non nul au démarrage.
- 3- $C_e(-g) = -C_e(g)$: Au-delà de synchronisme on trouve un couple résistant symétrique.
- 4- Il existe une valeur g_M pour laquelle $dC_e/dg=0$, le couple passe par la valeur maximale C_{eM} .

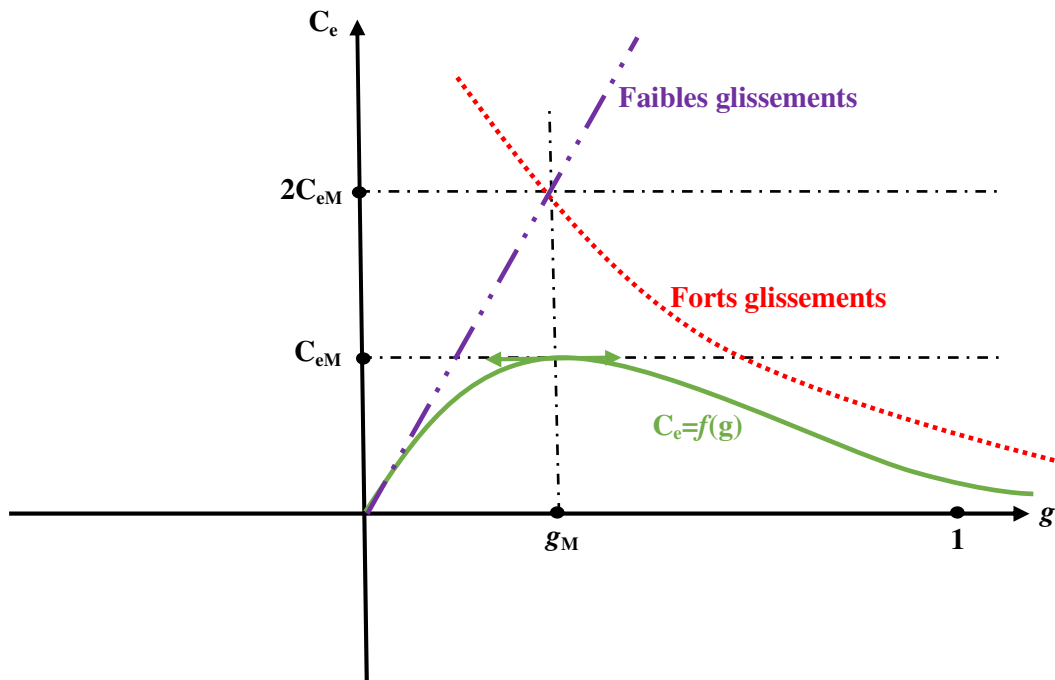


Fig. I- 4 Caractéristique $C_e=f(g)$.

En tenant compte de ces propriétés la figure I.5 illustre la caractéristique couple-vitesse.

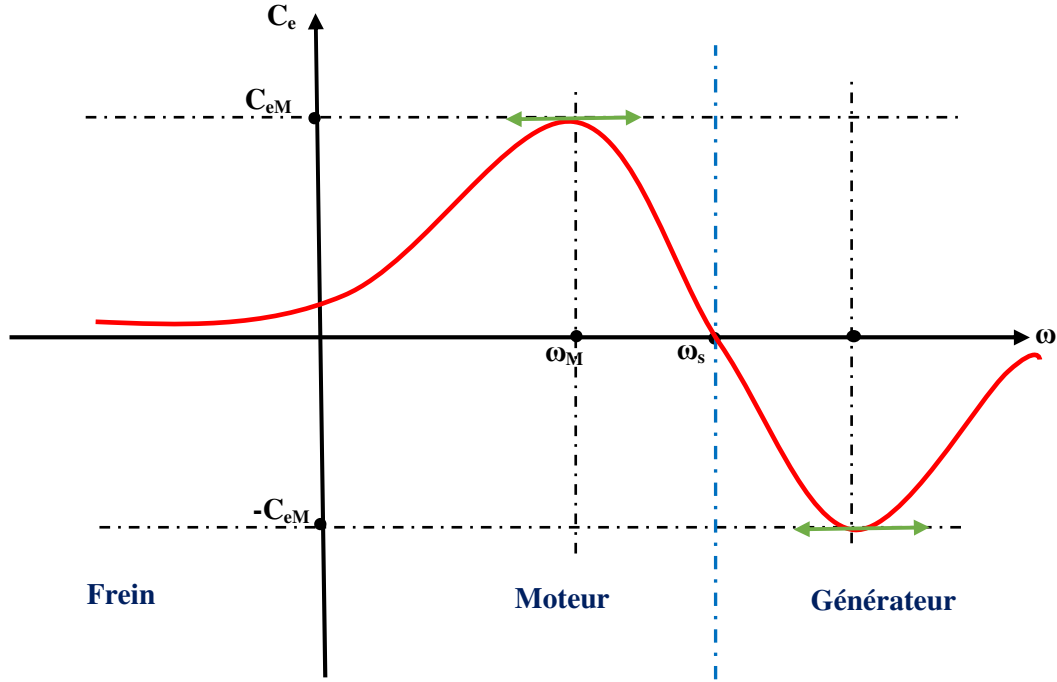


Fig. I- 5 Caractéristique couple-vitesse.

I-3. Modélisation de Park de la machine asynchrone :

I-3-1. Equations électriques triphasées :

Le système des équations de Park qui constitue un modèle électrique dynamique de la machine pour l'enroulement diphasé équivalent est donné par :

$$\begin{cases} v_0 = Ri_0 + \frac{d\phi_0}{dt} \\ v_d = Ri_d + \frac{d\phi_d}{dt} - \omega\phi_q \\ v_q = Ri_q + \frac{d\phi_q}{dt} + \omega\phi_d \end{cases} \quad (I-28)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} [\phi_{sdq0}] = [P(\theta_s)][\phi_{sabc}] \\ [\phi_{rdq0}] = [P(\theta_r)][\phi_{rabc}] \end{cases} \quad (I-29)$$

Avec : $[P(\theta_s)]$ et $[P(\theta_r)]$ Sont respectivement, les transformations de Park qui sont définies à partir de l'équation (I-30).

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (\text{I-30})$$

θ est remplacé par θ_s pour le stator et par θ_r pour le rotor.

La figure I-6 représente le repérage angulaire des systèmes d'axes (abc) , (dq)

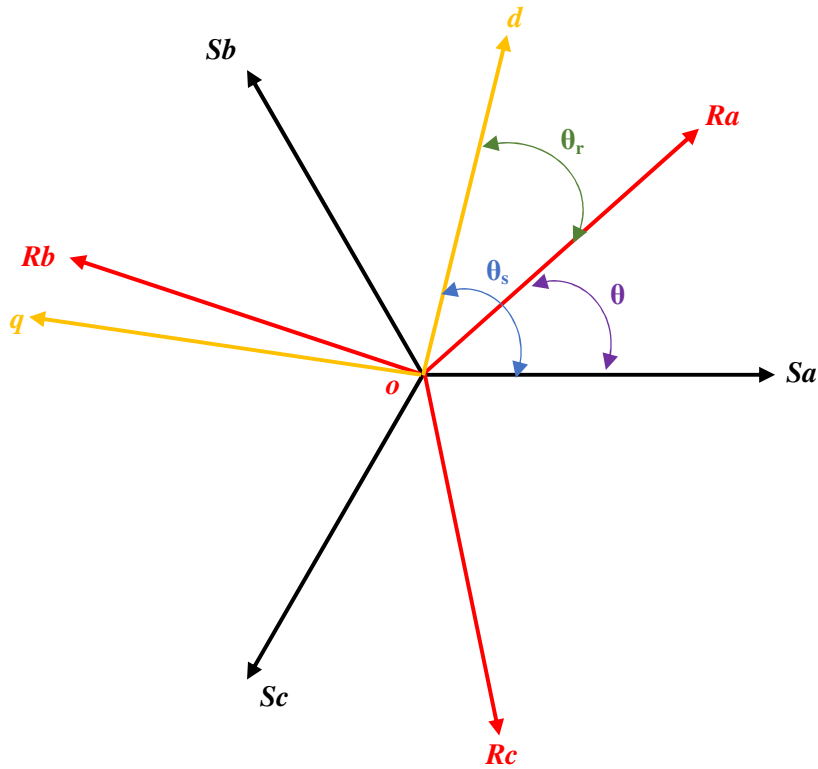


Fig. I- 6 Repérage angulaire des systèmes d'axes (abc) et (dq) dans l'espace électrique.

Un calcul long aboutit à la relation matricielle suivante entre les vecteurs flux et les courants $dq0$.

$$\begin{bmatrix} \phi_{sd} \\ \phi_{sq} \\ \phi_{s0} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \phi_{r0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s - M_s & 0 & 0 & 3M_{sr}/2 & 0 & 0 \\ 0 & l_s - M_s & 0 & 0 & 3M_{sr}/2 & 0 \\ 0 & 0 & l_s + 2M_s & 0 & 0 & 0 \\ 3M_{sr}/2 & 0 & 0 & l_r - M_r & 0 & 0 \\ 0 & 3M_{sr}/2 & 0 & 0 & l_r - M_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_r + 2M_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{s0} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \\ i_{r0} \end{bmatrix} \quad (\text{I-31})$$

Dans les conditions de fonctionnement en mode non dégradé, les flux d et q sont définis par les trois paramètres L_s , L_r , M et reliés aux courants par :

$$\begin{cases} \phi_{sd} = L_s i_{sd} + M i_{rd} \\ \phi_{sq} = L_s i_{sq} + M i_{rq} \\ \phi_{rd} = L_r i_{rd} + M i_{sd} \\ \phi_{rq} = L_r i_{rq} + M i_{sq} \end{cases} \quad (\text{I-32})$$

La figure I-7 illustre une représentation des enroulements fictifs d'axes dq d'une machine asynchrone.

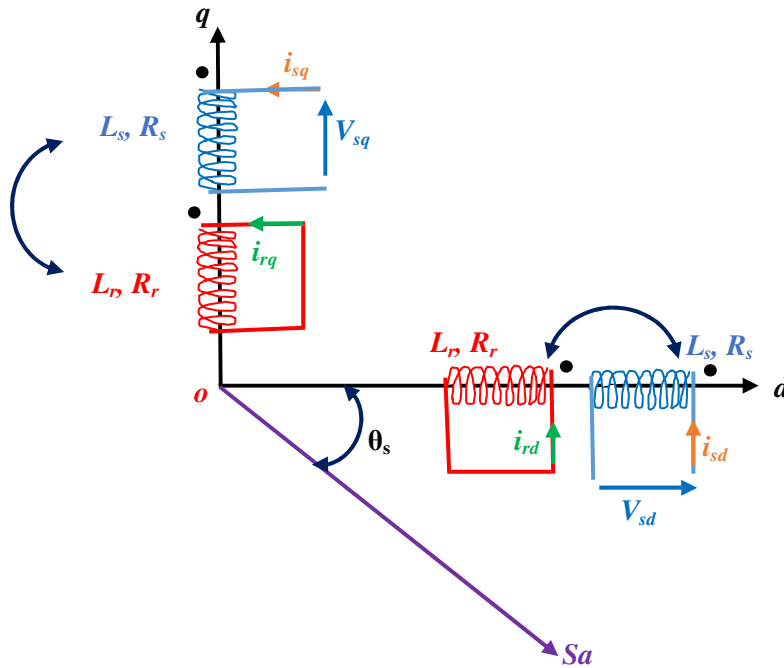


Fig. I- 7 Représentation des enroulements fictifs d'axes d et q .

I-3-2. Orientation du repère d'axes d, q :

Il existe différentes possibilités pour le choix de l'orientation du repère dq qui dépend des objectifs de l'application.

A- Etude des grandeurs statoriques :

Axes tournant à la vitesse du rotor ($\theta_r=0$)

On a :

$$\begin{cases} \omega_s = \frac{d\theta_s}{dt} = \omega \\ \omega_r = 0 \end{cases} \quad (\text{I-33})$$

B- Etude des grandeurs rotoriques :

Axes liés au stator ($\theta_s=0$)

On a donc :

$$\begin{cases} \omega_s = \frac{d\theta_s}{dt} = 0 \\ \omega_r = -\omega \end{cases} \quad (\text{I-34})$$

C- Étude de la commande :

Axes solidaires du champ tournant :

$$\omega_s = \omega_r + \omega \quad (\text{I-35})$$

La machine asynchrone triphasée est caractérisée par les quatre paramètres électriques R_s , L_s , σ et T_r .

Avec : $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$: Coefficient de dispersion de BLONDEL

$T_r = L_r / R_r$ Constante de temps rotorique

L'équation des tensions est donc:

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s (d/dt) & -L_s \omega_s & (1-\sigma)L_s (d/dt) & -(1-\sigma)L_s \omega_s \\ L_s \omega_s & R_s + L_s (d/dt) & (1-\sigma)L_s \omega_s & (1-\sigma)L_s (d/dt) \\ d/dt & -\omega_r & (1/T_r) + (d/dt) & -\omega_r \\ \omega_r & d/dt & \omega_r & (1/T_r) + (d/dt) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_{sd} \\ i'_{sq} \\ i'_{rd} \\ i'_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{I-36})$$

Avec :

$$\begin{cases} i'_{rd} = \frac{L_r}{M} i_{rd} \\ i'_{rq} = \frac{L_r}{M} i_{rq} \end{cases}$$

I-3-3. Expressions du couple :

L'expression scalaire du couple est donnée par

$$C_e = p (\phi_{sd} i_{sq} - \phi_{sq} i_{sd}) \quad (\text{I-37})$$

Diverses manipulations de l'équation fondamentale conduisent à l'établissement d'autres expressions du couple, on trouve :

$$\begin{cases} C_e = p (\phi_{rq} i_{rd} - \phi_{rd} i_{rq}) \\ C_e = pM (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq}) \\ C_e = p (M / L_s) (\phi_{sq} i_{rd} - \phi_{sd} i_{rq}) \\ C_e = p (M / L_r) (\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) \end{cases} \quad (\text{I-38})$$