

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Université de Jijel Mohamed Seddik Benyahya**  
**Faculté des Sciences et de la Technologie**  
**Département de Génie Mécanique**

**Module : Transfert de chaleur 2**

**Niveau : Licence Energétique**

**Année universitaire : 2019-2020**

**Chapitre II : Rayonnement thermique**

## Chapitre II: Rayonnement thermique

### II.1. Introduction :

Le transfert thermique par rayonnement repose sur le transfert de chaleur à l'aide des ondes électromagnétiques. Il suppose l'existence d'un émetteur de rayonnement, d'un espace dans lequel le rayonnement se propage et d'un récepteur. Il est lié fortement au niveau de la température des corps en présence. Il est très intense quand les températures dépassent la centaine des degrés Celsius.

### II.2. Rayonnement électromagnétique :

La matière émet des ondes électromagnétiques sous l'effet des diverses excitations. Ces échanges peuvent avoir lieu lorsque les corps sont séparés par le vide ou par n'importe quel milieu intermédiaire suffisamment transparent pour les ondes électromagnétiques.

La figure suivante représente le spectre des ondes électromagnétiques :

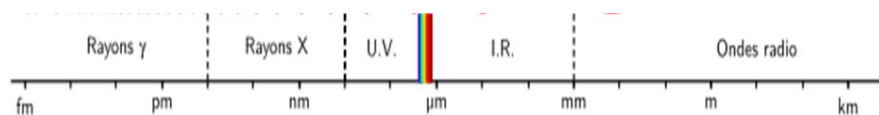


Fig.1. Domaines du spectre électromagnétique

Nom	Longueur d'onde
Rayon gamma $\gamma$	$< 10 \text{ pm}$
Rayon X	$10 \text{ pm} - 10 \text{ nm}$
Ultraviolet	$10 \text{ nm} - 390 \text{ nm}$
Visible	$390 \text{ nm} - 750 \text{ nm}$
Infrarouge	$750 \text{ nm} - 0,1 \text{ mm}$
Micro-ondes	$1 \text{ mm} - 1 \text{ m}$
Ondes radio	$1 \text{ m} - 100\,000 \text{ km}$

### II.3. Rayonnement thermique :

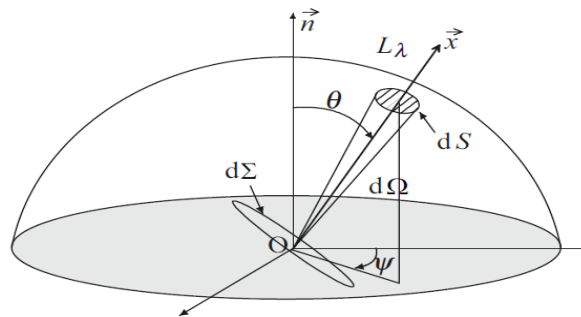
On s'intéresse uniquement au rayonnement thermique. Ce dernier occupe une très faible portion du spectre des ondes électromagnétiques située dans un intervalle de longueur d'onde allant de 0.01 à 100  $\mu\text{m}$  à l'intérieur d'une bande comprise entre 0.4 et 0.8  $\mu\text{m}$ .

## II.4. Les notions géométriques essentielles :

Un élément de la surface d'un corps radiant peut être considéré comme un plan si ses dimensions sont petites. Dans ces conditions, le flux rayonné par cet élément est hémisphérique c-à-d il couvre l'ensemble des directions de l'espace hémisphérique qui entourent cet élément de surface.

### II.4.1. Notion d'angle solide :

L'étude du rayonnement thermique nécessite l'utilisation d'outils géométriques spécifiques. En particulier, la quantité de chaleur sera transportée par les photons dans un cône entourant une direction d'émission. Nous appelons ce cône l'angle solide. Considérons un élément de surface  $d\Sigma$  qui émet un rayonnement thermique dans tout l'espace qui l'englobe. Nous appelons  $(x)$  la direction d'émission. Nous construisons l'angle solide  $d\Omega$  qui entoure la direction d'émission et qui coupe l'hémisphère de rayon  $r$  en formant la surface  $dS$ .



**Fig.2. Rayonnement hémisphérique**

Nous savons alors que dans le système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \psi)$  :

$$dS = r^2 \sin \theta d\theta d\psi$$

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\psi$$

Avec:

$d\Omega$ : angle solide en stéradian ;  $dS$  : surface ;  $r$  : rayon de l'hémisphère.

## II.5. Grandeurs physiques :

On définit les différentes grandeurs physiques selon que l'on considère le matériau en tant qu'émetteur ou récepteur.

### II.5.1. Grandeurs liées à l'émission

- **Luminance :**

La luminance est le flux de chaleur émis par un corps par unité de surface de ce corps perpendiculaire à la direction d'émission et par unité d'angle solide :

$$L(\lambda, \theta, \psi) = \frac{d^2\phi}{d\Sigma \cos \theta d\Omega}$$

La luminance est définie à la longueur d'onde  $\lambda$ .

La quantité  $d\Sigma \cos \theta$  représente la projection de la surface émettrice dans la direction perpendiculaire à la direction d'émission.

$$L(\lambda, \theta, \psi) = \frac{d^2\phi}{d\Sigma \cos \theta \sin \theta d\theta d\psi}$$

- **L'émittance :**

L'émittance est le flux émis par unité de surface émettrice.

$$M(\lambda, \theta, \psi) = \frac{d\phi}{d\Sigma}$$

La relation entre la luminance et l'émittance est :

$$M(\lambda, \theta, \psi) = L(\lambda, \theta, \psi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\psi$$

- **L'émittance hémisphérique totale :**

$$M = \pi L$$

### II.5.2. Grandeurs liées au récepteur :

- **Eclairement :**

Il désigne le flux incident reçu par unité de surface de récepteur perpendiculairement à la direction d'incidence :

$$E(\lambda, \theta, \psi) = \frac{d\phi}{d\Sigma \cos \theta}$$

$$E(\lambda, \theta, \psi) = L(\lambda, \theta, \psi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\psi$$

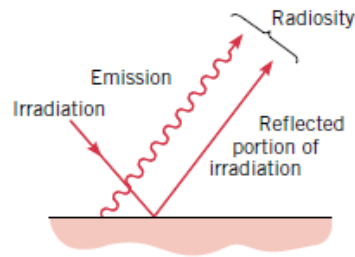
$L$  : luminance ;  $\phi$  : flux.

- **Eclairement hémisphérique totale :**

$$E = \pi L$$

- **Radiosité :**

La radiosité est la somme de l'émittance et de la fraction d'éclairement réfléchi :



$$J(\lambda, \theta, \psi) = M(\lambda, \theta, \psi) + \rho E(\lambda, \theta, \psi)$$

- Radiosité hémisphérique totale :

$$J = M + \rho E$$

## II.6.Principe de chauffage par rayonnement :

Lorsqu'un rayonnement atteint la surface d'un corps, une fraction de la puissance totale incidente est réfléchiée, une autre fraction est absorbée et une troisième fraction peut être transmise.

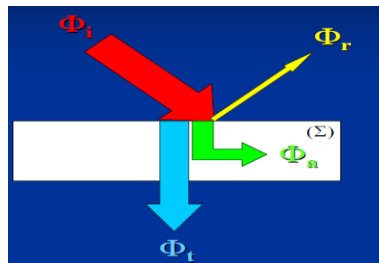


Fig.3. Réception du rayonnement par un corps

On désigne par :

$\Phi_i$  : flux incident sur une surface  $\Sigma$  ;  $\Phi_r$  : flux réfléchi ;  $\Phi_a$  : flux absorbé ;  $\Phi_t$  : flux transmis.

On a : Absorptivité :  $\alpha = \frac{\phi_a}{\phi_i}$  ; Réflectivité :  $\rho = \frac{\phi_r}{\phi_i}$  ; Transmittivité :  $\tau = \frac{\phi_t}{\phi_i}$  ;

Avec :  $\alpha + \rho + \tau = 1$ .

## II.7. Corps noir :

### II.7.1. Définition :

Le rayonnement émet par un corps dépend de sa nature. L'émetteur idéal est le corps qui pour une température donnée émet le maximum d'énergie. Ce corps s'appelle corps noir. Il est défini également comme celui dont son pouvoir d'absorption est maximal. Il absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit, c'est le corps de référence.

### II.7.2. Loi de Planck :

Planck a établi une relation liant l'émittance monochromatique  $M^\circ$  du corps noir à la longueur d'onde  $\lambda$ , et à sa température absolue  $T$ .

$$M_{\lambda}^{\circ} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\text{Exp} \left( \frac{C_2}{\lambda T} \right) - 1}$$

$M_{\lambda}^0$  : émittance du corps noir pour une longueur d'onde donnée,  $C_1$  et  $C_2$  des constantes physiques.

T	$\lambda$	$C_1 = 2\pi h C_0^2$	$C_2 = h C_0 / k$	$M_{\lambda}^0$
K	m	$3,741 \cdot 10^{-16} \text{ W.m}^2$	$0,014388 \text{ m.K}$	$\text{W/m}^3$

$h$  : constante de Planck :  $6,6255 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$k$  : constante de Boltzmann :  $1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/k}$

$C_0$  :  $2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

### II.7.3. Lois de Wien :

Deux lois fournissent respectivement  $\lambda_{\max}$  et le maximum d'émittance monochromatique du corps noir pour chaque température.

- 1<sup>ère</sup> loi : exprime la valeur de  $\lambda_{\max}$  en fonction de la température :  $\lambda_{\max} \cdot T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$
- 2<sup>ème</sup> loi : exprime l'émittance maximale en fonction de la température :  $M_{\lambda_{\max}}^0 = \beta T^5$

T	$\lambda$	$\beta$	$M_{\lambda_{\max}}^0$
K	m	$1,287 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^3 \cdot \text{K}^5$	$\text{W/m}^3$
K	$\mu\text{m}$	$1,287 \cdot 10^{-11} \text{ W/m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{K}^5$	$\text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$

### II.7.4. Loi de Stefan Boltzmann :

Celle loi fourni l'émittance totale du rayonnement du corps noir en fonction de sa température absolue. Elle est exprimé par :

$$M^0 = \sigma_s \cdot T^4$$

$\sigma_s$  : Constante de Steffan-Boltzmann

$$\sigma_s = \frac{2 \cdot \pi^5}{15} \cdot \frac{k^4}{C_0^2 \cdot h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

## II.8. Rayonnement des corps réels :

### II.8.1. Emissivité des corps réels :

L'émissivité des corps réels est plus faible que celle des corps noirs qui est maximum pour la même température de surface. Pour caractériser cette émissivité, on définit le coefficient d'émission :

$$\varepsilon = \frac{L(T)}{L^0(T)}$$

$L$  : luminance du corps réels.

$L^0$  : luminance du corps noir à la même température.

Quand l'émissivité monochromatique d'un corps est la même quel que soit la longueur d'onde considérée, on dit que ce corps est gris :  $\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon \forall \lambda$

$\lambda$  : Longueur d'onde.

### II.8.2. Absorption, réflexion et transmission des corps réels

#### ➤ Absorptivité

L'absorptivité est le rapport entre le flux absorbé et l'éclairement :

$$\alpha(\lambda, \theta, \psi) = \frac{E_a(\lambda, \theta, \psi)}{E(\lambda, \theta, \psi)}$$

L'absorptivité totale hémisphérique est :

$$\alpha = \frac{E_a}{E}$$

#### ➤ Réflectivité

La réflectivité est le rapport entre le flux réfléchi et l'éclairement :

$$\rho(\lambda, \theta, \psi) = \frac{E_r(\lambda, \theta, \psi)}{E(\lambda, \theta, \psi)}$$

La réflectivité totale hémisphérique est:

$$\rho = \frac{E_r}{E}$$

#### ➤ Transmissivité

La transmissivité est le rapport entre le flux transmis et l'éclairement :

$$\tau(\lambda, \theta, \psi) = \frac{E_t(\lambda, \theta, \psi)}{E(\lambda, \theta, \psi)}$$

La transmissivité totale hémisphérique est :

$$\tau = \frac{E_t}{E}$$

### II.8.3. La loi de Kirchhoff

Pour tout corps, l'émissivité est égale à l'absorptivité:  $\alpha = \varepsilon$

Si on considère l'aspect spectral, la relation précédente reste valable et il suffit pour cela que le rayonnement du corps soit isotrope. On a :  $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$

Si on considère en plus l'aspect directionnel, l'égalité est toujours valable :  $\alpha(\lambda, \theta, \psi) = \varepsilon(\lambda, \theta, \psi)$

### II.8.4. Caractérisation de l'interaction du rayonnement avec les milieux matériels :

#### a. Milieu semi transparent ou semi absorbant :

Un milieu qui ne transmet pas de puissance sur la longueur d'onde ( $\lambda$ ) est un milieu opaque à cette longueur d'onde. Sa transmittivité est nulle sur tout le spectre :  $\forall \lambda, \tau_\lambda = 0, \alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$ .

Un milieu dans lequel le flux électromagnétique n'est pas absorbé ni réfléchi  $\forall \lambda$  est un milieu transparent.  $\forall \lambda, \tau_\lambda = 1$

Les milieux semi transparent ne laisse passer qu'une partie du rayonnement incident. Lorsqu'un milieu absorbe tout le flux radiatif  $\forall \lambda$  de celui-ci, c'est un corps noir :  $\forall \lambda, \alpha_\lambda = 1$

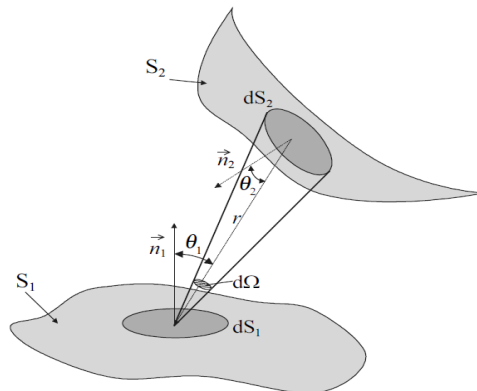
Le tableau suivant regroupe les définitions des différents milieux ou corps :

Corps noir	$\forall \lambda, \alpha_\lambda = 1$
Corps opaque	$\forall \lambda, \tau_\lambda = 0$
Corps transparent	$\forall \lambda, \tau_\lambda = 1$
Corps brillant	$\forall \lambda, \rho_\lambda \rightarrow 1$
Réflecteur parfait	$\forall \lambda, \rho_\lambda = 1$
Corps gris	$\forall \lambda, \varepsilon_\lambda = \varepsilon$

### II.8.5. Rayonnement entre surface :

#### a) Facteur de forme :

Considérons deux surfaces grises possédants des températures différentes et positionnées dans l'espace. Le facteur de forme **F12** est la part de flux rayonné par (1) qui va être intercepté par (2). De la même façon, le facteur de forme **F21** est la part de flux rayonné par (2) qui va être intercepté par (1).



**Fig.4. Transfert de chaleur par rayonnement entre deux surfaces**

On cherche une expression de **F12** en partant de la relation liant le flux émis à la luminance :

$$d\phi_{1 \rightarrow 2} = L_1 dS_1 \cos \theta_1 d\Omega_{21}$$

$$d\Omega_{21} = \frac{dS_2 \cos \theta_2}{r^2}$$

$$d\phi_{1 \rightarrow 2} = L_1 \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{r^2}$$

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = L_1 \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r^2} dS_1 dS_2$$

$$J_1 = M_1 + \rho E_1$$

**La loi de Lambert** lie la radiosité avec la luminance :

$$J_1 = \pi L_1$$

Après le remplacement de la luminance par son expression en fonction de la radiosité, on trouve l'expression suivante du flux thermique émis par 1 et reçu par 2 :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = J_1 S_1 F_{12}$$

Le facteur de forme  $F_{12}$  est :

$$F_{12} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dS_1 dS_2$$

### b) Relation de réciprocité

Le flux émis par 2 et reçu par 1 est défini par:

$$d\phi_{2 \rightarrow 1} = L_2 dS_2 \cos \theta_2 d\Omega_{21}$$

$$\phi_{2 \rightarrow 1} = J_2 S_2 F_{21}$$

On trouve alors que le facteur de forme  $F_{21}$  est :

$$F_{21} = \frac{1}{S_2} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dS_1 dS_2$$

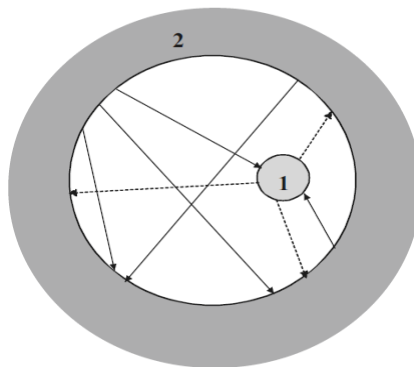
La comparaison des deux relations du facteur de forme donne la relation de réciprocité suivante:

$$F_{12} S_1 = F_{21} S_2$$

### c) Exemples d'évaluations de facteur de forme

#### • Courbure de surface

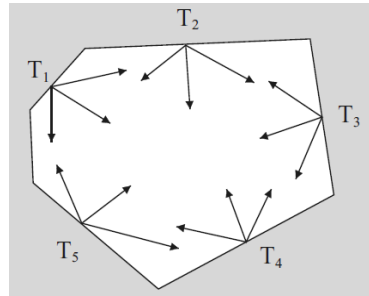
Considérons l'exemple de la figure suivante où un cylindre 1 (ou une sphère) est placé à l'intérieur d'un autre cylindre 2 (ou d'une autre sphère). La surface 2 étant concave, une partie du flux émis par 2 est aussi incident à 2 et donc  $F_{22} \neq 0$ . Par contre la convexité de 1 fait que le flux émis par 1 n'est jamais intercepté par 1 ( $F_{11} = 0$ ) mais que tout le flux est intercepté par 2 ( $F_{12} = 1$ ). En utilisant finalement la relation de réciprocité, on trouve le facteur de forme :  $F_{21} = S_1/S_2$ .



**Fig.5. Flux rayonnés entre deux cylindres ou deux sphères, l'un est placé à l'intérieur de l'autre.**

- Cas particulier de la cavité

Imaginons que  $N$  surfaces grises forment une cavité telle que celle représentée sur la figure suivante. Les surfaces sont toutes à des températures différentes et on suppose que la cavité est isolée de l'extérieur.



**Fig.6. Flux rayonnés par différentes surfaces formant une cavité**

Le flux émis par la surface  $j$  est vu en totalité par l'ensemble de toutes les autres surfaces. Dans une cavité, on obtient :

$$\sum_{i=1}^N F_{ji} = 1, \quad \forall j \in (1, \dots, N)$$

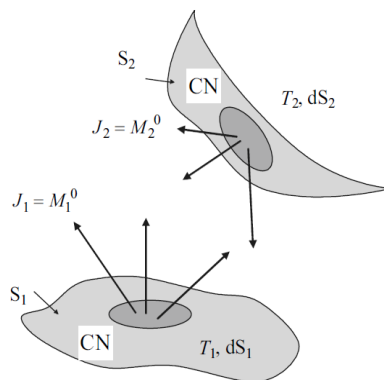
## II.9. Échanges radiatifs entre deux corps noirs:

Les deux surfaces se comportent comme des corps noirs. Dans ce cas l'absorptivité égale à 1. Le flux réfléchi est nul. On obtient :  $J = M^0$

$M^0$  : émittance du corps noir.

Le flux total hémisphérique partant de 1 et arrivant sur 2 est :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = M_1^0 S_1 F_{12}$$



**Fig.7. Échange de chaleur par rayonnement entre 2 corps noirs**

De même, le flux total hémisphérique partant de 2 et arrivant sur 1 est :

$$\phi_{2 \rightarrow 1} = M_2^0 S_2 F_{21}$$

Le flux net échangé entre les deux corps est donc :

$$\phi_{12} = \phi_{1 \rightarrow 2} - \phi_{2 \rightarrow 1}$$

$$\phi_{12} = M_1^0 S_1 F_{12} - M_2^0 S_2 F_{21}$$

$$\phi_{12} = S_1 F_{12} (M_1^0 - M_2^0)$$

Nous avons montré que l'émittance totale hémisphérique d'un corps noir est liée à sa température à partir de la relation de Stefan - Boltzmann :

$$M^0 = \sigma_s T^4$$

Le flux net échangé entre deux corps noirs 1 et 2 de surface respective  $S_1$  et  $S_2$  et de température respective  $T_1$  et  $T_2$  est :

$$\phi_{12} = S_1 F_{12} \sigma_s (T_1^4 - T_2^4)$$

## II.10. Émission spectrale du corps noir

On recherche souvent à calculer le flux émis dans une bande spectrale bien définie et non sur la totalité du spectre. Nous cherchons donc à calculer :

$$\int_0^\lambda M_\lambda^0 d\lambda$$

Nous définissons pour cela la fonction :

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{\int_0^\lambda M_\lambda^0 d\lambda}{\sigma_s T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{M_\lambda^0}{\sigma_s T^5} d(\lambda T)$$

Cette quantité représente la fraction de flux émis dans la bande spectrale  $(0 \rightarrow \lambda)$  par rapport à l'émittance totale. Malheureusement, ce calcul ne conduit pas à une expression analytique, on doit recourir à des outils numériques d'intégration. La fonction  $F_{0 \rightarrow \lambda}$  est présentée par un tableau ou bien graphiquement.

Si on cherche à calculer le flux émis dans une bande  $(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2)$ , on utilise la relation:

$$F_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} = F_{0 \rightarrow \lambda_2} - F_{0 \rightarrow \lambda_1}$$

## II.11. Utilisation de l'analogie électrique

L'analogie électrique a été utilisée pour la résolution du problème de conduction. Dans ce cas, la résistance lie le flux avec la différence de température. Nous allons définir dans le cas de rayonnement une résistance liant le flux net échangés entre deux surfaces noires 1 et 2 avec la différence entre l'émittance des deux surfaces. La valeur de la résistance est donc donnée par la

relation : 
$$\phi_{12} = \frac{M_1^0 - M_2^0}{\frac{1}{F_{12} S_1}}$$

On obtient ainsi un schéma électrique équivalent tel que celui représenté sur la figure suivante :

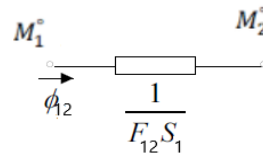


Fig.8. Analogie électrique entre deux surfaces noires

### II.12.Expression du flux net échangé entre corps gris dans une cavité:

Considérons une cavité formée de  $N$  surfaces diffuses, opaques et grises comme est représenté sur la figure suivante :

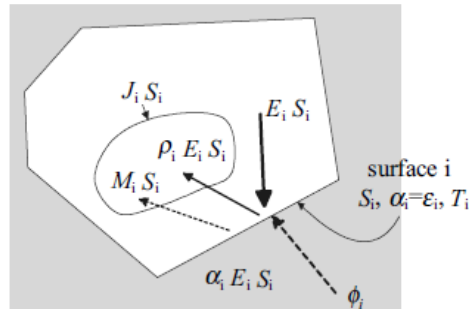


Fig.9. Bilan des flux à la surface grise d'une cavité

Le flux net à la surface  $i$  dans ce cas est :

$$\phi_i = \frac{M_i^0 - J_i}{(1 - \alpha_i)/\alpha_i S_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(F_{ij} S_i)^{-1}}$$