Chapitre IV : Dynamique des Fluides Incompressibles réels

1- Introduction :

Dans le chapitre précédent nous avons supposé que le fluide était parfait pour appliquer l'équation de conservation de l'énergie. L'écoulement d'un **fluide réel** est plus complexe que celui d'un fluide idéal. En effet, il existe des forces de frottement, dues à la viscosité du fluide, qui s'exercent entre les particules de fluide et les parois, ainsi qu'entre les particules elles-mêmes. Pour résoudre un problème d'écoulement d'un fluide réel, on fait appel à des résultats expérimentaux, en particulier ceux de l'ingénieur et physicien britannique **Osborne Reynolds**.

Une méthode simplifiée de calcul des pertes de charge basée sur ces résultats expérimentaux est proposée. Elle est indispensable pour le dimensionnement des diverses installations hydrauliques (de pompage, de turbines, de machines hydrauliques et thermiques dans lesquelles est véhiculé un fluide réel…etc.)

2- Fluide réel :

Un fluide est dit réel si, pendant son mouvement, les forces de contact ne sont pas perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquelles elles s'exercent (elles possèdent donc des composantes tangentielles qui s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres). Cette résistance est caractérisée par la viscosité.

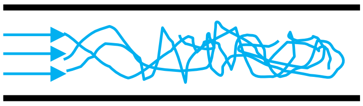
3- Régimes d'écoulement (nombre de Reynolds) :

Les expériences réalisées par **Reynolds** en1883 lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : régime laminaire et régime turbulent :

Un écoulement laminaire : est caractérisé par une seule direction (composante) de vitesse (vecteurs vitesse parallèles). Les filets de fluides sont des lignes régulières, sensiblement parallèles entre elles.

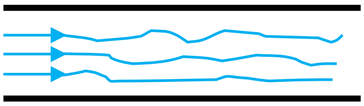
Ecoulement laminaire

Un écoulement turbulent : est caractérisé par des tourbillons dans le fluide. Les filets fluides s'enchevêtrent, s'enroulent sur eux-mêmes.



Ecoulement turbulent

Le passage du régime laminaire au régime turbulent est dit régime d'écoulement transitoire ou intermédiaire.



Ecoulement transitoire

Nombre de Reynolds : C'est un nombre sans dimension, il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses (forces de frottement), il est donné par la relation suivante :

$$R_e = \frac{\text{v.D}}{\upsilon} = \frac{\rho.\text{v.D}}{\mu}$$

R_e : Nombre de Rynolds.

ρ : masse volumique $[kg/m^3]$

v: vitesse de l'écoulement $[m/s]$

D: diamètre $[m]$

μ: viscosité dynamique $[Pa.s]$

υ: Viscosité cinématique $[m^2/s]$

Résultats empiriques à titre indicatif :

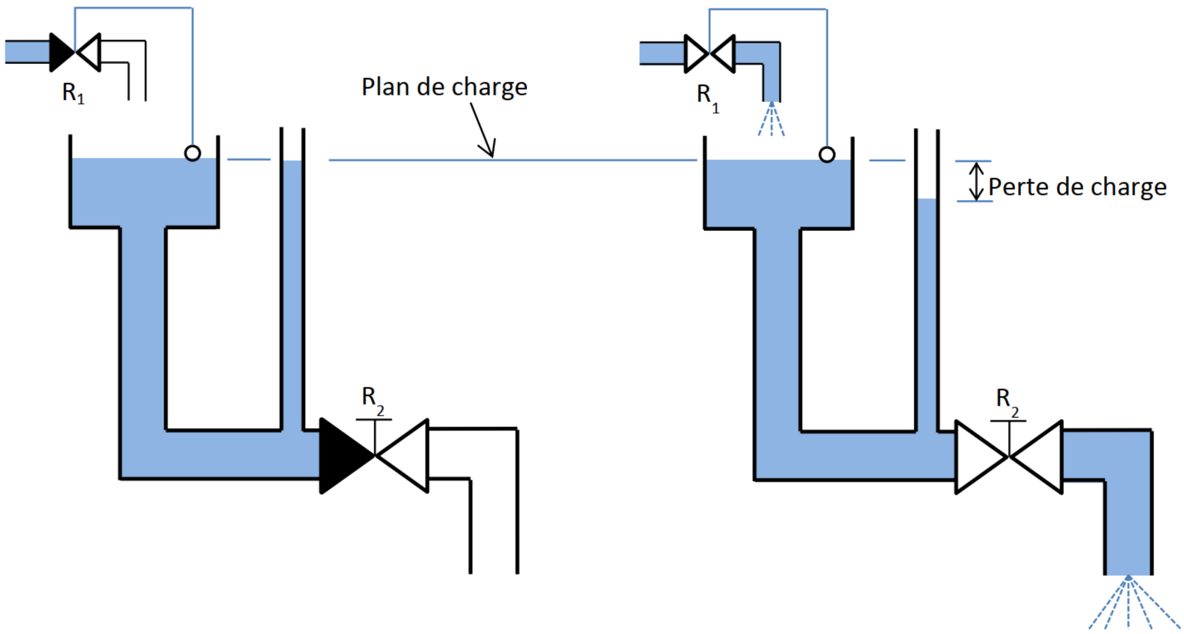
- Si $\mathbf{R_e < 2000}$ l'écoulement est **laminaire**
- Si $\mathbf{2000 < R_e < 100000}$ l'écoulement est **turbulent lisse**.
- Si $\mathbf{R_e > 100000}$ l'écoulement est **turbulent rugueux**

4- Perte de charge :

4.1. Définition

En mécanique des fluides, la perte de charge correspond à la dissipation, par frottements, de l'énergie mécanique d'un fluide en mouvement. Selon l'état de surface intérieur d'une canalisation et la géométrie d'un circuit hydraulique (changement de section, changement de direction,…) nous pourrons constater des frottements plus ou moins importants exercés par le fluide sur les parois. Cela va se traduire par des pertes de charge plus ou moins importantes.

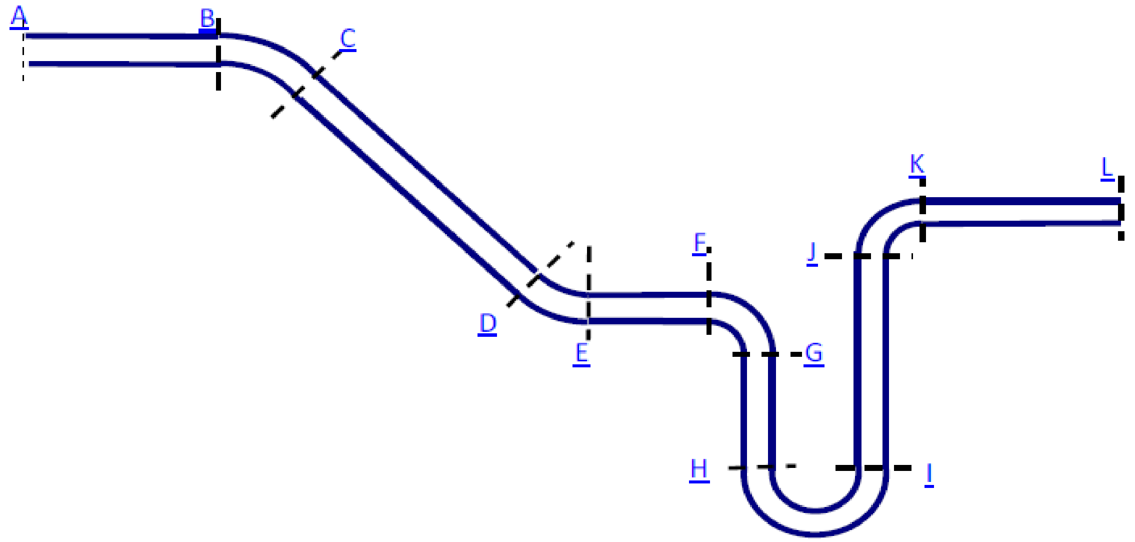
4.2. Expérience :



Robinets fermés	Niveaux d'eau identiques entre le réservoir et le tube.
	La ligne d'eau dans la partie supérieure du réservoir détermine le plan de charge.
Robinets ouverts	Le niveau d'eau dans le tube est maintenant inférieur au plan de charge.
	la différence de niveau entre le réservoir et le tube matérialise la perte de charge.

- Une chute de pression est le résultat d'une somme de résistances opposées au passage du fluide.
- Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie dues aux frottements :
  - ✓ Sur les parois de la canalisation : pertes de charge linéaires,
  - ✓ Sur les accidents de parcours : pertes de charge singulières.

Par exemple, dans le circuit représenté dans la figure ci-dessous, les tronçons BC, DE, FG, Hl et JK sont des coudes de différents angles, donc elles présentent des pertes de charge singulières. Les tronçons AB, CD, EF, GH, IJ et KL sont des conduites rectilignes, donc elles présentent des pertes de charge linéaires.



Les pertes de charge sont fonction des principales grandeurs caractéristiques suivantes :

Fluide		**Mouvement**		**Canalisation**		
Masse volumique	Viscosité dynamique	vitesse	débit	dimensions	rugosité	Accident de parcours
ρ	**μ**	**v**	**Qv**	**D, L**	**ε**	

Notion de Rugosité des Conduites :

La **rugosité absolue** représente l'épaisseur moyenne des aspérités de surface du matériau composant la conduite. On la notée, et on l'exprime le plus souvent en millimètres.

Pour une conduite d'un diamètre *D* donné, on appelle **rugosité relative** le rapport **ε** */D*.

Les pertes de charges :

Elles dépendent de :

- La viscosité du fluide.
- La nature de l'écoulement.
- La géométrie de la conduite.

Les pertes de charge sont à l'origine :

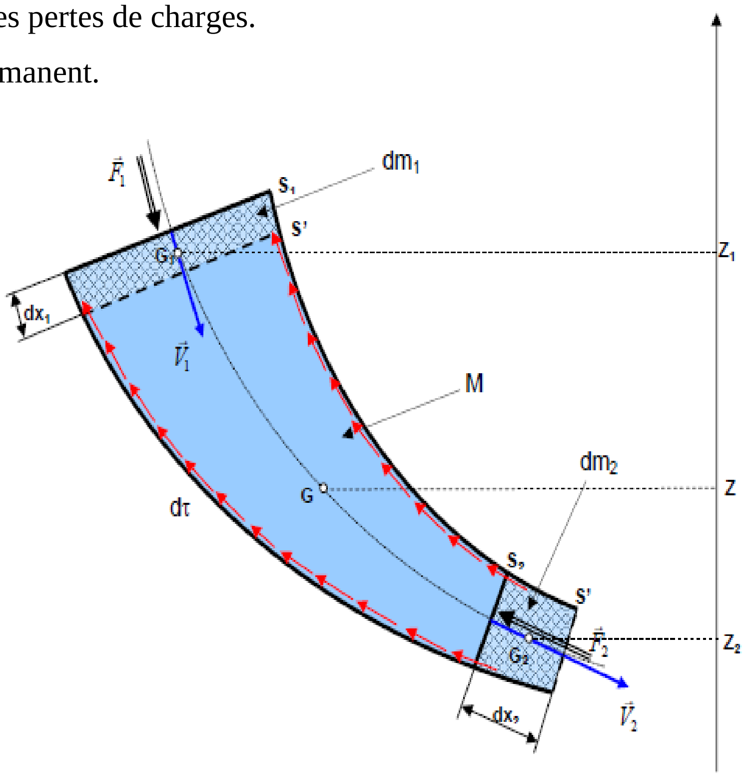
- Des frottements entre les différentes couches de liquide et des frottements entre le liquide et la paroi interne de la conduite le long de l'écoulement : ce sont les pertes de charge régulières linéaire.
- De la résistance à l'écoulement provoquée par les accidents de parcours (vannes, coudes, etc…) ; ce sont les pertes des charge singulières ou locales.

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite, tel qu'entre les points (1) et (2) il n'y ait pas de machine hydraulique.

Reprenons le schéma de la veine fluide du paragraphe 4 du chapitre 3 avec les mêmes notations et les hypothèses suivantes :

✓ Le fluide est réel et incompressible : cela suppose l'existence de forces élémentaire de frottement visqueux dτ qui contribue dans l'équation de bilan par un travail négatif et donner naissance à des pertes de charges.

✓ L'écoulement est permanent.



On considère un axe $\vec{Z}$ vertical dirigé vers le haut. On désigne par Z_1, Z_2 et Z respectivement les altitudes des centres de gravité des masses dm_1, dm_2 et M.

On désigne par F_1 et F_2 respectivement les normes des forces de pression du fluide agissant au niveau des sections S_1 et S_2.

A l'instant t le fluide de masse (dm_1+ M) est compris entre S_1 et S_2. Son énergie mécanique est : $E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} = (dm_1.g.Z_1 + M.g.Z) + \frac{1}{2}dm_1.V_1^2 + \int_{S'_1}^{S_2}\frac{dm.V^2}{2}$

A l'instant t' = (t + dt) le fluide de masse (M+dm_2) est compris entre S'_1 et S'_2. Son énergie mécanique est : $E'_{mec} = E'_{pot} + E'_{cin} = (M.g.Z + dm_2.g.Z_2) + \int_{S'_1}^{S_2}\frac{dm.V^2}{2} + \frac{1}{2}dm_2.V_2^2$

On applique le théorème de l'énergie mécanique au fluide entre t et t' :

« La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures». On prendra en considération cette fois ci le travail des forces de frottement visqueux dτ.

$$E'_{mec} - E_{mec} = W_{forces\ de\ pression} + \sum W_{d\tau} = F dx_1 - F dx_2 + \sum W_{d\tau}$$

$$\Leftrightarrow\ E'_{mec} - E_{mec} = P_1.S_1.dx_1 - P_2.S_2.dx_2 + \sum W_{d\tau} = P_1.dV_1 - P_2.dV_2 + \sum W_{d\tau}$$

En simplifiant on obtient :

$$dm_2.g.Z_2 + \frac{1}{2}dm_2.V_2^2 - dm_1.g.Z_1 - \frac{1}{2}dm_1.V_1^2 = \frac{P_1}{\rho_1}dm_1 - \frac{P_2}{\rho_2}dm_2 + \sum W_{d\tau}$$

Par conservation de la masse : $dm_1 = dm_2 = dm$ et puisque le fluide est incompressible : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$. Ont aboutie à l'équation de Bernoulli :

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = \frac{\sum W_{d\tau}}{dm}$$

On défini la perte de charge entre les points (1) et (2) par $J_{12} = \frac{\sum W_{d\tau}}{dm}$ qui est la perte d'énergie par frottement visqueux par unité de masse qui passe.

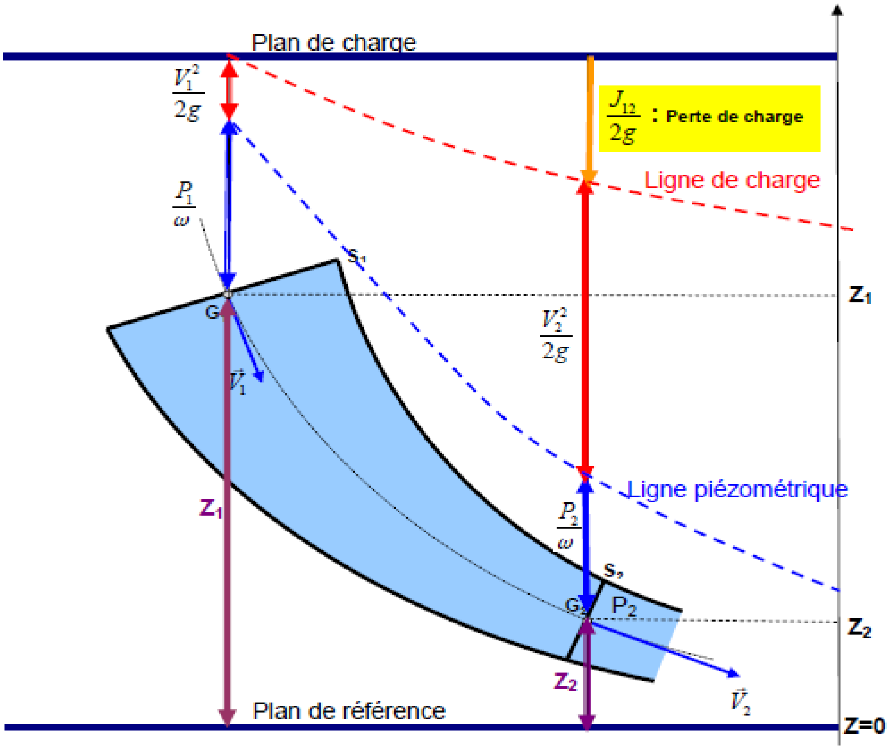
$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = J_{12} \qquad (1)$$

L'unité de chaque terme de la relation (1) est le joule par kilogramme (J/kg)

En divisant par g la relation (1) devient homogène à des longueurs en mètre :

$$\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\omega} + Z_2 = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\omega} + Z_1 + \frac{J_{12}}{g}$$

Elle peut être interprétée graphiquement de la manière suivante :



Portons sur la verticale, à partir du centre de gravité G_1 de la section S_1 une distance égale à $\frac{P_1}{\omega}$. Le lieu de toutes les extrémités de ces segments s'appelle **ligne piézométrique**.

Portons sur la verticale au-dessus de la ligne piézométrique la quantité $\frac{V_1^2}{2g}$. Le lieu de toutes les extrémités de ces segments représente **la ligne de charge**.

En l'absence de pertes de charge, la ligne de charge est confondue avec le plan de charge. Ce plan de charge donne une représentation graphique de la constance tirée de l'équation de Bernoulli pour un fluide parfait. La perte de charge totale exprimée en hauteur de liquide depuis le début de l'écoulement, est égale à la distance entre la ligne de charge et le plan de charge, mesurée sur la verticale passant par le point G_1. La perte de charge entre deux points G_1 et G_2 de l'écoulement est donnée par la différence de cote de la ligne de charge sur les verticales passant par les points précédents.

La perte de charge J_{12} peut être due à une perte de charge linéaire et une perte de charge singulière : $J_{12} = J_s + J_L$

4.2 Pertes de charge singulières :

Quand la conduite subit de brusque variation de section ou de direction, il se produit des pertes de charges dites singulières, elles sont généralement mesurables et font partie des caractéristiques de l'installation.

On les exprime par :

$J_s = -K_s.\frac{V^2}{2}$ où s : indice de l'accident de forme de la conduite.

K_s : Coefficient (sans unité) de pertes de charge. Il dépend de la nature et de la géométrie de l'accident de forme.

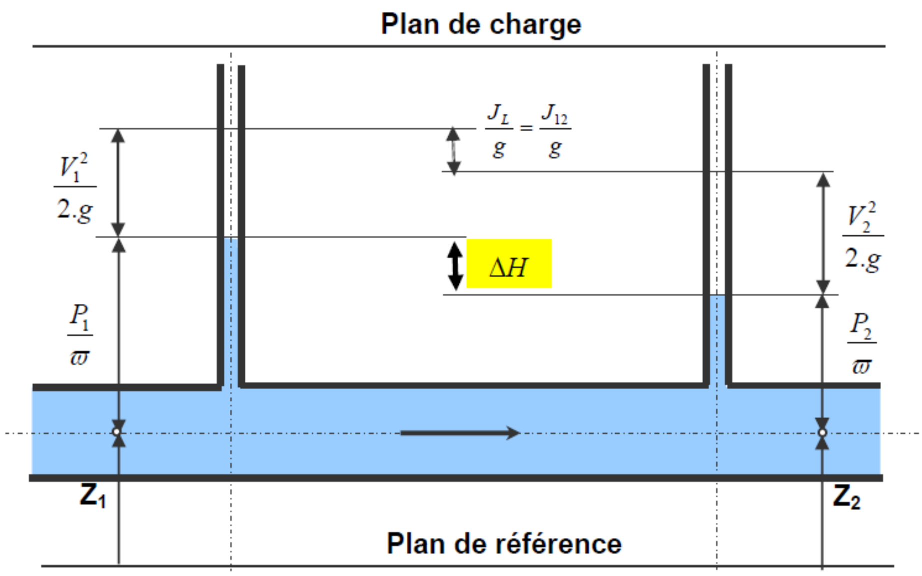
V : La vitesse d'écoulement la plus grande.

Les valeurs de K_s sont données par les constructeurs dans leurs catalogues.

4.3 Pertes de charges linéaires :

Les pertes de charges linéaires, sont des pertes de charge réparties régulièrement le long des conduites. En chaque point d'un écoulement permanent, les caractéristiques de l'écoulement sont bien définies et ne dépendent pas du temps.

La représentation graphique de l'écoulement prend l'allure ci-dessous.



La vitesse étant constante, la ligne piézométrique et la ligne de charge sont parallèles. La variation de hauteur piézométrique, évaluée en hauteur de liquide est égale à la perte de charge linéaire entre les deux points de mesure.

Les pertes de charge linéaires sont proportionnelles à la longueur L de la conduite, inversement proportionnelles à son diamètre d, proportionnelle au carré de la vitesse débitante V du fluide.

$J_L = -\lambda.\frac{V^2}{2}.\left(\frac{L}{d}\right)$ Où

- V : vitesse moyenne d'écoulement dans la conduite (m/s)
- L : longueur de la conduite (m)
- d : diamètre de la conduite (m)
- λ : coefficient de perte de charge linéaire. Il dépend du régime d'écoulement et notamment du nombre de Reynolds R_e.

Dans un régime d'écoulement **laminaire** : $\boldsymbol{R_e < 2000}$

$\lambda = \frac{64}{R_e}$ (Formule de Poiseuille).

Dans un régime d'écoulement **turbulent lisse** : $\boldsymbol{2000 < R_e < 10^5}$

$\lambda = 0{,}316.R_e^{-0{,}25}$ (Formule de Blasius)

Dans un régime d'écoulement **turbulent rugueux** : $\boldsymbol{R_e > 10^5}$

$\lambda = 0{,}79.\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}$ (Formule de Blench)

Avec :

- ε : rugosité de la surface interne de la conduite (mm)
- d : diamètre intérieur de la conduite (mm)

Parfois, on lit la valeur de λ sur un abaque établie par Moody.

5- Théorème de Bernoulli applique à un fluide réel :

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite. On suppose éventuellement, qu'il existe entre (1) et (2) des machines hydrauliques.

On note :

J_{12} : Somme de toutes les pertes de charge, singulière et linéaires entre les sections (1) et (2).

P_n : Puissance mécanique échangé entre le fluide et les machines éventuellement placées entre (1) et (2).

Le Théorème de Bernoulli prend la forme générale suivante :

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = J_{12} + \frac{P_n}{q_m}$$