

**TD 3 (Correction)**

**Exercice 1 :**

1) On applique l'équation de continuité :

$$V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2 \text{ Ou encore } \frac{S_1}{S_2} = \frac{V_2}{V_1} \text{ ou } S_1 = \pi \cdot R_1^2 \text{ et } S_2 = \pi \cdot R_2^2 \text{ d'où } \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = 2.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{R_1 - R_2}{L} \text{ donc } L = \frac{R_1 - R_2}{\operatorname{tg} \alpha} \text{ ou } R_2 = \frac{R_1}{2} \text{ donc } L = \frac{R_1}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \rightarrow L = 93,3 \text{ mm.}$$

**Exercice 2 :**

$$1) \text{ Equation de continuité : } V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2 \leftrightarrow \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot V_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V_2$$

$$\text{Donc la vitesse : } V_1 = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot V_2 \quad (1)$$

$$2) \text{ Equation de Bernoulli : } \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (Z_2 - Z_1) = 0 \text{ ou } P_1 = P_2 = P_{\text{atm}} \text{ donc :}$$
$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} - g \cdot H = 0 \quad (2)$$

$$3) \text{ On substitue l'équation (1) et (2) on obtient : } \frac{V_2^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 \cdot V_2^2}{2} = g \cdot H \text{ donc la vitesse :}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}}$$

$$4) \text{ Si } \left(\frac{d}{D}\right) \ll 1 \text{ alors } V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \rightarrow V_2 = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3} = 7,67 \text{ m/s}$$

$$5) Q_V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V_2 \rightarrow Q_V = \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \times 7,67 = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

### Exercice 3:

1) P.F.D:  $F + P_{atm} \cdot S_1 = P_1 \cdot S_1 \leftrightarrow P_1 = \frac{F}{S_1} + P_{atm} \leftrightarrow P_1 = \frac{F \times 4}{\pi \cdot d_1^2} + P_{atm} \rightarrow P_1 = 1,5 \text{ bar}$

2) Equation de continuité :  $V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2$

$$V_1 = V_2 \cdot \frac{S_2}{S_1} = V_2 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \leftrightarrow V_1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot V_2 \leftrightarrow V_1 = \frac{1}{16} \cdot V_2$$

3) Equation de Bernoulli :  $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (Z_2 - Z_1) = 0$  ou  $Z_1 = Z_2$  et  $P_2 = P_{atm}$  et

$$V_1 = \frac{1}{16} \cdot V_2 \text{ donc } V_2 = \sqrt{\frac{512}{255} \cdot \frac{P_1 - P_{atm}}{\rho}} \leftrightarrow V_2 = \sqrt{\frac{512}{255} \cdot \frac{1,5 \times 10^5 - 10^5}{1000}} = 10 \text{ m/s.}$$

4)  $Q_V = S_2 \cdot V_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot V_2 \rightarrow Q_V = \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \times 10 = 0,785 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$

### Exercice 4:

1) Equation de continuité :  $V_A \cdot S_A = V_B \cdot S_B$  d'ou  $V_B = V_A \cdot \frac{S_A}{S_B}$  donc  $V_B = V_A \cdot \alpha$ .

2) La relation de Bernoulli entre les points A et B:

$$P_A + \rho \cdot g \cdot Z_A + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_A^2 = P_B + \rho \cdot g \cdot Z_B + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_B^2 \text{ où } Z_A = Z_B$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (V_A \cdot \alpha)^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_A^2 \rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_A^2 (\alpha^2 - 1) \quad (1)$$

3) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A' :

$$P_A - P_{A'} = \rho \cdot g \cdot (Z_{A'} - Z_A) \quad (2)$$

4) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B' :

$$P_B - P_{B'} = \rho \cdot g \cdot (Z_{B'} - Z_B) \quad (3)$$

5) On sait que  $P_{A'} = P_{B'} = P_{atm}$  et  $Z_A = Z_B$  donc :

$$\begin{aligned} P_A - P_B &= (P_A - P_{A'}) - (P_B - P_{B'}) = \rho \cdot g \cdot [(Z_{A'} - Z_A) - (Z_{B'} - Z_B)] \\ &= \rho \cdot g \cdot (Z_{A'} - Z_{B'}) = \rho \cdot g \cdot h \end{aligned}$$

D'après la relation (1)

$$\rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_A^2 (\alpha^2 - 1) \text{ Donc } V_A = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{(\alpha^2 - 1)}}$$

6) On sait que  $Q_V = S_A \cdot V_B$  ou encore  $Q_V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{(\alpha^2 - 1)}} \rightarrow Q_V = 0,5 \text{ l/s.}$