

Chapitre II : Concepts généraux de la sûreté de fonctionnements

I. LA SURETE DE FONCTIONNEMENTS

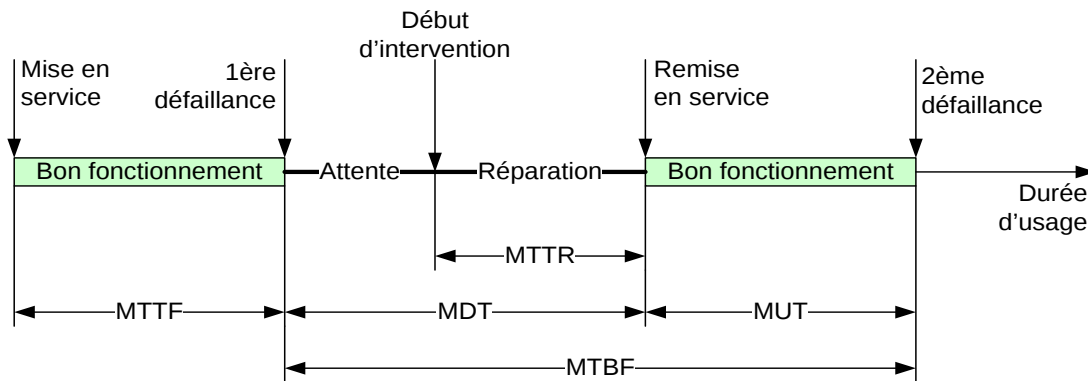
I.1 Introduction

Les études de sûreté de fonctionnement regroupent les activités d'évaluation prévisionnelle de la fiabilité, de la maintenabilité, de la disponibilité et de la sécurité d'une organisation, d'un système, d'un produit ou d'un moyen.

Les études de sûreté de fonctionnement utilisent un ensemble d'outils et de méthodes qui permettent, dans toutes les phases de vie d'une entité, de s'assurer que celle-ci va accomplir ou accomplit les missions pour lesquelles elle a été conçue, et ce dans des conditions de fiabilité, de maintenabilité, de disponibilité et de sécurité prédéfinies. Ces études consistent généralement à analyser les effets des pannes, dysfonctionnements, erreurs d'utilisation ou agressions de l'entité étudiée

I.2 Indicateurs opérationnels

La figure 1 schématise les états successifs que peut prendre un système réparable.



- **MTBF** (Mean Time Between Failures) : est la Moyenne des Temps de Bon Fonctionnement Elle correspond à la durée de vie moyenne entre deux défaillances consécutives (systèmes réparables). $MTBF = \bar{T} = E(T) = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$
- **MTTF** (Mean Time To Failure) : est la durée moyenne de bon fonctionnement d'un système avant sa première défaillance. Cette durée remplace le MTBF pour les systèmes non réparables.
- **MTTR** (Mean Time To Repair) : est la Moyenne des Temps Techniques de Réparation.
- **MDT** (mean down time) : appelé encore MTI, c'est le temps moyen d'indisponibilité ou temps moyen d'arrêt propre
- **MUT** (Mean Up Time) est la durée moyenne de bon fonctionnement après réparation. En général : $MDT \ll MUT$ alors $MTBF \approx MUT$.

I.3 Les composantes de la FMD

La disponibilité met en évidence l'aptitude à la réparation d'un dispositif en mesurant l'efficacité de la maintenance.

Une haute **disponibilité** exige une excellente **fiabilité** (peu de défaillances), une bonne **maintenabilité** (une grande rapidité de réparation ou de remise en état) et une bonne **logistique de maintenance** (bonnes procédures d'entretien et de réparations, des moyens en personnel, des stocks de composants...).

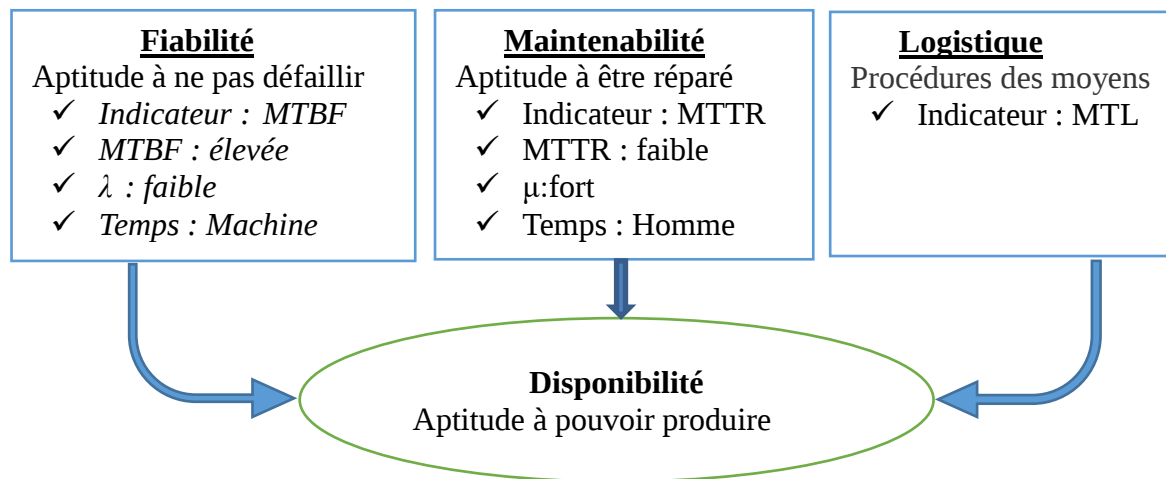


Figure 2 : composante de la FMD

II- FIABILITE D'UN MATERIEL

II.1 Introduction

- La fiabilité est l'étude de la durée de vie d'un matériel.
- la variable aléatoire qui à chaque matériel, associe son temps de bon fonctionnement. Son espérance mathématique et la moyenne des temps de bon fonctionnement ou MTBF.
- L'analyse d'un échantillon permet de justifier que cette variable aléatoire suit une loi exponentielle ou une loi de Weibull.

II.2 Définition

La fiabilité est la caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité que ce dispositif accomplisse une fonction requise dans des conditions d'utilisation et pour une période de temps déterminés (norme AFNOR X 06501)

II.3 Les fonctions de fiabilité :

II.3.1 La fonction fiabilité $R(t)$: (La lettre R vient de l'anglais "Reliability").

$R(t)$ = probabilité pour un système d'être en "vie" à l'instant t (ou de ne pas avoir eu de panne).fig.3a. Cette fonction est très utilisée pour les organes d'usure (freins, roulements, engrenages ...) car la courbe est significative. En revanche, on ne l'utilise guère pour les systèmes réparables alors on préfère utiliser le taux de défaillance λ .

$$R(t) = e^{-\int \lambda(u) du}$$

II.3.2 La fonction de répartition F(t) :

F(t) = probabilité pour un système d'être "mort" à l'instant t (ou d'être en panne) fig. 3b

$$F(t) = 1 - R(t)$$

II.3.3 La fonction densité de probabilité f(t) :

f(t) = quantité de défaillance(s) par unité ou période de temps, en % de l'effectif total fig. 3c

$$f(t) = \lambda(t) R(t) = \lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(u) du}$$

II.3.4 La fonction taux de mortalité instantanée : Z(t), fig.3d

$$z(t) = \frac{\text{nombre de défaillances}}{\text{nombre d'élément en service}}$$

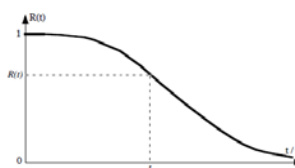


Fig. 3a

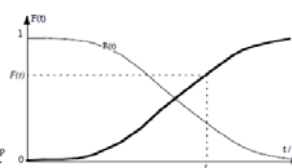


Fig. 3b

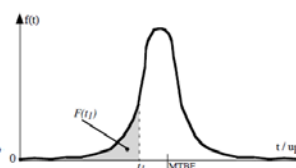


Fig. 3c

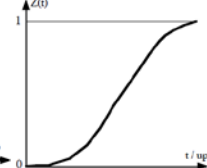


Fig. 3d

II.3.5 La fonction taux de défaillance λ(t) :

λ(t) est l'équivalent de f(t) pour les systèmes réparables. Un système réparable en production stabilisée doit avoir un taux de défaillance constant.

λ(t) = quantité de défaillance(s) par unité de temps :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \text{Lorsque le taux de défaillance est constant alors : } \lambda(t) = \lambda = \frac{1}{MTBF}$$

II.3.5.1 Allures typiques du graphe λ(t) en fonction du temps t



Fig.4: système électrique



fig.5 : système mécanique

II.3.5.2 Causes et remèdes de défaillance

La figure de la courbe en baignoire ci-après explique les différentes causes et remèdes de défaillances liées aux trois phases de la durée de vie du matériel.

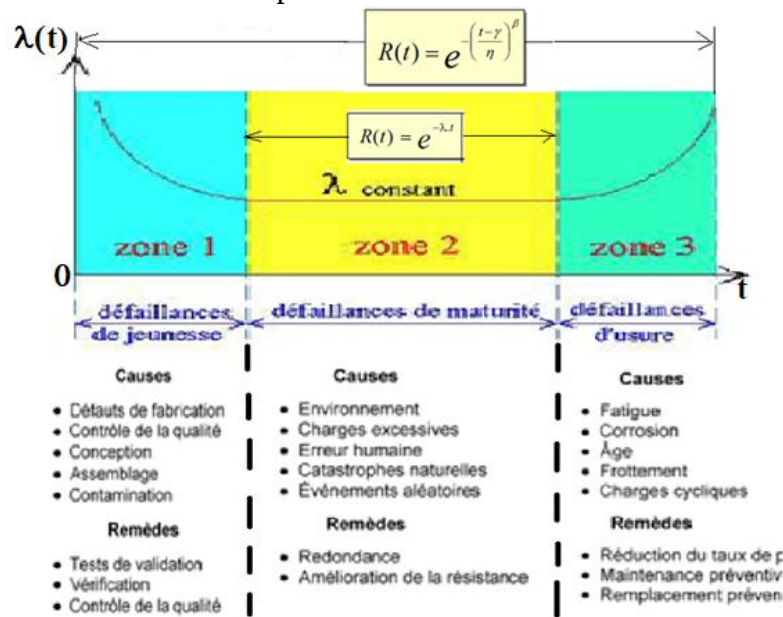


Fig.6 : courbe en baignoire

Zone 1 : Période de défaillance précoce : c'est le début de la vie du produit. Le taux de défaillance λ décroît rapidement au cours du temps. La loi de Weibull (avec $\beta < 1$ et $\gamma = 0$) est utilisable pour décrire ce type de défaillance.

Zone 2 : période de défaillance à taux constant (ou sensiblement constant) : c'est la zone de pleine activité du produit pour laquelle le taux de défaillance λ est sensiblement constant. La loi de fiabilité adaptée à cette zone est la distribution exponentielle

Zone 3 : période de défaillance par vieillissement : c'est la période de fin de vie du produit. Le taux de défaillances λ croît rapidement avec le temps. Les lois de fiabilité adaptées à cette zone sont : les lois normale, Gamma, log-normale ou encore Weibull (avec $\beta > 2$ et $\gamma > 0$).

II.4 Méthodologie de l'analyse de fiabilité

- ✓ Consulter les historiques de pannes et dresser la liste des temps de bon fonctionnement entre deux défaillances.
- ✓ Classer ces temps par ordre croissant.
- ✓ Cumuler le nombre de défaillances (rang). Au premier temps il y a 1 avarie, au deuxième temps, il y en a 2, etc.
- ✓ Calculer les fréquences des avaries $F(i)$, en fonction de la taille N de l'échantillon :

a) Si $N < 20$ méthodes des rangs médians
$$F(i) = \frac{i - 0,3}{N + 0,4}$$

b) Si $N > 20$ et $N < 50$ formule des rangs moyens
$$F(i) = \frac{i}{N + 1}$$

c) Si $N \geq 50$ méthodes des rangs bruts
$$F(i) = \frac{i}{N}$$
, le nombre de classes : $k = N^{1/2}$
ou bien $k \approx 1 + 3,3 \log N$ et $k > 5$.

II.5 Analyse des fonctions à partir d'un historique

II.5.1 Loi de survie

Deux cas peuvent se présenter pour ce type d'étude :

- L'historique ne donne que les nombres de défaillances par périodes (par mois par exemple).
- Le nombre de défaillances relevées est important, et l'on simplifie le traitement en les regroupant par périodes de temps. Dans ces deux cas, le mode opératoire est identique. On rappelle qu'une expression des différentes fonctions en fin de $k^{\text{ème}}$ période :

$$f(k) = \frac{N(k-1) - N(k)}{N}$$

$$R(k) = \frac{N(k)}{N}$$

$$F(k) = 1 - R(k) = \frac{N - N(k)}{N}$$

$$Z(k) = \frac{N(k-1) - N(k)}{N(k-1)}$$

Avec

N = nombre total d'éléments (donc le nombre total de défaillances en fin d'historique).

TBF = date de la défaillance

K = nombre de périodes de temps observées

$k = k^{\text{ème}}$ période (n° de la période)

$N(k)$ = nombre d'éléments restants (survivants) en fin de $k^{\text{ème}}$ période

Calcul de la MTBF :

Chaque TBF est donc compris entre la date de début de période et celle de fin (TBF = date de la défaillance). Statistiquement, on considèrera les TBF de chaque période comme tous regroupés au milieu de période.

$$MTBF = \sum_{k=1}^K (tm(k) \times f(k))$$

II-5-2 loi exponentielle

II-5-2-1 Définition

La loi exponentielle est la loi de suivi par la variable aléatoire Z lorsque le taux d'avarie λ est constant, autrement dit, pour tout $t \geq 0$ on a $\lambda(t) = \lambda$ est λ est une constante réel strictement positive. Ce modèle est régulièrement utilisé lorsque le taux de défaillance λ est constant (cas courant des composants électroniques) ou sensiblement constant. Ce dernier modèle, peut être utilisé pour les historiques de systèmes réparables en période d'exploitation stabilisée. Dans tous les autres cas, on lui préfère la fonction de Weibull, plus adaptée

II-5-2-2 Propriété

Si la variable aléatoire Z suit une loi est exponentielle de paramètre λ , alors on aura $\ln R(t) = -\lambda t$, et la présentation graphique $Y = R(t)$ sur un papier semi-logarithmique sera une droite

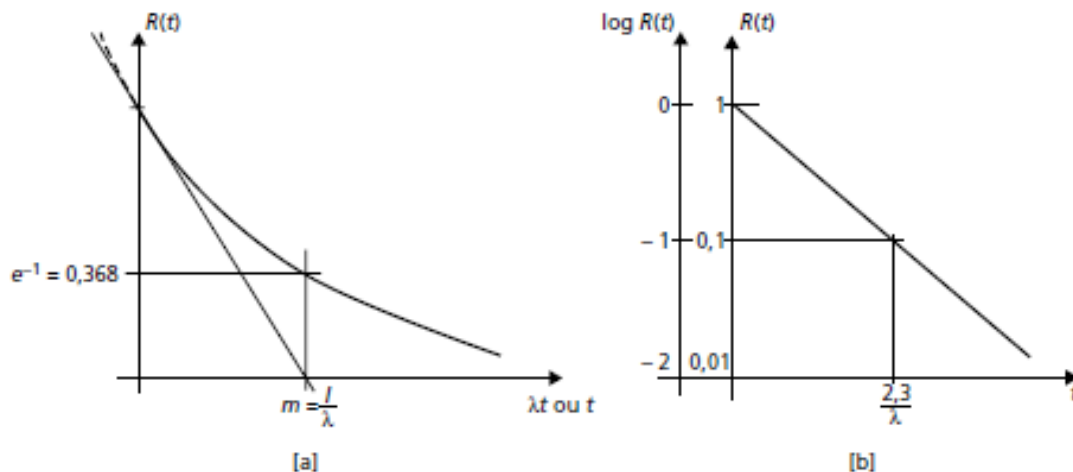


Figure 4 : Représentations graphiques de la loi exponentielle :
(a) en échelles linéaires ; (b) sur papier semi-logarithmique

II.5.2.3 Estimation du taux de défaillance :

- ✓ Porter sur papier semi logarithmique les N points formés des couples (ti, Ri)
- ✓ Tracer la courbe de régression des N points
- ✓ Si les N points sont sensiblement alignés, alors la loi de fiabilité est exponentielle
- ✓ Déterminer λ par la pente de la courbe
- ✓ En déduire $MTBF = 1/\lambda$
- ✓ En déduire $R(t) = e^{-\lambda t}$

II.5.3 Analyse de la fiabilité par la méthode de Weibull

Weibull a choisi une loi sous forme de puissance avec 3 paramètres qui permettent d'obtenir les diverses situations : décroissante, constante et croissante.

II.5.3.1 Définition : On dit que la variable aléatoire T suit la loi de Weibull lorsque son taux d'avarie est :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1}$$

pour $t > \gamma$; β, γ, η sont des constantes avec $\beta > 0$; $\eta > 0$;

γ : est le paramètre de repérage qui fixe l'instant à partir duquel on étudie la fiabilité.

Si $\gamma = 0$: on étudie la fiabilité dès la première utilisation de la machine.

Si $\gamma > 0$: on étudie la fiabilité un certain temps après la première utilisation de l'appareil.

II.5.3.2 Relations fondamentales :

On retrouve, pour tout $t > \gamma$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

- ✓ Fonction de fiabilité :
- ✓ Durée de vie associée à un seuil de fiabilité : Il est intéressant de savoir à quel instant la fiabilité atteindra un seuil déterminé

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \Rightarrow \ln R(t) = -\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta \Rightarrow \ln \frac{1}{R(t)} = \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta \Rightarrow \frac{t-\gamma}{\eta} = \left(\ln \frac{1}{R(t)}\right)^{1/\beta} \Rightarrow t = \eta \left(\ln \frac{1}{R(t)}\right)^{1/\beta} + \gamma$$

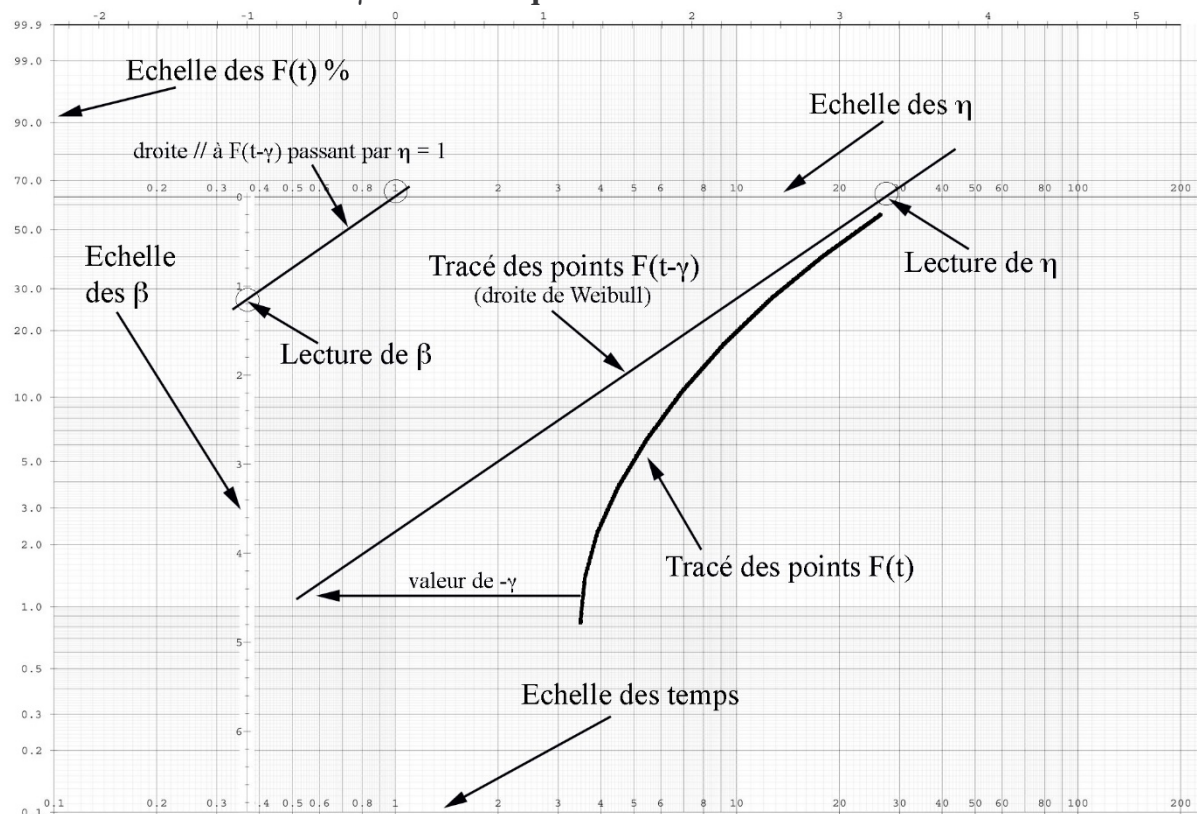
- ✓ Fonction de défaillance : $F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$
- ✓ Densité de probabilité : $f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$ car $F'(t) = f(t)$.
- ✓ taux d'avarie $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}$
- ✓ MTBF = $E(t) = A\eta + \gamma$
- ✓ L'écart type $\sigma = B\eta$

A, B Où A et B sont des paramètres issus de tables (voir exercice 4)

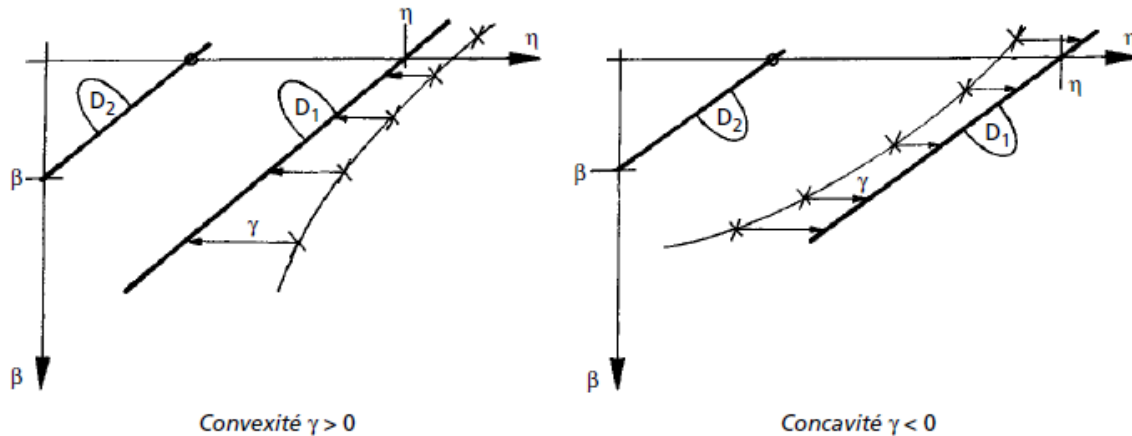
L'utilisation du papier imaginé par Weibull pour représenter $F(t)$ permet de déceler une loi de Weibull. Les points de coordonnées $(t_i ; F(t_i))$ sont alignés lorsque $\gamma = 0$.

On retrouve alors graphiquement les valeurs de β et de η

II.5.3.3 Détermination de γ : les techniques de redressement



Si le nuage des points (t_i, F_i) fait apparaître une courbure convexe ou concave, alors le paramètre γ a une valeur non nulle à déterminer après avoir effectué un « redressement ». Ce redressement peut se faire « au jugé » ou par application d'une formule de redressement



Redressement au jugé

Il faut traduire tous les points d'une même valeur γ dont on augmente la valeur de proche en proche : la concavité (ou convexité) diminue progressivement jusqu'à l'obtention d'une droite : la valeur de translation finale est γ . *Redressement par la formule*

$$\gamma = \frac{t_2^2 - t_1 t_3}{2t_2 - t_1 - t_3}$$

Prenons trois points A_1, A_2 et A_3 sur la courbe C_1 tels que $(a_1, a_2) = (a_2, a_3) = \Delta$. Il est conseillé de prendre des points espacés mais non extrêmes. Nous lisons les valeurs t_1, t_2 et t_3 sur l'axe des t (axe A du papier Weibull). Il reste à appliquer la formule ci-dessus pour trouver γ et pour tracer la droite D . L'intersection de D avec l'axe η donne la valeur du paramètre η figure suivante

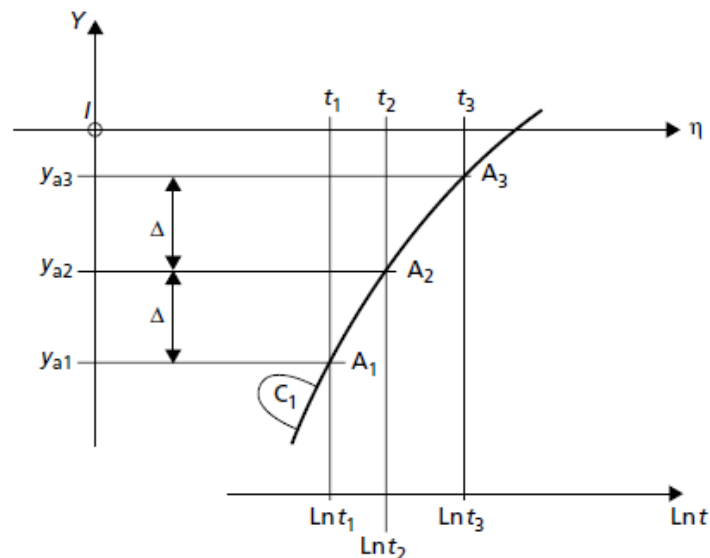


Figure 8 : Mode opératoire du redressement

Exemple

Soit un nuage de points, approximé par la courbe C_1 . Choisissons A_1, A_2 et A_3 . Nous lisons $t_1 = 2,5, t_2 = 3, t_3 = 4$,

$$\gamma = \frac{t_2^2 - t_1 t_3}{2t_2 - t_1 - t_3} = \frac{3^2 - 2,5 \times 4}{2 \times 3 - 2,5 - 4} = 2$$

D'où les trois paramètres de Weibull : $\gamma = 2, \eta = 2, \beta = 2,1$ et l'équation de la fiabilité

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} = e^{-\left(\frac{t-2}{2}\right)^{2,1}}$$

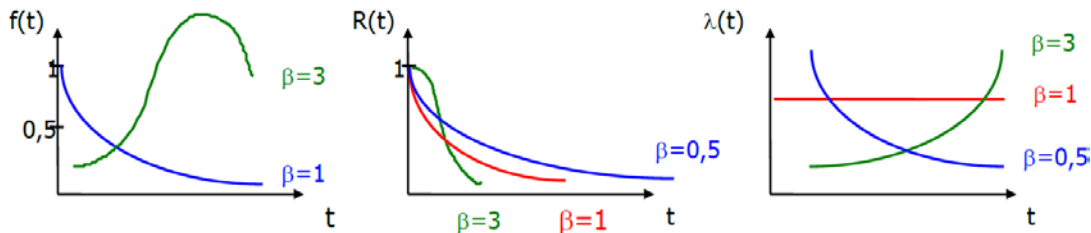
II.5.3.4 Paramètre de forme β :

Paramètre positive et sans dimension :

- Si $\beta > 1$, la zone de vieillesse $1,5 < \beta < 2,5$: fatigue ; $3 < \beta < 4$: usure, corrosion
- Si $\beta = 1$, caractéristique de la zone de maturité
- Si $\beta < 1$, caractéristique de la zone de jeunesse

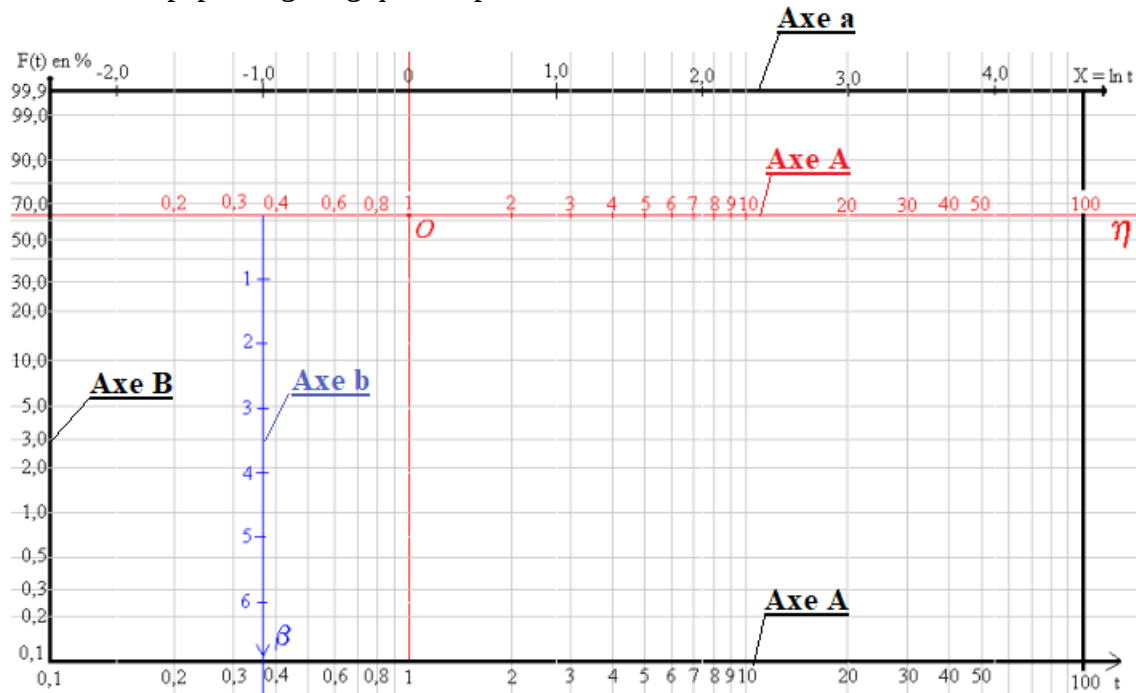
η : Paramètre d'échelle > 0 ; s'exprime dans l'unité de temps

γ : paramètre de position ; $-\infty < \gamma < +\infty$, s'exprime dans l'unité de temps :



II.5.3.5 Papier Weibull ou graphique d'Allen Plait :

C'est un papier log / log qui comporte 4 axes



Axe A : Axe des temps sur lequel on porte les valeurs t des TBF

Axe B : valeurs des probabilités de défaillance F_i calculées par l'une des méthodes (rangs moyens, rangs médians, rangs bruts), On estime $R(t)$ par $R(t) = 1 - F(t)$

Axe a : axe des temps en logarithmes népériens : $\ln(t)$

Axe b : axe qui permet l'évaluation de β

II.5.3.6 Méthodologie de l'analyse de fiabilité

- a) Consulter les historiques de pannes et dresser la liste des temps de bon fonctionnement entre deux défaillances.
- b) Classer ces temps par ordre croissant.
- c) Cumuler le nombre de défaillances (rang). Au premier temps il y a 1 avarie, au deuxième temps, il y en a 2, etc.

- d) Calculer les fréquences des avaries $F(i)$, en fonction de la taille N de l'échantillon :
- e) Reporter les points ainsi trouvés sur le papier de Weibull en plaçant les TBF en abscisse et les $F(i)$ en ordonnée
- f) Tracer la droite passant au mieux par les points obtenus. Si les points sont alignés sur une droite, on a $\gamma = 0$.
- g) Détermination des paramètres η , β et γ :
- h) Détermination de la MTBF
- i) Exploitation des résultats.

III. LOI DE COMPOSITION EN FIABILITE : ASSOCIATION DE MATERIELS

L'amélioration de la maintenance au niveau de la fiabilité peut se faire en agissant sur la technologie du composant, agencer les composants ou sous- systèmes de manière à les rendre plus fiables par l'utilisation de redondances

III.1 Système série :

On dit qu'un système est un système série si le système tombe en panne lorsqu'un seul de ses éléments est en panne.



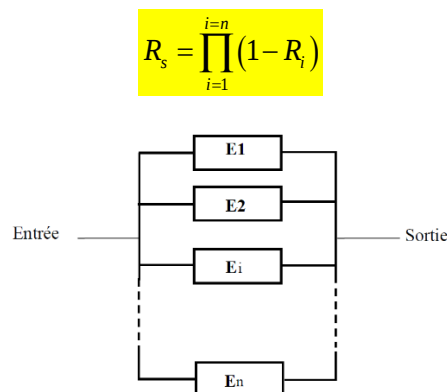
$$R_s = \prod_{i=1}^{i=n} R_i$$

Exemple 1 : soit un poste de radio constitué de quatre composants connectés en série ; une alimentation $E_1 = 0,95$; une partie récepteur $R_2 = 0,92$; un amplificateur $R_3 = 0,97$ et un haut-parleur $R_4 = 0,89$. Déterminons la fiabilité R_s de l'appareil :

$$R_s = R_1 \times R_2 \times R_3 \times R_4 = 0,95 \times 0,92 \times 0,97 \times 0,89 = 0,7545 \text{ (soit une fiabilité de 75\% environ)}$$

III.2 Système parallèle :

On dit qu'un système est un système // d'un point de vue fiabilité si, lorsqu'un ou plusieurs de ses éléments tombent en panne, le système ne tombe pas en panne.



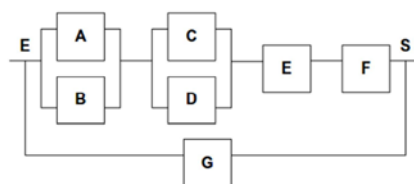
$$R_s = \prod_{i=1}^{i=n} (1 - R_i)$$

On utilise ce fait pour améliorer la fiabilité ; cela réalise une redondance active.

Si on désire effectuer un calcul en fonction du temps, on doit introduire la fonction $R(t)$.

Si $R(t) = e^{-\lambda t}$, alors $R_s = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda t})$

III-3 Système mixte : constitué de sous-ensembles série, en parallèle



IV. LA MAINTENABILITE

Dans les conditions d'utilisation données pour lesquelles il a été conçu, la maintenabilité est l'aptitude d'un bien à être maintenu ou rétabli dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits. (NF EN 13306).

La maintenabilité caractérise la facilité à remettre ou de maintenir un bien en bon état de fonctionnement. Cette notion ne peut s'appliquer qu'à du matériel maintenable, donc réparable. « Les moyens prescrits » englobent des notions très diverses : moyens en personnel, appareillages, outillages, etc.

Soit (TR) la variable aléatoire qui désigne la durée de réparation

$$M(t) = P(TR \leq t) = \int_0^t g(t)dt$$

La maintenabilité peut se caractériser par sa MTTR (Mean Time To Repair)

$$MTTR = E(TR) = \int_0^{\infty} t \times g(t)dt$$

$$MTTR = \frac{\sum \text{Temps d'intervention pour } n \text{ pannes}}{\text{Nombre de pannes}}$$

Taux de réparation : $\mu = \frac{1}{MTTR}$

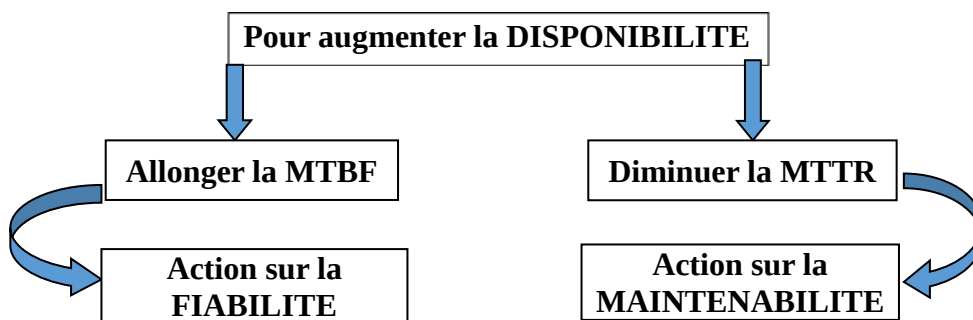
V- LA DISPONIBILITE

La disponibilité aptitude d'un bien à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné ou durant un intervalle de temps donné, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs nécessaires est assurée.

Cette aptitude dépend de la combinaison de la fiabilité, de la maintenabilité et de la logistique de maintenance. Les moyens extérieurs nécessaires autres que la logistique de maintenance n'affectent pas la disponibilité du bien (NF EN 13306).

$$D_{\text{moy}} = \frac{\text{TMD}}{\text{TMD} + \text{TMI}} = \frac{\text{Temps moyen de disponibilité}}{\text{Temps moyen de disponibilité} + \text{temps moyen d'indisponibilité}}$$

*Équipement disponible = le moins possible d'arrêts de production
+ remise en bon état rapide en cas de panne*



$D(t) = P(\text{le bien est en bonne état à l'instant } t)$

On montre que

$$D(t) = (\mu / (\mu + \lambda)) + (\lambda / (\mu + \lambda)) \exp[-(\mu + \lambda)t]$$

De manière usuelle

$$D(t) = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

Disponibilité intrinsèque (Di)

Elle exprime le point de vue du concepteur.

Ce dernier a conçu et fabriqué le produit en lui donnant un certain nombre de caractéristiques intrinsèques, c'est à dire des caractéristiques qui prennent en compte les conditions d'installation, d'utilisation, de maintenance et d'environnement, supposées idéales

Exemple :

Un fabricant de contacteur indique que tel type de contacteur peut supporter 1 million de cycles de manœuvres dans des conditions d'utilisation bien précises.

Paramètres de la disponibilité intrinsèque (Di)

Le calcul de la disponibilité intrinsèque (Di) fait appel à 3 paramètres :

- TBF : temps de bon fonctionnement
- TTR : temps techniques de réparation
- TTE : temps techniques d'exploitation

$$Di = \frac{TBF}{TBF + TTR + TTE}$$

Exemple :

Un fabricant de machines-outils prévoit en accord avec son client la disponibilité intrinsèque d'une machine en prenant compte des conditions idéales d'exploitation et de maintenance :

Temps d'ouverture mensuel = 400 heures

1 changement de fabrication par mois = 6 heures

Maintenance corrective mensuelle : taux de défaillance = 1 pannes / mois ; TTR estimé = 4 heures

Maintenance préventive mensuelle = 3 heures

Quelle est la disponibilité intrinsèque (Di)?

TBF = 400 – 6 – 4 – 3 = 387 heures

TTR = 4 + 3 = 7 heures

TTE = 6 heures

Di = 387 / (387 + 7 + 6) = 0,9675

Disponibilité opérationnelle (Do)

Il s'agit de prendre en compte les conditions réelles d'exploitation et de maintenance. C'est la disponibilité du point de vue de l'utilisateur.

Le calcul de Do fait appel aux mêmes paramètres sauf que ces 3 paramètres ne sont plus basés sur les conditions idéales de fonctionnement mais sur les conditions réelles (historique d'exploitation).

Elle prend en compte les délais logistiques avec le MTL (moyenne des temps logistiques de maintenance).

$$D_0 = \frac{TBF}{TBF + TTR + MTL}$$

Exemple :

Sur la machine-outil précédente, une étude d'exploitation sur un mois a conduit aux résultats réels suivants :

Temps d'ouverture mensuel = 400 heures

Changement de production = 6 heures

Manque approvisionnement matière = 3 heures

Maintenance préventive = 3 heures

Maintenance corrective = 8 heures (3 heures d'attente maintenance + 5 heures d'intervention)

Quelle est la disponibilité opérationnelle ?

TBF = 400 – 6 – 3 – 3 – 8 = 380 heures

TTR = 3 + 8 = 11 heures

MTL = 6 + 3 = 9 heures

Do = 380 / (380 + 11 + 9) = 0,95

VII ARBRES DE DEFAILLANCES

VII.1 Introduction

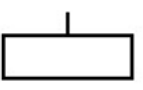
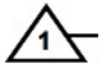
La méthode de l'arbre de défaillances, encore appelée arbre des causes (fault tree) est née en 1962 dans la société Bell Téléphoné grâce à Watson qui travaillait sur le projet Minuteman. Dans les années suivantes, les règles de construction ont été formalisées par Haasl en 1965, par l'University of Washington et Boeing. Dans les années 70, Vesely a jeté les bases de l'évaluation quantitative, Kinetic Tree Theory (KITT). Enfin, en 1992, la dernière grande avancée est due à Coudert, Madré et Rauzy qui les ont codés avec des Diagrammes de décision binaires (DDB) obtenant ainsi une grande efficacité de calcul. Cette méthode a pour objectif de déterminer les combinaisons possibles d'événements qui entraînent l'occurrence d'un événement indésirable (ou redouté). L'idée est de représenter graphiquement la logique de dysfonctionnement d'un système.

VII-2 Définition

C'est un diagramme déductif qui va de l'effet vers la cause et qui a pour objet de rechercher toutes les combinaisons de défaillances élémentaires (primaires) pouvant déboucher vers une panne.

VII-3 Symbolisme :

Cet outil utilise un symbolisme qu'on utilise également sur les circuits logiques. On parle aussi de logigramme de dépannage. Ce symbolisme est donné à la figure 10

Événement / report	Dénomination	Portes	Dénomination
	Événement de base		Porte « ET »
	Événement-sommet ou événement intermédiaire		Porte « OU »
	Report (sortie)		Porte « OU exclusif »
	Le sous-arbre situé sous ce « drapeau » est à dupliquer...		
	Report (entrée)		Porte « Combinaison »
	...à l'endroit indiqué par ce second drapeau		

	ou		Porte ET
	ou		Porte OU

Figure 10 - Syntaxe des arbres de défaillance

- Événement de base (indépendant de tout autre événement) : c'est le résultat d'une défaillance possible. Il est toujours situé à l'entrée d'une porte logique ET ou OU.

- Événement induit ou conséquence : il est la conséquence de plusieurs événements de base et est toujours situé à la sortie d'une porte logique.
- Événement neutre : événement sans conséquence sur la fiabilité du système.
- Connexion : permet de se connecter à un autre arbre de défaillance.
- Porte ET : l'événement D se produit si A, B et C se produisent en même temps.
- Porte OU : l'événement D se produit si au moins un seul des événements A, B ou C se produit.

VII-4 Construction de l'arbre de défaillances :

Pour construire un arbre de défaillance, on peut utiliser l'organigramme de la figure 17. Notons que cette construction est tout à fait qualitative.

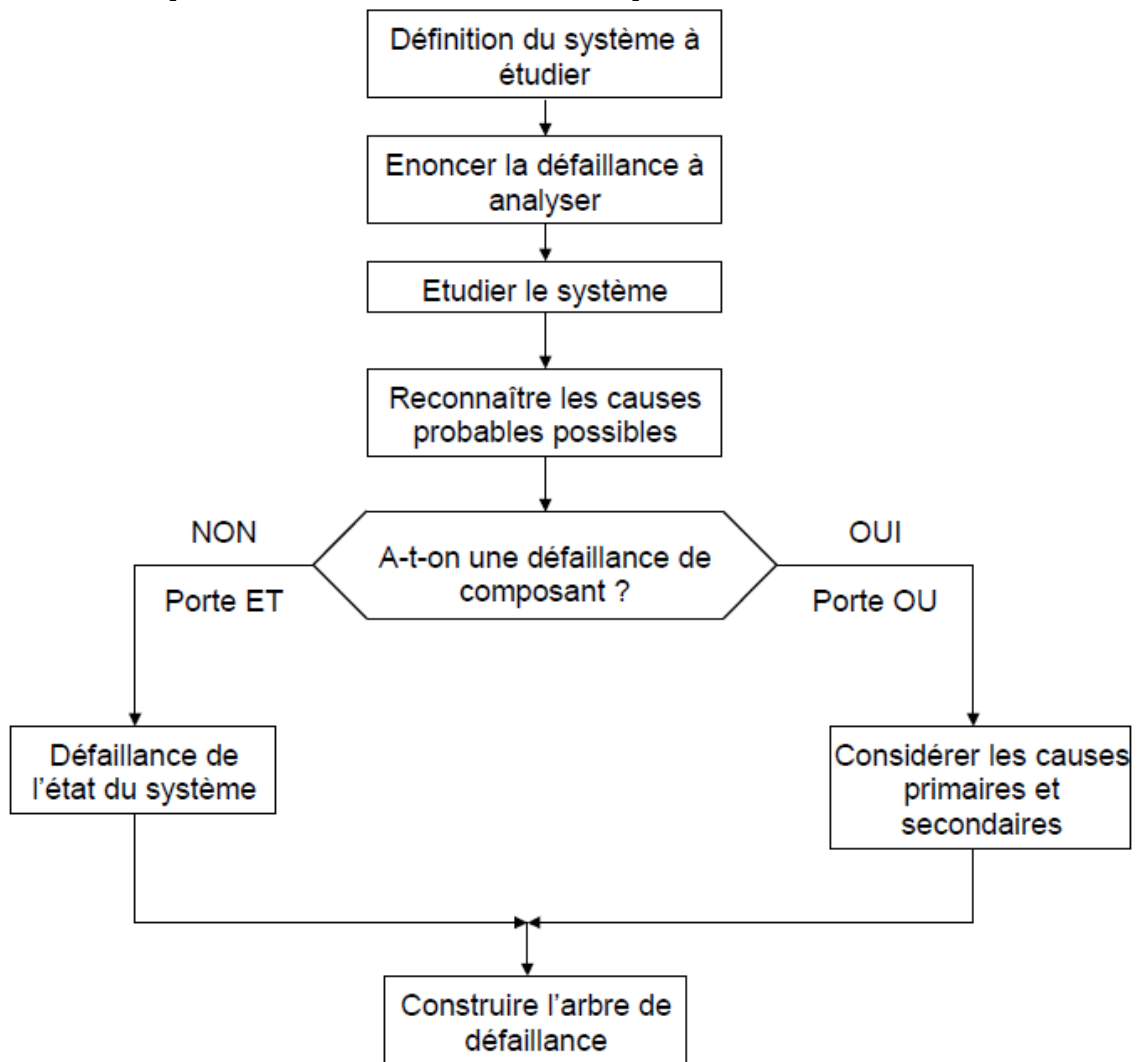


Figure 11 : Construction de l'arbre de défaillance

VII.5 Exemple d'application

Arbre de défaillance d'un moteur de tondeuse à gazon.

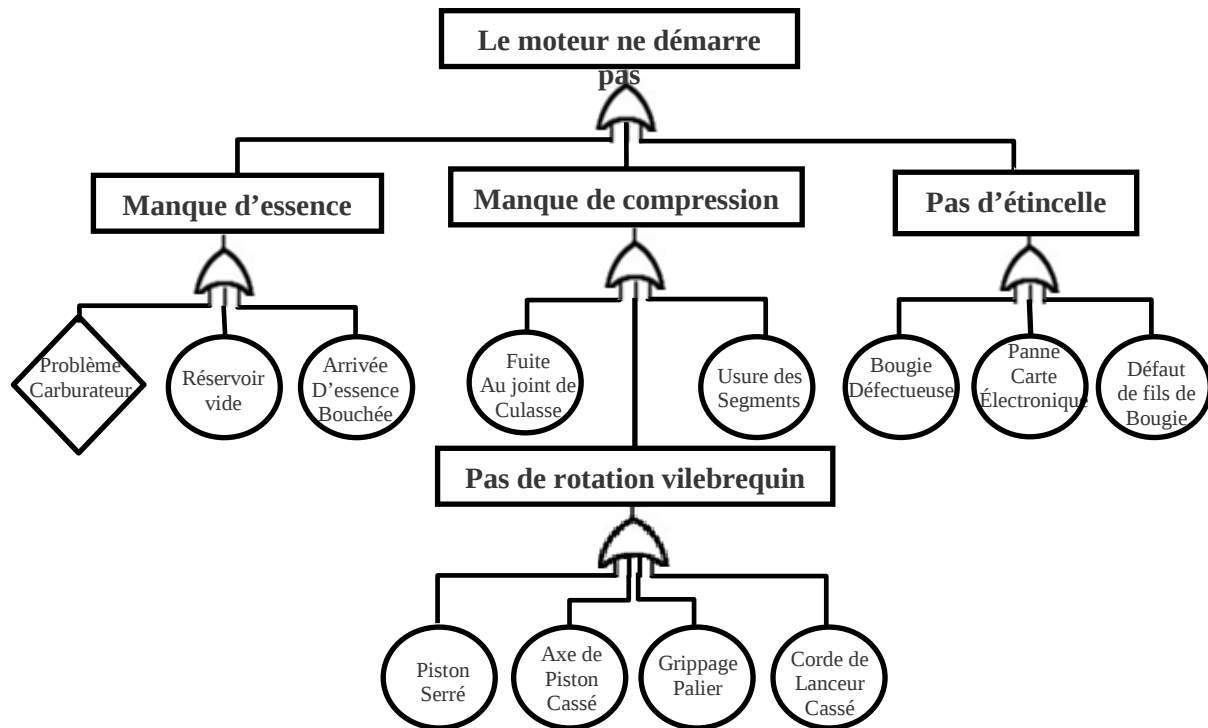


Figure 12 : Arbre de défaillance d'un moteur de tondeuse à gazon.

VIII-EXERCICES ET APPLICATIONS.

Question 1 : un composant a une MTBF de 2000 heures. A quelle date « t_i » ce composant aura une fiabilité de 90% ?

Réponse

La durée t_i pour une fiabilité de 90%

$$t_i = \lambda \times \ln \frac{1}{R(t)} = MTBF \times \ln \frac{1}{R(t)} = 2000 \times \ln \frac{1}{0,9} = 211 \text{ heures}$$

Au bout de 211 heures, on estime donc que 90% des composants survivront.

Question 2 Quelle est la fiabilité d'un dispositif travaillant pendant une période de temps égale au MTBF ?

Réponse 2

Pour ce cas la probabilité de survie est :

$$R(t) = R(MTBF) = e^{-MTBF/MTBF} = e^{-1} = 1/e = 1/2,718 = 0,3679 (\text{environ } 37\%)$$

Exercice 1

Une machine à un taux de panne constante $\lambda=0,00007$ panne/heures de fonctionnement

- Quelle est la probabilité pour qu'il survive 5000h, 1000h ?
- Quelle est la probabilité que le composant dure 1000h et 5000h ?
- Quelle est la durée de vie associée à une probabilité de 80%?

Solution 1

$$a) P(t < 5000) = R(5000) = e^{-\lambda \times t} = e^{-7 \times 10^{-5} \times 5000} = 0,705$$

$$P(t < 1000) = R(1000) = e^{-\lambda \times t} = e^{-7 \times 10^{-5} \times 1000} = 0,932$$

$$b) P(1000 < t < 5000) = R(1000) - R(5000) = 0,932 - 0,705 = 0,227$$

$$c) t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{1}{R(t)} = \frac{1}{7 \times 10^{-5}} \ln \frac{1}{0,8} = 3188h$$

Exercice 2 :

Soit le relevé d'historique suivant sur une durée totale de 2250 h

Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nb défaillance	1	3	8	10	19	25	14	12	4	2

Calculer :

- le nombre total des défaillances
- La durée de chaque période
- la valeur des différentes fonctions de fiabilité (f, R, F, Z)
- MTBF
- tracer les fonctions de fiabilités (f, R, F, Z)

Solution 2

- Total des défaillances $N = 1+3+8+10+19+... = 98$ sur une durée totale de 2250 h
- $k = 98 = 9,9$ donc 10 périodes (de 225 h chacune) vont parfaitement.

3) Le tableau ci-dessous donne la valeur des différentes fonctions de fiabilité,

k	début	tm(k)	fin	déf/k	N(k)	ftk)	R(k)	F(k)	Z(k)
					98				
1	0	112,5	225	1	97	1,0%	99%	1%	1%
2	225	337,5	450	3	94	3,1%	96%	4%	3%
3	450	562,5	675	8	86	8,2%	88%	12%	9%
4	675	787,5	900	10	76	10,2%	78%	22%	12%
5	900	1012,5	1125	19	57	19,4%	58%	42%	25%
6	1125	1237,5	1350	25	32	25,5%	33%	67%	44%
7	1350	1462,5	1575	14	18	14,3%	18%	82%	44%
8	1575	1687,5	1800	12	6	12,2%	6%	94%	67%
9	1800	1912,5	2025	4	2	4,1%	2%	98%	67%
10	2025	2137,5	2250	2	0	2,0%	0%	100%	100%

$$4) MTBF = \sum_{k=1}^K (tm(k) \times f(k)) = 1187 \text{ heures}$$

5) Les courbes des fonctions de fiabilité

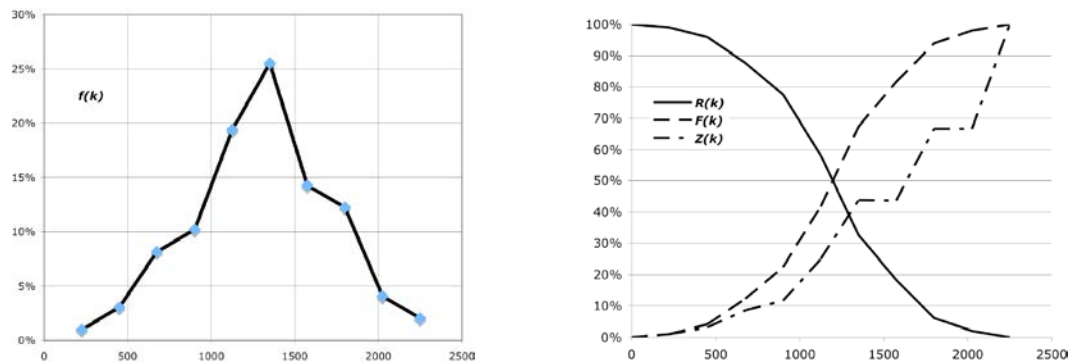


Fig. 3 Les fonctions R, F et Z allant de 0 à 100% peuvent être tracé sur le même graphe

Exercice 3 :

Une usine produit des machines. On étudie la fiabilité de 25 de ces machines dès leur mise en service. Pour cela on relève leur temps de bon fonctionnement (TBF) en l'absence de toute réparation. A l'aide du papier semi-logarithmique, vérifier que la durée de vie suit une loi exponentielle dont on déterminera le paramètre et donner l'expression de $R(t)$

Solution 3

1) Création de classes

n_i : le nombre de machines non défectueuses jusqu'à l'instant t_i ;

2) Estimation de F_{ti} (rangs médians) et de R_{ti}

$R_{ti} = \frac{ni}{10}$ (avec la méthode du rang brut) est la proportion de machines non

défaillantes jusqu'à l'instant t_i ,

$F_i = 1 - R_i$ est la proportion de machines défaillantes à l'instant t_i .

On obtient le tableau suivant :

classe	[0;100]	[100;200]	[200;300]	[300;400]	[400;500]
ni	6	6	5	3	0
Fti	0,23	0,46	0,65	0,77	0,77
Rti	0,77	0,54	0,35	0,23	0,23
classe	[500;600]	[600;700]	[700;800]	[800;900]	[900;1000]
ni	1	2	1	0	1
Fti	0,81	0,88	0,92	0,92	0,96
Rti	0,19	0,12	0,08	0,08	0,04

3) Tracée sur papier semi-logarithmique

Le tableau précédent s'écrit :

t_i	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Rti	1	76.10^{-2}	52.10^{-2}	32.10^{-2}	20.10^{-2}	20.10^{-2}	16.10^{-2}	8.10^{-2}	4.10^{-2}	4.10^{-2}

Portons les points de coordonnées marquées (t_i ; R_i) sur le papier semi-logarithmique ; deux modules suffisent, car la plus grande valeur prise par a est 100. Le nuage de 10 points obtenu est presque rectiligne, ce qui autorise à estimer que T suit une loi exponentielle.

La droite D à tracer a pour équation $Y = -t$. Elle passe donc par l'origine 0 du repère.

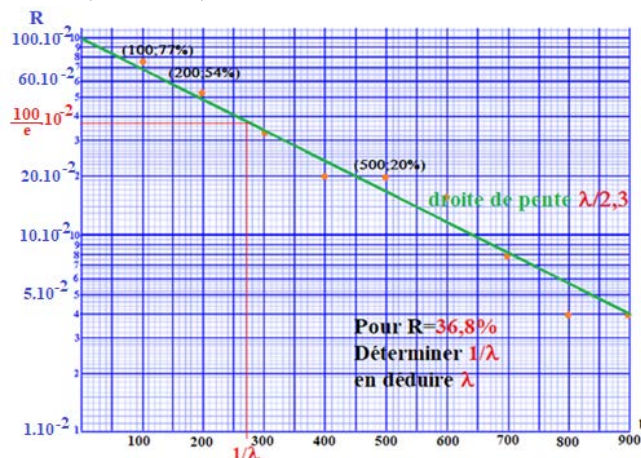
Notons que les coordonnées de O sont $t = 0$, $Y = 0$. C'est donc le point marqué $(0 ; 100.10^{-2})$, car $\ln(100.10^{-2}) = \ln(1) = 0$.

Construisons une droite passant au plus près des points du nuage de points et par O .

Pour $t = \frac{1}{\lambda}$ on obtient $Y = -\lambda \frac{1}{\lambda} = -1$

Donc la $MTBF = \frac{1}{\lambda}$ est l'abscisse du point D dont l'ordonnée est marqué $\frac{100}{e} 10^{-2} \approx 36,8.10^{-2}$

car $\ln\left(\frac{100}{e} 10^{-2}\right) = -1$ On obtient $\frac{1}{\lambda} = 280$ d'où $\lambda \approx 0,0036$



Le nuage de point forme une droite donc $\lambda = cte$

Exercice 4

L'équipe maintenance a relevé durant une année les temps de fonctionnement, en heures, entre deux réglages consécutifs d'une des machines de conditionnement, des bouteilles et a

obtenu les temps de bon fonctionnement, rangés par ordre croissant : 165 ; 330 ; 90 ; 515 ; 740 ; 915 ; 1320.

- 1) Déterminer les paramètres de la loi Weibul ?
- 2) Déterminer MTBF et l'écart type ?

Solution 4

- 1) Détermination des paramètres de la loi : papier Weibul

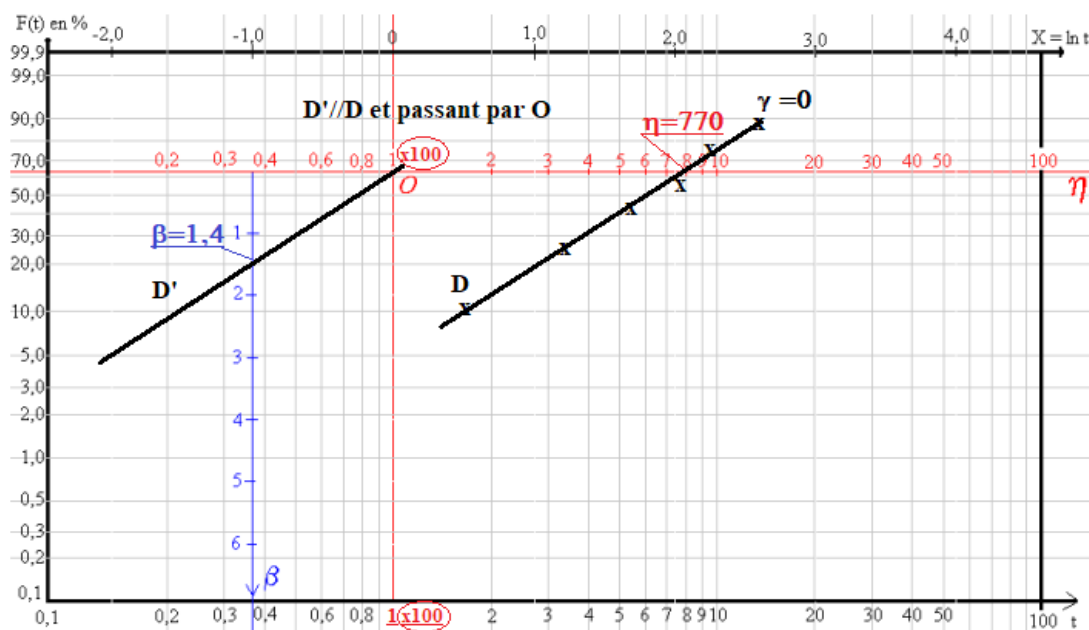
$6 \leq 20$, on utilise la méthode des rangs médians : $F(t_i) = \frac{i-0,3}{n+0,4}$

Ordre i	TBF	Fi
1	165	0,11
2	330	0,26
3	515	0,42
4	740	0,58
5	915	0,73
6	1320	0,89

Tracé de nuages de points

L'axe $t \times 100 = \text{l'axe } \eta \times 100$

Le fait d'obtenir directement une droite D sans faire de redressements indique que $\gamma=0$ (paramètre de position)



La droite D', // à D, passant par l'origine coupe l'axe « β » en un point $\beta=1,4$. C'est la valeur du paramètre de forme, la droite D coupe l'axe des temps à $\eta=t=770$ heures.

- 2) Détermination de la MTBF : Les tables annexes donnent les valeurs de A et B
Pour $\beta=1,4$: $A=0,911$ et $B=0,660$.

$$MTBF = A\eta + \gamma = 0,911 \times 770 = 700 \text{ heures}$$

$$\sigma = B\eta = 0,660 \times 770 = 508 \text{ heures}$$

Usage des tables numériques

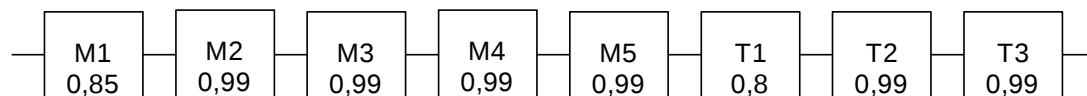
β	A	B
0,20	120	1901
0,25	24	199
0,30	9,2605	50,08
0,35	5,0291	19,98
0,40	3,3234	10,44
0,45	2,4786	6,46
0,50	2	4,47
0,55	1,7024	3,35
0,60	1,5046	2,65
0,65	1,3663	2,18
0,70	1,3638	1,85
0,75	1,1906	1,61
0,80	1,1330	1,43
0,85	1,0880	1,29
0,90	1,0522	1,17
0,95	1,0234	1,08
1	1	1
1,05	0,9603	0,934
1,10	0,9649	0,878
1,15	0,9517	0,830
1,20	0,9407	0,787
1,25	0,9314	0,750
1,30	0,9236	0,716
1,35	0,9170	0,687
1,40	0,9114	0,660
1,45	0,9067	0,635

β	A	B
1,50	0,9027	0,613
1,55	0,8994	0,593
1,60	0,8966	0,574
1,65	0,8942	0,556
1,70	0,8922	0,540
1,75	0,8906	0,525
1,80	0,8893	0,511
1,85	0,8882	0,498
1,90	0,8874	0,486
1,95	0,8867	0,474
2	0,8862	0,463
2,1	0,8857	0,443
2,2	0,8856	0,425
2,3	0,8859	0,409
2,4	0,8865	0,393
2,5	0,8873	0,380
2,6	0,8882	0,367
2,7	0,8893	0,355
2,8	0,8905	0,344
2,9	0,8917	0,334
3	0,8930	0,325
3,1	0,8943	0,316
3,2	0,8957	0,307
3,3	0,8970	0,299
3,4	0,8984	0,292
3,5	0,8997	0,285
3,6	0,9011	0,278
3,7	0,9025	0,272
3,8	0,9038	0,266
3,9	0,9051	0,260

β	A	B
4	0,9064	0,254
4,1	0,9077	0,249
4,2	0,9089	0,244
4,3	0,9102	0,239
4,4	0,9114	0,235
4,5	0,9126	0,230
4,6	0,9137	0,226
4,7	0,9149	0,222
4,8	0,9160	0,218
4,9	0,9171	0,214
5	0,9182	0,210
5,1	0,9192	0,207
5,2	0,9202	0,203
5,3	0,9213	0,200
5,4	0,9222	0,197
5,5	0,9232	0,194
5,6	0,9241	0,191
5,7	0,9251	0,188
5,8	0,9260	0,185
5,9	0,9269	0,183
6	0,9277	0,180
6,1	0,9286	0,177
6,2	0,9294	0,175
6,3	0,9302	0,172
6,4	0,9310	0,170
6,5	0,9318	0,168
6,6	0,9325	0,166
6,7	0,9333	0,163
6,8	0,9340	0,161
6,9	0,9347	0,160

Exercice 5

Un processus est représenté par le processus suivant :



- 1) Calculer la fiabilité de ce système entier.
- 2) Proposer une amélioration de cette fiabilité.
- 3) Etudier la fiabilité du système suivant

Solution 5

- 1) La fiabilité du système entier est le produit de toutes les fiabilités élémentaires :

$$Rs = \prod_{i=1}^n Ri = 0.64$$

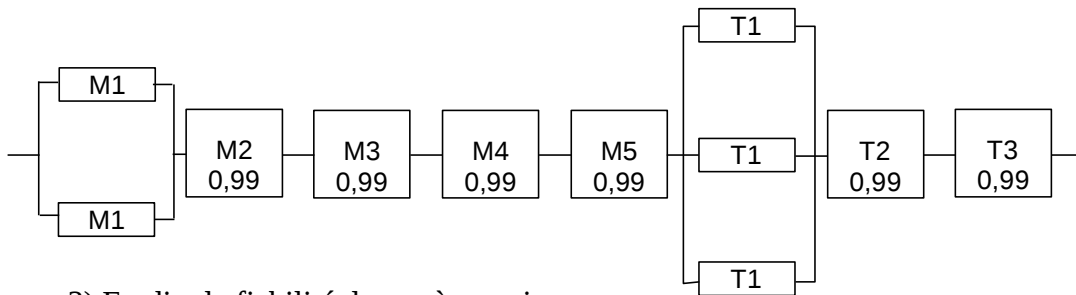
- 2) Etudier la fiabilité du système suivant

Pour améliorer cette fiabilité, on peut appliquer des redondances sur les systèmes les moins fiables : M1 et T1.

Une des solutions peut consister à utiliser 3 T1 et 2 M1.

Economiquement, il va de soi que cette solution coûterait trop cher.

On se contentera de redonder les éléments faibles des systèmes M1 et T1



- 3) Etudier la fiabilité du système suivant

$$Rs = [1 - (1 - 0,85)^2] \times 0,99^4 \times [1 - (1 - 0,8)^3] \times 0,99^2 = 0,91 \text{ Résultat satisfaisant.}$$