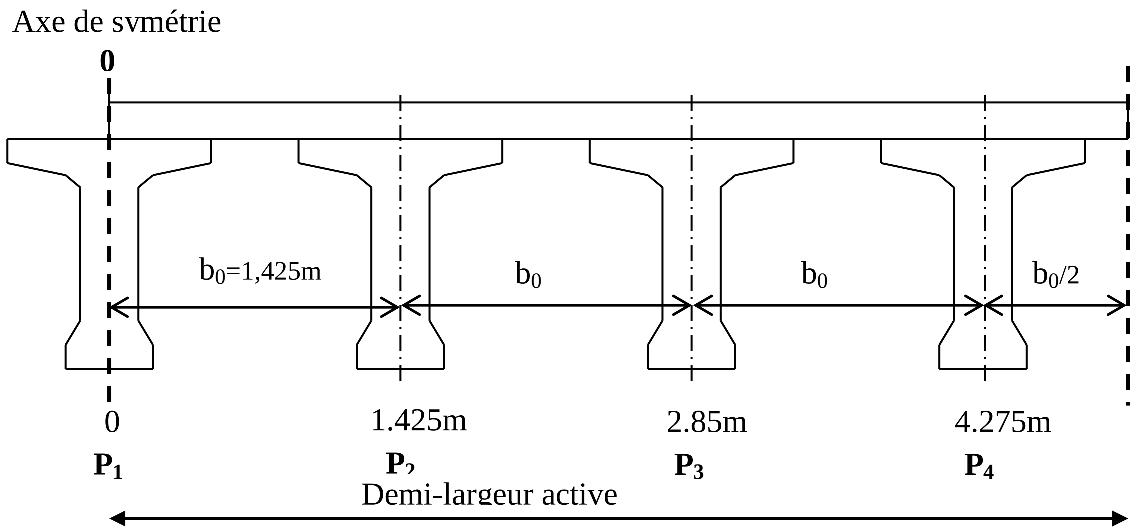
REPARTITION TRANSVERSALE DES CHARGES SELON LA METHODE DE GUYON MASSONNET

(Partie I)

1. Demi-coupe transversale du pont

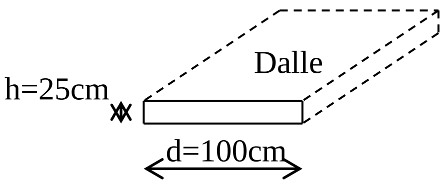


2. Paramètres de calcul :

2.1 Moment d'inertie d'une entretoise I_E :

Notre pont ne comporte pas des entretoises, donc l'hourdis jouera le rôle des entretoises, soit une bande de 1m de hourdis est définie comme une entretoise.

$$I_E = \frac{dh^3}{12} = \frac{100 \cdot 25^3}{12} = 130208.33 cm^4$$



2.2 Moment d'inertie de la poutre I_P :

Les poutres préfabriquées de notre pont sont à inertie variable, d'où l'inertie moyenne à prendre en compte pour le calcul est donnée par la formule :

$$I_P = I_0 + (I_M - I_0) \cdot \frac{8}{3\pi}$$

Avec : I_0 : moment d'inertie à la section d'about, y compris la dalle.

I_M : moment d'inertie à la section médiane, y compris la dalle.

Pour une poutre intermédiaire (valeurs calculées précédemment):

$$I_0 = 29679081.99cm^4$$
$$I_M = 26900819.16cm^4$$
$$I_P = 27320819.26cm^4$$

2.3 Largeur active :

La largeur active du tablier est donnée par la formule, $2b = n \cdot b_0$

Avec : n : nombre de poutres, b_0 : entre axe des poutres

2b=7.1,425 =9,975 m donc b=4,9875m

- *Rigidité flexionnelle par unité de longueur des poutres.*

$$\rho_p = \frac{E \cdot I_p}{b_0} = \frac{E \cdot 27320819.26}{142.5} = 191725.0334 \cdot E$$

- *Rigidité flexionnelle par unité de longueur des entretoises.*

$$\rho_E = \frac{E \cdot I_E}{100} = \frac{E \cdot 130208.33}{100} = 1302.0833 \cdot E$$

- *Rigidité torsionnelle de la dalle dans le sens longitudinal.*

$c_E = \frac{G}{2 \times 3} \cdot b \cdot h^3$ Avec : $G = \frac{E}{2(1+\upsilon)} = \frac{E}{2(1+0.2)} = \frac{E}{2.4}$

$\upsilon = 0.2$: Coefficient de poisson.

$C_E = \frac{G}{6} \times b \cdot h^3$, $C_E = \frac{E}{6 \times 2.4} \times 100 \times 25^3 = 108506.94 \cdot E$

$$\gamma_E = \frac{C_E}{100} = 1085.0694 \cdot E$$

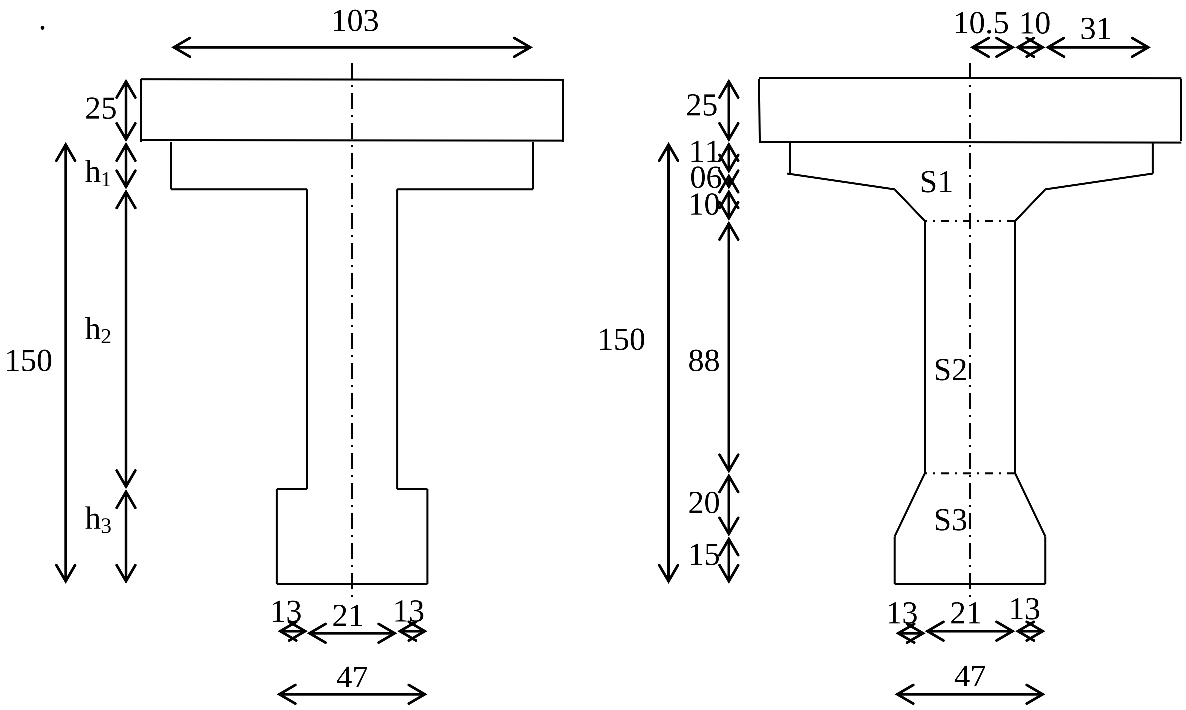
- *Rigidité torsionnelle de la poutre dans le sens longitudinal.*

$c_p = \left(\frac{G}{3}\right) \cdot \left[b_i \cdot h_i^3 + \frac{b_0 \cdot h_0^3}{2}\right]$, avec : b_i : le plus grand coté.

h_i : le plus petit côté.

Pour déterminer CP, on remplace la section réelle de la poutre par une section homogène

- **Section homogénéisée :**



Section médiane équivalente. Section médiane courante.

$$h_1 = \frac{S_1}{103} = 18.20cm$$

$$h_3 = \frac{S_3}{47} = 29.47cm$$

$$h_2 = 150 - (18.20 + 29.47) = 102.33cm$$

$$C_p = \frac{E}{3 \times 2.4} \times \left[47 \times 29.47^3 + 102.33 \times 21^3 + 103 \times 18.20^3 + \frac{1}{2} \times 142.5 \times 25^3 \right]$$

$$C_p = 539559.179 \cdot E$$

γ_p : Rigidité torsionnelle de la poutre par unité de longueur.

$$\gamma_p = \frac{C_p}{b_0} = 3786.38 \cdot E$$

- **Le paramètre de torsion α :**

Le paramètre de torsion α est défini comme suit :

$$\alpha = \frac{\gamma_p + \gamma_E}{2 \cdot \sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}} = \frac{E \cdot (3786.38 + 1085.0694)}{2 \cdot E \cdot \sqrt{191725.0474 \times 1302.0833}} = 0.155$$

- **Le paramètre d'entretoisement θ :**

Ce paramètre θ détermine la souplesse de l'entretoisement, plus il est grand et plus est souple l'entretoisement.il est défini comme suit :

$$\theta = \frac{b}{l} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_p}{\rho_E}} = \frac{4.9875}{32.4} \cdot \sqrt[4]{\frac{191725.0474 \cdot E}{1302.0833}} = 0.536$$

D'où

θ=0,536
α=0,155

3. Position active des poutres :

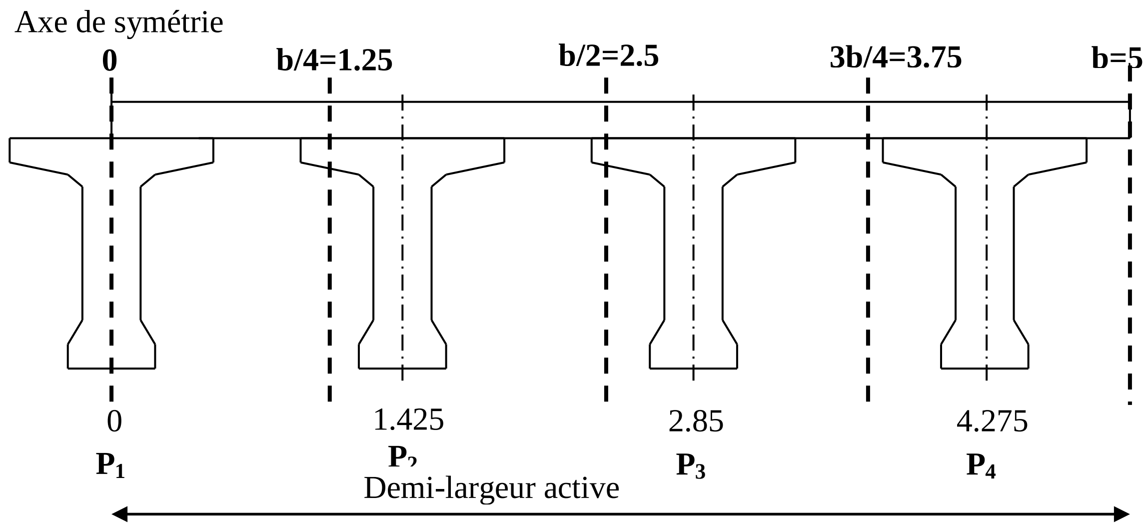
On applique la méthode de GUYON MASSONNET par la considération d'une largeur active 2b. Toutes les valeurs calculées précédemment étant basées sur la largeur active, il est donc nécessaire que les poutres principales soient définies avec leurs positions actives, il en est de même de l'excentricité des charges.

Lorsque les coordonnées réelles des poutres y_p ne coïncident pas avec les valeurs de y des tables de GUYON MASSONNET, on doit faire une interpolation linéaire pour trouver les valeurs de K_α en ces coordonnées.

Formule générale d'interpolation **:** $\mathrm{K}_\alpha = \mathrm{K}_1 + [(\mathrm{K}_2 - \mathrm{K}_1) \cdot (y - y_1)/(y_2 - y_1)]$

Les positions actives des poutres sont données sur la figure suivante :

b=4,9875m $\approx$ 5m



4. Les moments fléchissant longitudinaux :

4.1 Détermination des coefficients de répartition transversale « Kα » :

Pour un calcul rigoureux de K_α dans le cas où $0 \prec \alpha \prec 1$, on utilisera l'une des formules d'interpolation suivantes suivant la valeur de θ.

$$0 \prec \theta \prec 0.10 \Rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0)\cdot \alpha^{0.05}$$

$$0.10 \prec \theta \prec 1 \Rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0)\cdot \alpha^{\beta}, \beta = 1 - e^{\left(\frac{0.065-\theta}{0.663}\right)}$$

$$\theta \succ 1 \Rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0)\cdot \alpha^{0.5}$$

Lorsque la valeur de θ ne figure pas sur les tables de MASSONNET, les valeurs de K_0 et K_1 doivent subir une interpolation.

Soit : $\theta_{min} \prec \theta \prec \theta_{max}$

$$K_0 = K_{00} + (K_{01} - K_{00}).\frac{\theta - \theta_{min}}{\theta_{max} - \theta_{min}}$$

$$K_1 = K_{10} + (K_{11} - K_{10})\cdot \frac{\theta - \theta_{min}}{\theta_{max} - \theta_{min}}$$

Avec :

K_{00} : valeur lue pour $\theta_{min}\, et \alpha = 0$

K_{01} : valeur lue pour $\theta_{max}\ \ et\ \alpha = 1$

K_{10} : valeur lue pour $\theta_{\min} et \alpha = 0$

K_{11}: valeur lue pour $\theta_{\max} et \alpha = 1$

a. Evaluation des k0 pour θ =0.536

Tableau donnant k0 pour" θ =0.5"

y \ e	b	3b/4	b/2	b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	**0,6203**	**0,8288**	**1,0273**	**1,1877**	**1,2575**	**1,1877**	**1,0273**	**0,8288**	**0,6203**
b/4	**-0,0021**	**0,3111**	**0,6223**	**0,9226**	**1,1877**	**1,3721**	**1,4336**	**1,425**	**1,3968**
b/2	**-0,5198**	**-0,1466**	**0,2317**	**0,6223**	**1,0273**	**1,4336**	**1,8038**	**2,0981**	**2,3613**
3b/4	**-0,9828**	**-0,5703**	**-0,1466**	**0,3111**	**0,8288**	**1,425**	**2,0981**	**2,8125**	**3,514**
b	**-1,4286**	**-0,9828**	**-0,5198**	**-0,0021**	**0,6203**	**1,3968**	**2,3613**	**3,514**	**4,7981**

Tableau donnant k0 pour" θ =0.55"

y \ e	b	3b/4	b/2	b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,4848	0,7666	1,036	1,2556	1,3521	1,2556	1,036	0,7666	0,4848
b/4	-0,0883	0,2657	0,6183	0,9592	1,2556	1,4423	1,4571	1,3746	1,2654
b/2	-0,5233	-0,1538	0,223	0,6185	1,036	1,4571	1,8274	2,0885	2,3046
3b/4	-0,8871	-0,5279	-0,1538	0,2657	0,7666	1,3746	2,0885	2,8585	3,6081
b	-1,2289	-0,8871	0,5233	-0,0883	0,4848	1,2654	2,3046	3,6081	5,0997

Exemple de calcul (1ere case)

$$K_0(0,536) = 0,6203 + (0,4848 - 0,6203).\frac{0,536 - 0,5}{0,55 - 0,5} = 0,52274$$

Les résultats de calcul sont présentés dans le tableau suivant

Tableau donnant les valeurs de K_0 pour $\theta = 0.536$

y	(-b)	(-3b/4)	(-b/2)	(-b/4)	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,52274	0,78401	1,03356	1,23658	1,32561	1,23658	1,03356	0,78401	0,52274
b/4	-0,06416	0,27841	0,61956	0,94895	1,23658	1,42264	1,45052	1,38871	1,30219
b/2	-0,52232	-0,15185	0,22543	0,61956	1,03356	1,45052	1,82079	2,09118	2,32047
3b/4	-0,91389	-0,53977	-0,15185	0,27841	0,78401	1,38871	2,09118	2,84562	3,58175
b	-1,28481	-0,91389	-0,52232	-0,06416	0,52274	1,30219	2,32047	3,58175	5,01525

b. Evaluation des k1 pour θ =0.536

Tableau donnant k1 pour" θ =0.5"

y e	b	3b/4	b/2	b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	**0,8609**	**0,9276**	**1,0028**	**1,0767**	**1,1146**	**1,0767**	**1,0028**	**0,9276**	**0,8609**
b/4	**0,6834**	**0,7617**	**0,8547**	**0,9642**	**1,0767**	**1,1557**	**1,1603**	**1,1293**	**1,0937**
b/2	**0,5516**	**0,6326**	**0,7308**	**0,8547**	**1,0028**	**1,1603**	**1,2911**	**13544**	**13376**
3b/4	**0,4538**	**0,534**	**0,6326**	**0,7617**	**0,9276**	**1,1293**	**1,3544**	**1,5704**	**1,7409**
b	**0,3751**	**0,4538**	**0,5516**	**0,6834**	**0,8609**	**1,0937**	**1,3876**	**1,7409**	**2,1362**

Tableau donnant k1 pour" θ =0.55"

y e	b	3b/4	b/2	b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,8255	0,9069	1,0016	1,0981	1,1489	1,0981	1,0016	0,9069	0,8255
b/4	0,6309	0,7192	0,8275	0,9595	1,0981	1,194	1,1902	1,1411	1,0889
b/2	0,4916	0,5777	0,6859	0,8275	1,0016	1,1902	1,3443	1,4071	1,4308
3b/4	0,3922	0,4737	0,5777	0,7192	0,9069	1,1411	1,4071	1,6611	1,852
b	0,3153	3922	0,4916	0,6309	0,8255	1,0889	1,4308	1,852	2,3314

Tableau donnant les valeurs de K_1 pour θ =0.536

Calculé par la même méthode utilisée pour $\mathbf{k_0}$

y	(-b)	(-3b/4)	(-b/2)	(-b/4)	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,83541	0,91269	1,00193	1,09203	1,13929	1,09203	1,00193	0,91269	0,83541
b/4	0,6456	0,7311	0,83511	0,96081	1,09203	1,18327	1,18175	1,13779	1,09024
b/2	0,5084	0,59307	0,69847	0,83511	1,00193	1,18175	1,32940	1,39227	1,41870
3b/4	0,40944	0,49058	0,59307	0,7311	0,91269	1,13779	1,39227	1,63570	1,82082
b	0,33204	0,40944	0,5084	0,6456	0,83541	1,09024	1,41870	1,82082	2,27674

c. Détermination de Kα

A partir des deux tableaux K_0 et K_1 pour θ=0.536, on détermine le tableau de Kα par la formule

$$0.10 \prec \theta \prec 1 \Rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0)\cdot \alpha^{\beta}, \beta = 1 - e^{\left(\frac{0.065-\theta}{0.663}\right)}$$

Tableau donnant les valeurs de Kα pour α=0.155 et θ=0.536

	(-b)	(-3b/4)	(-b/2)	(-b/4)	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0,64389	0,83387	1,02130	1,18057	1,25342	1,18057	1,02130	0,83387	0,64389
b/4	0,21084	0,45381	0,70308	0,95354	1,18057	1,32989	1,34638	1,29148	1,22006
b/2	-0,12294	0,13678	0,40872	0,70308	1,02130	1,34638	1,63039	1,82037	1,97106
3b/4	-0,40113	-0,14053	0,13678	0,45381	0,83387	1,29148	1,82037	2,37681	2,89944
b	-0,65833	-0,40113	-0,12294	0,21084	0,64389	1,22006	1,97106	2,89944	3,95416

d. Evaluation des K_α correspondant à la position réelle des poutres

La poutre P1 est une poutre centrale qui coïncide avec l'axe de symétrie de pont, donc P1 est sur la position active (0b) et garde les mêmes valeurs de la position 0b. Pour les autres poutres on procède à une interpolation linéaire

- **Exemple de calcul pour la poutre P2**

Pour P2 on a **b/4=1,25 ‹ yP2=1,425m ‹ b/2=2,5m** on interpole entre la position active b/4 et

	(-b)	(-3b/4)	(-b/2)	(-b/4)	0	b/4	b/2	3b/4	b
b/4=1,25	0,21084	0,45381	0,70308	0,95354	1,18057	1,32989	1,34638	1,29148	1,22006
P2 =1,425	0,16411	0,40943	0,66187	0,91848	1,15828	1,33220	1,38614	1,36553	1,325208
b/2=2,5	-0,12294	0,13678	0,40872	0,70308	1,02130	1,34638	1,63039	1,82037	1,97106

Les résultats pour les autres poutres sont présentés dans le tableau suivant

Tableau donnant les valeurs de K_α correspondant aux positions réelles des poutres.

	(-b)	(-3b/4)	(-b/2)	(-b/4)	0	b/4	b/2	3b/4	b
p1	0,64389	0,83387	1,02130	1,18057	1,25342	1,18057	1,02130	0,83387	0,643891
p2	0,16411	0,40943	0,66187	0,91848	1,15828	1,33220	1,38614	1,36553	1,325208
p3	-0,20084	0,05913	0,33257	0,63328	0,96882	1,33101	1,68358	1,97618	2,231012
p4	-0,50916	-0,24999	0,02769	0,35176	0,75408	1,26149	1,88366	2,59631	3,342425

e. Détermination des coefficients « $k_{\alpha moy}$ »,

- ***<u>Cas de charges concentrées :</u>***

$K_{\alpha moy}$ est la moyenne entre les K_α correspondants de chaque force.

$$K_{\alpha moy} = \frac{\sum P_i \cdot K_i(y)}{\sum P_i}$$

Dans le cas des surcharges B_c ou B_t les charges sont identiques dans chaque convoi, la formule (1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$K_{\alpha moy} = \frac{\sum K_i(y)}{n}$$

n : Étant le nombre de charges concentrées.

- ***<u>Cas d'une surcharge uniformément répartie :</u>***

Dans ce cas, on utilise l'aire hachurée par la méthode des trapèzes, on divise l'intervalle en (n) parties égales, puis en calcule l'ordonnée au niveau de chaque section.

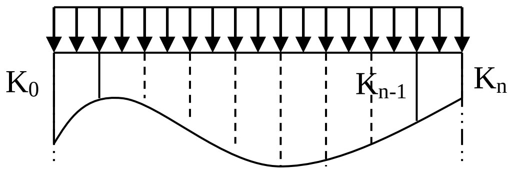
La surface est calculée par la méthode des trapèzes :

$$\sum \Lambda_i = \int_{-b}^{+b} K(y) \cdot dy = \frac{2b}{n} \cdot \left[\frac{K_0}{2} + K_1 + \cdots + \frac{K_n}{2} \right]$$

Avec :

$$K_{\alpha moy} = \frac{\sum \Lambda_i}{2b}$$

2b : largeur surchargée.



On dessine graphes pour les poutres P1, P2, P3 et P4 et on charge de telle façon à avoir les valeurs maximales des coefficients de répartition $K_{\alpha moy}^{max}$

Un exemple de disposition différentes charges pour les poutres1 et 2 est présenté après ci-dessous

Exemple de calcul pour la poutre P1

- **Système Mc120**

$$K_{\alpha moy}^{max} = \frac{1,125 + 1,125}{2} = 1,125$$

- **Convoi D240**

$$K_{\alpha moy}^{max} = \frac{S}{3,2} = 1,2098$$

S : surface de la ligne d'influence sous la charge D240 (largeur 3,2m)

Après le calcul, les résultats sont présentés dans le tableau suivant

Tableau donnant les valeurs de $K_{\alpha moy}^{max}$ pour chaque poutre :

		Poutre 1	Poutre 2	Poutre 3	Poutre 4
A (l)	1vc	1.2016	1.3333	1.4633	1.5348
	2vc	1.0923	1.1963	0.9911	0.8951
B_C	1vc	1.2250	1.1361	1.5875	1.7825
	2vc	1.1475	1.2264	1.2520	1.2416
B_t	1vc	1.2250	1.2175	1.5275	1.6500
	2vc	1.1356	1.0920	1.1184	1.0510
M_{C120}	/	1.1250	1.2375	1.3475	1.3875
D_{240}	/	1.2098	1.1444	0.9804	0.7905
Trottoirs	1tr	0.7625	1.3477	2.0475	2.8500
	2tr	0.7625	0.8438	0.9612	1.2625

5. Moment réels pour chaque cas (x=0,5L)

Les valeurs des moments moyens M0=M/7 sont évalués précédemment par les lignes d'influence (Exemple **à x=0,5L**), le tableau suivant présente les valeurs réelles des moments pour chaque poutre et sous les différents systèmes de charge

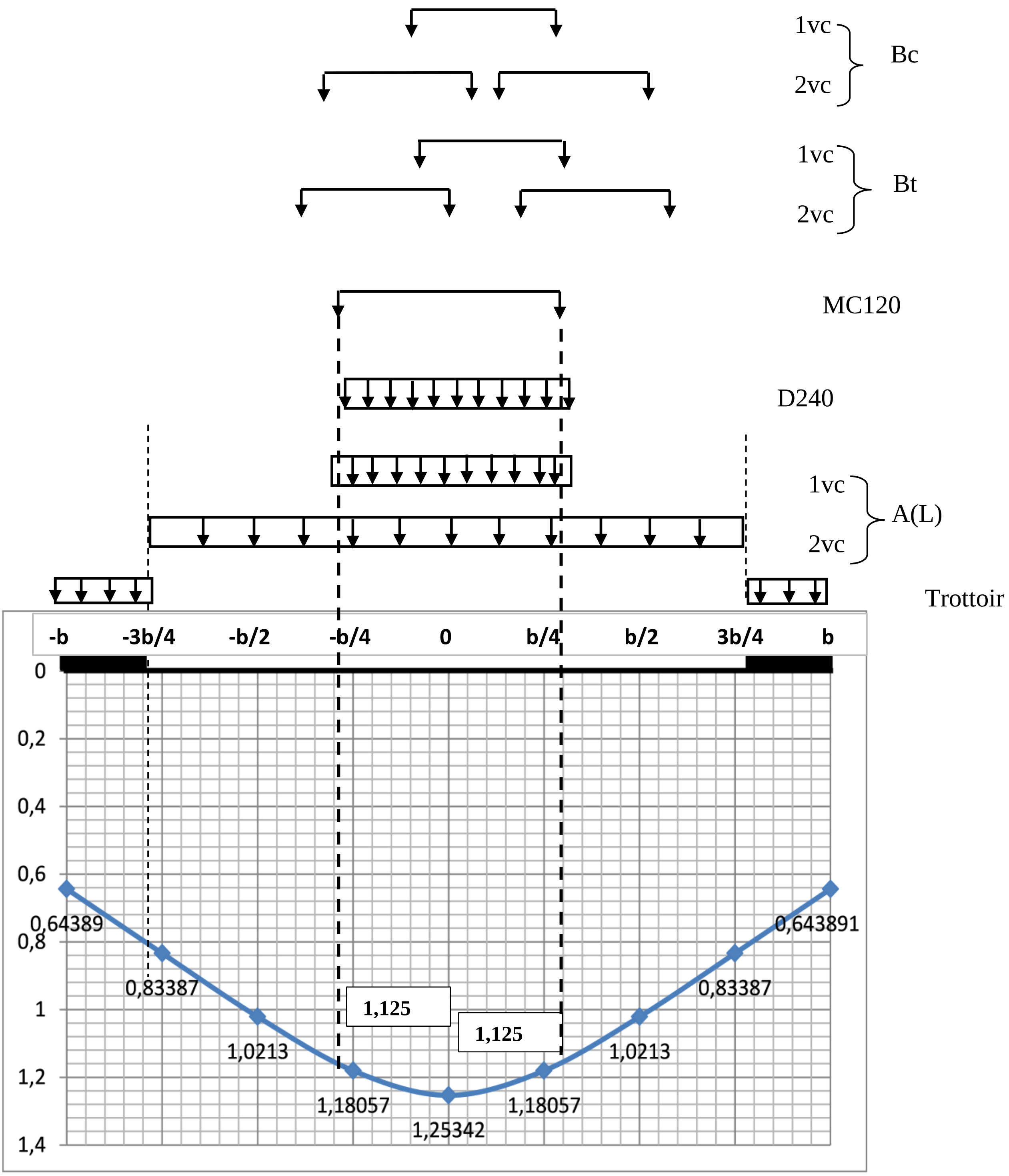
$$\mathbf{M = M_0 . K_{\alpha m}}$$

M0=M/n le moment moyen dans une section « x »

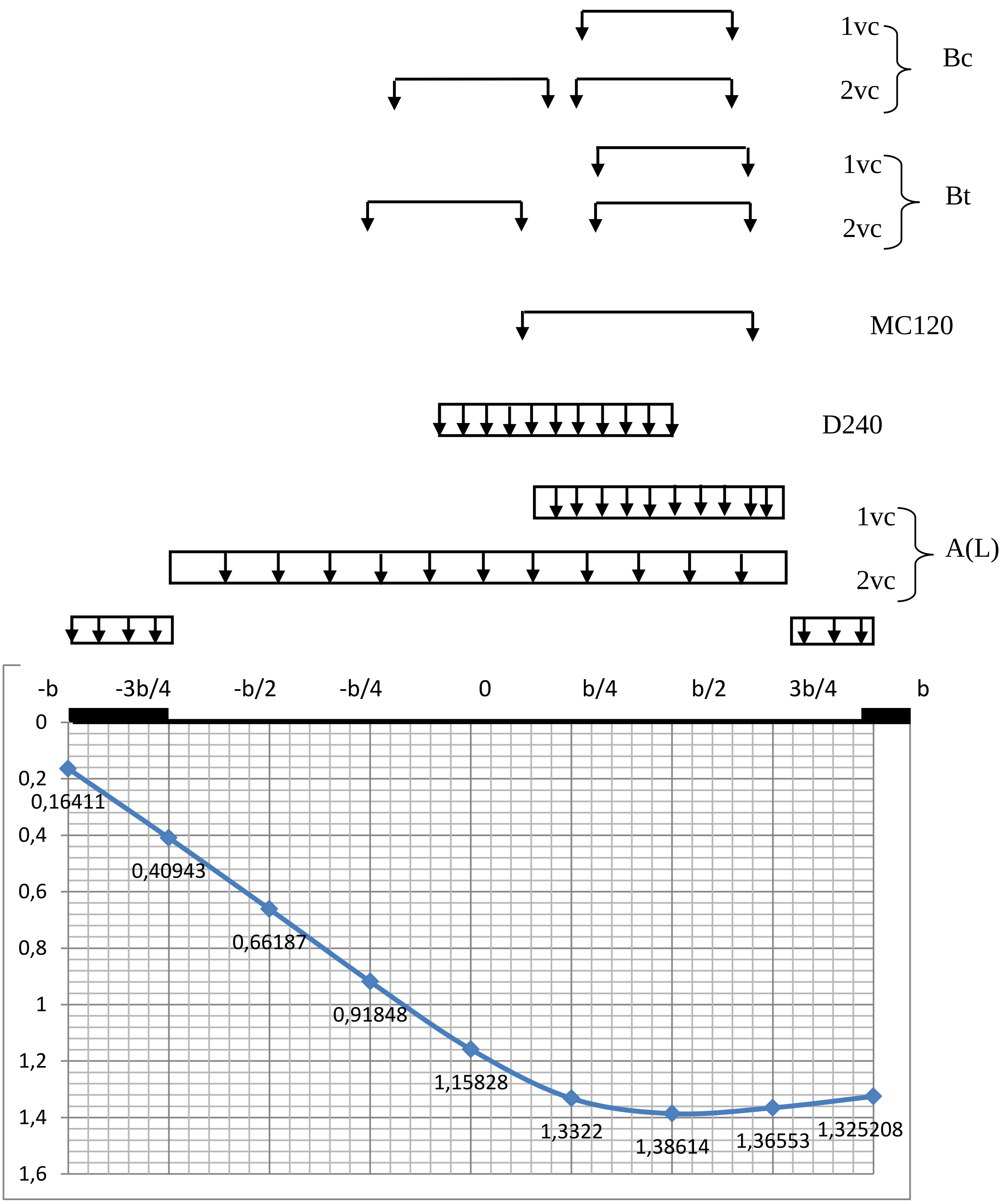
N=7 : nombre de poutre

			Poutre 1		**Poutre 2**		**Poutre 3**		**Poutre 4**	
		M0= M/7	$K_{\alpha moy}^{max}$	**M**	$K_{\alpha moy}^{max}$	**M**	$K_{\alpha moy}^{max}$	**M**	$K_{\alpha moy}^{max}$	**M**
A (l)	1vc	68.234	1.2016	81.989	1.3333	90.976	1.4633	99.851	1.5348	104.725
	2vc	136.468	1.0923	149.063	1.1963	163.256	0.9911	135.253	0.8951	122.152
B_C	1vc	58.460	1.2250	71.613	1.1361	78.693	1.5875	92.805	1.7825	104.204
	2vc	107.177	1.1475	122.985	1.2264	131.441	1.2520	134.185	1.2416	133.070
B_t	1vc	37.898	1.2250	46.301	1.2175	46.140	1.5275	57.889	1.6500	62.531
	2vc	75.797	1.1356	86.075	1.0920	82.770	1.1184	84.775	1.0510	79.662
M_{C120}	/	124.298	1.1250	139.835	1.2375	153.818	1.3475	167.491	1.3875	172.463
D_{240}	/	198	1.2098	**239.540**	1.1444	226.591	0.9804	194.119	0.7905	156.519
Trot	1tr	3.627	0.7625	2.765	1.3477	4.888	2.0475	14.852	2.8500	10.336
	2tr	7.254	0.7625	5.531	0.8438	6.120	0.9612	6.972	1.2625	9.158

Exemple Kα pour la Poutre P1



Kα pour la Poutre P2



.