

Chapitre 2

MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES

I. Introduction

Les propriétés magnétiques des matériaux jouent un rôle important dans les machines et les appareils électriques comme les moteurs, les transformateurs.

Leur rôle est prépondérant dans le stockage de l'information (disque dur d'ordinateur) qui se fait par l'intermédiaire d'un substrat doté de propriétés magnétiques spécifiques.

II. RAPPEL DE DÉFINITIONS, NOTATIONS

II.1 Induction magnétique et champ magnétique dans le vide

Dans le vide existe une propriété que l'on appelle champ magnétique ou induction magnétique. On peut la mettre en évidence, en un point P quelconque, par l'une ou l'autre des expériences suivantes (fig. II.1 et II.2).

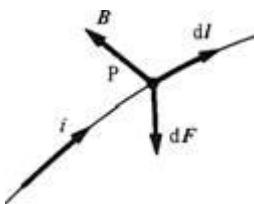


Figure. II.1 Expérience No 1.

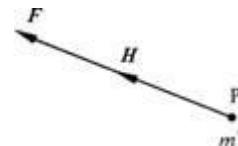


Figure. II.2. Expérience No 2.

Dans l'expérience No 1, on fait passer par P un conducteur parcouru par un courant i. L'élément de longueur dl de ce conducteur autour de P subit une force dF donnée par la loi de Laplace.

$$dF = i dl \wedge B \quad (\text{II.1})$$

La force dF est une mesure directe de l'induction magnétique B dont l'unité est le Tesla (T).

Dans l'expérience No 2, on place en P une masse magnétique m, qui subit une force F donnée par la loi de Coulomb

$$F = m H \quad (\text{II.2})$$

La force F est une mesure directe du champ magnétique H dont l'unité est l'ampère par mètre (A/m).

Les effets observés en P peuvent provenir :

- de la présence de courants électriques au voisinage de P;
- de la présence de masses magnétiques au voisinage de P;
- de ces deux causes réunies.

En conclusion, B et H traduisent, dans le vide, une même propriété. Celle-ci se révélant différent en présence d'une masse magnétique ou d'un courant, il est naturel de poser une relation de proportionnalité entre B et H:

$$B = \mu_0 H \quad (\text{II.3})$$

Les unités choisies pour B (Wb/m² ou T) et H (A/m) déterminent la constante de proportionnalité μ_0

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$$

On appelle μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

II.2 Matériaux magnétiques. Définition

Soumises à une induction magnétique, certaines substances se mettent à produire elles-mêmes, dans le volume qu'elles occupent et à l'extérieur, une induction magnétique. On dit qu'elle **s'aimantent ou se polarisent magnétiquement**. Il s'agit-là d'une propriété générale de la matière. Toutefois, cette propriété ne se manifeste très visiblement que dans certains matériaux appelés **matériaux magnétiques**.

Le spin des électrons et, dans une faible mesure, leur mouvement orbital autour du noyau sont responsables de ce phénomène, dont l'essence même ne peut être étudiée que par la physique quantique. Toutefois, du point de vue de l'ingénieur, le comportement détaillé des électrons dans le processus d'aimantation est décrit plus utilement par le concept de **moment magnétique atomique**.

II.2.1 Moment magnétique atomique. Instrument d'étude des matériaux magnétiques

Le moment magnétique d'un atome est une propriété de celui-ci que l'on peut représenter par deux modèles:

- le dipôle magnétique (fig. II.3);
- le courant ampérian (fig. II.4).

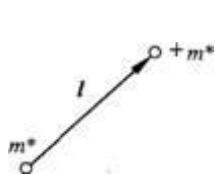


Figure. II.3



Figure. II.4

Le dipôle magnétique est constitué de deux masses magnétiques de signes opposés, séparées par une distance l . Le moment magnétique associé à ce modèle porte le nom de moment magnétique dipolaire m_d . Il est défini par :

$$m_d = m l \quad \text{Wb m} \quad (\text{II.4})$$

Le courant ampérian est un petit courant circulaire censé exister à l'échelle atomique, qui pourrait représenter une résultante des mouvements des électrons autour du noyau. Le moment magnétique associé à ce modèle porte le nom de moment magnétique ampérian m_A . Il est défini par (II.5) dans laquelle A est le vecteur représentant la surface délimitée par le courant circulaire i .

$$m_A = i A \quad \text{A-m}^2 \quad (\text{II.5})$$

II.2.2. Induction magnétique et champ magnétique dans la matière

Les expériences décrites aux figures II.1 et II.2 peuvent, théoriquement, être réalisées dans la matière. On supposera que la présence, entre les atomes, de la masse magnétique m , respectivement du courant i , ne modifie pas la polarisation magnétique de l'échantillon. Les forces agissant sur m , respectivement i , peuvent avoir plusieurs origines que l'on répartira en deux classes.

- Dans la première figure, seule, la polarisation magnétique de l'échantillon lui-même, résultant de la présence dans celui-ci de dipôles magnétiques ou de courants ampériens.
- Dans la seconde sont regroupés tous les autres facteurs susceptibles d'agir sur m et i tels que les courants circulant à l'extérieur ou même à l'intérieur de l'échantillon comme les courants de Foucault, les aimants se trouvant dans le voisinage, etc.

En utilisant des indices 1 et 2 pour marquer les contributions des facteurs relevant des classes correspondantes, on peut écrire par généralisation de (II.1) et (II.2)

$$d\mathbf{F} = i \, d\mathbf{I} \wedge (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2) \quad (\text{II.6})$$

et

$$\mathbf{F} = m (\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2) \quad (\text{II.7})$$

L'équation (II.3) serait encore valable si l'on posait $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ et $\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2$. L'induction magnétique et le champ magnétique auraient alors des rôles totalement comparables, dans le vide aussi bien que dans la matière. Or,

- l'induction magnétique \mathbf{B} , *par définition*, est une mesure des facteurs relevant des classes 1 **et 2**
- le champ magnétique \mathbf{H} , *par définition*, est une mesure des facteurs relevant de la classe 2 **uniquement**.

Il en résulte que (II.1) est valable partout, tandis que les équations (II.2) et (II.3) sont valables dans le vide seulement.

II.2.3. Vecteur aimantation

L'induction magnétique dans la matière peut être exprimée par l'équation

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (\text{II.8})$$

Cette équation définit le **vecteur aimantation M** , mesure de la densité volumique de moment magnétique ampérien. L'unité de M est l'ampère par mètre.

II.2.4. Vecteur polarisation magnétique

L'induction magnétique dans la matière peut aussi être exprimée par l'équation

$$B = \mu_0 H + I \quad (\text{II.9})$$

Cette équation définit le **vecteur polarisation magnétique I** , mesure de la densité volumique de moment magnétique dipolaire. L'unité de I est le Tesla.

I et M rendent compte du même phénomène

II.2.5. Susceptibilité magnétique

On appelle **susceptibilité magnétique absolue** χ , le rapport :

$$\chi = I / H \quad H/m \quad (II.10)$$

La **susceptibilité magnétique relative** χ_r est définie par

$$\chi_r = M / H \quad (II.11)$$

II.2.6. Perméabilité magnétique

On appelle **perméabilité magnétique absolue** μ la grandeur

$$\mu = \mu_0 + X = \mu_0 (1 + X_r) \quad H/m \quad (II.12)$$

La perméabilité magnétique relative

$$\mu_r = \mu / \mu_0; \quad (II.13)$$

II.2.7. Magnéton de Bohr

La théorie montre qu'un moment magnétique est toujours un multiple entier d'un moment magnétique unitaire appelé *magnéton de Bohr* m_B . Dans le modèle ampérian,

$$m_B = 9,273 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 \quad (II.14)$$

Dans le modèle dipolaire

$$m_B = 1,165 \cdot 10^{-29} \text{ Wb.m} \quad (II.15)$$

II.3. Classification magnétique des matériaux

En utilisant la théorie de Bohr-Sommerfeld, on peut assimiler la circulation de l'électron sur son orbite à un courant électrique circulant dans une spire. La circulation de l'électron engendre un moment magnétique perpendiculaire au plan de l'orbite. L'intensité de ce moment magnétique est mesurée par le nombre quantique magnétique m_l . De même, la rotation (spin) de l'électron sur lui-même engendre également un moment magnétique qui est quantifié par le nombre magnétique de spin m_s qui peut prendre deux valeurs distinctes ($+1/2$ et $-1/2$) quand $m_s = +1/2$, le moment magnétique est parallèle au champ magnétique. Si $m_s = -1/2$, le moment magnétique est orienté dans une direction opposée à celle du champ magnétique.

Lorsque les couches électroniques sont complètes, les moments magnétiques des électrons se compensent et **le moment magnétique résultant est nul**: seuls les atomes possédant des couches électroniques incomplètes auront un moment magnétique permanent.

À l'état solide, ce sont seulement les atomes qui auront une couche électronique **interne incomplète** qui ont un moment magnétique permanent, car la couche électronique externe (électron de valence) est complétée par les électrons de valence des atomes voisins.

Éléments	Z	3s	3p	3d	4s
Fe	26				
Co	27				
Ni	28				
Cu	28				

Figure II.5. Disposition des électrons dans les couches électroniques 3d et 4s du fer (Fe), cobalt (Co), nickel (Ni) et cuivre (Cu).

Parmi les éléments qui possèdent une couche électronique incomplète, il faut citer les éléments de transition de la première série et en particulier le fer, le cobalt et le nickel qui constituent des matériaux magnétiques importants (fig. II.5).

Sur la base de leur comportement magnétique, on peut diviser les matériaux en cinq groupes:

- diamagnétique,
- paramagnétique,
- ferromagnétique,
- antiferromagnétique,
- ferrimagnétique.

Les matériaux diamagnétiques sont composés d'atomes ayant tous des couches électroniques complètes et qui ne possèdent pas de moment magnétique permanent.

Leur susceptibilité magnétique est petite, négative ($\chi_r \simeq -10^{-6}$) et indépendante de la température. Le vecteur d'aimantation M est de sens opposé à celui du vecteur champ magnétique H. Un certain nombre de métaux (Cu, Ag), les non-métaux, la plupart des composés organiques sont diamagnétiques.

Tableau II.1			
Matière	χ_r	Matière	χ_r
Si	$-1,2 \cdot 10^{-6}$	Se	$-4,0 \cdot 10^{-6}$
Cu	$-1,08 \cdot 10^{-6}$	Ag	$-2,4 \cdot 10^{-6}$
Zn	$-1,9 \cdot 10^{-6}$	Pb	$-1,4 \cdot 10^{-6}$
Ge	$-1,5 \cdot 10^{-6}$	$Al_2 O_3$	$-3,5 \cdot 10^{-6}$

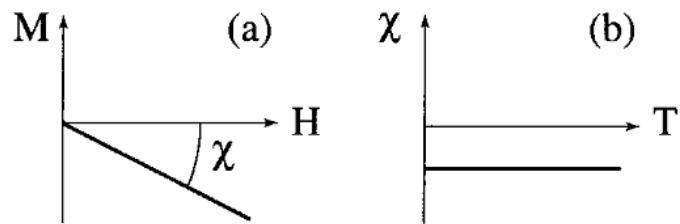


Figure II.6. Variations sous champ magnétique de l'aimantation (a) et variation thermique de la susceptibilité magnétique (b) pour une substance diamagnétique

Les matériaux paramagnétiques : Dans un grand nombre de cas, le magnétisme des substances paramagnétiques provient des moments magnétiques permanents portés par tout ou partie des atomes. Ces moments n'interagissent pratiquement pas entre eux et peuvent s'orienter librement dans n'importe quelle direction, on parle alors du paramagnétisme des atomes libres (figure II.7).

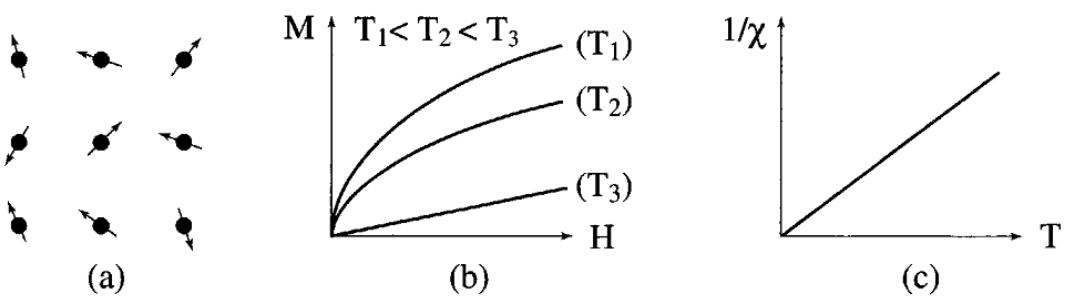


Figure II.7. Paramagnétisme des atomes libres

Sous l'action d'un champ magnétique, la valeur moyenne de l'orientation des moments est modifiée et une aimantation induite parallèle au champ apparaît. Cette aimantation est d'autant plus faible que la température est élevée, c'est-à-dire que l'agitation thermique est importante (figure II.7.b). Au fur et à mesure que la température augmente les variations de l'aimantation en fonction du champ deviennent de plus en plus linéaires. La susceptibilité initiale, positive, est infinie au zéro absolu et décroît lorsque la température augmente. Elle est généralement de l'ordre

de 10^{-3} à 10^{-6} à la température ambiante. Dans le cas idéal, l'inverse de la susceptibilité initiale varie proportionnellement à la température : c'est la loi de Curie (figure II.7.c).

Le tableau II.2 donne quelques valeurs de susceptibilités à température ambiante, respectivement à 1000°C pour les deux substances marquées d'un astérisque.

Tableau II.2			
Matière	χ_r	Matière	χ_r
Na	$8,6 \cdot 10^{-6}$	Pt	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Al	$7,7 \cdot 10^{-6}$	U	$3,3 \cdot 10^{-5}$
Mn	$1,2 \cdot 10^{-4}$	CoO	$0,75 \cdot 10^{-3}$
Ta	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Fe_3C^*	$3,7 \cdot 10^{-5}$
W	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Fe_γ^*	$2,5 \cdot 10^{-5}$

Les matériaux antiferromagnétisme: L'antiferromagnétisme est un magnétisme faible similaire au paramagnétisme dans le sens où la **susceptibilité est faible et positive**. Cependant la variation thermique de l'inverse de la susceptibilité, mesurée sur une substance polycristalline, présente un minimum à la température dite **température de Néel TN** (figure II.8.c). Ce maximum de susceptibilité a pour origine l'apparition, en-dessous de TN, d'un arrangement antiparallèle des moments magnétiques présents dans la substance qui se divisent, dans les cas les plus simples, en **deux sous-réseaux d'aimantations égales et opposées** de sorte qu'en l'absence de champ, **l'aimantation totale est nulle** (figure II.8.a).

Cet arrangement antiparallèle des moments individuels est la conséquence d'interactions entre atomes voisins (appelées **interactions d'échange négatives**). Celles-ci s'opposent à l'action du champ appliqué qui tendrait à rendre les moments parallèles. Quand la température décroît en dessous de TN, la susceptibilité diminue car l'agitation thermique qui s'oppose à l'ordre antiferromagnétique des moments diminue. A haute température. L'agitation thermique prend le dessus et l'on retrouve une variation thermique de la susceptibilité similaire à celle d'un paramagnétique (figure II.8.b et c).

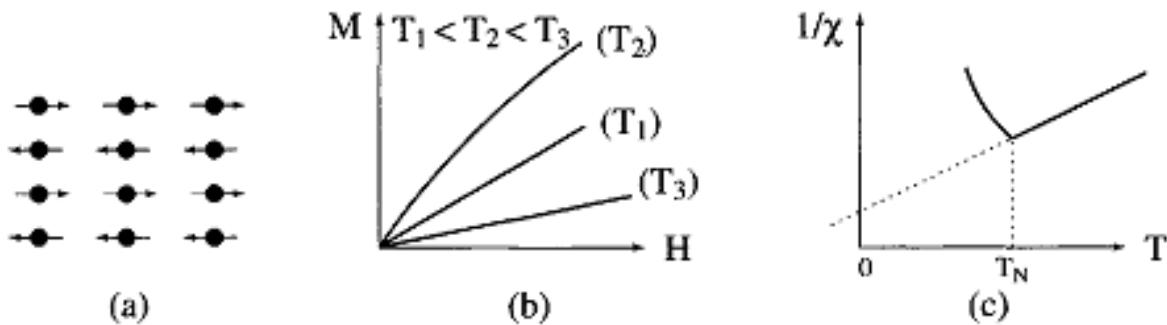


Figure II.8. Antiferromagnétisme: (a) réseau de spins- (b) $M(H)$; (c) $\chi^{-1}(T)$

Les matériaux ferromagnétiques: Contrairement au cas précédent, **des interactions dites d'échange positives** favorisent, dans une substance ferromagnétique, **le parallélisme des moments magnétiques d'atomes voisins** (figure II.9.a). Tout se passe alors comme si un champ magnétique, appelé **champ moléculaire**, alignait les moments (ce **champ fictif** nous sera utile pour décrire le ferromagnétisme, mais en réalité ce n'est pas un vrai champ magnétique). Comme pour l'antiferromagnétisme, à haute température l'agitation thermique conduit à une susceptibilité similaire à celle d'un paramagnétique: c'est la loi de Curie-Weiss schématisée sur la figure II.9.c.

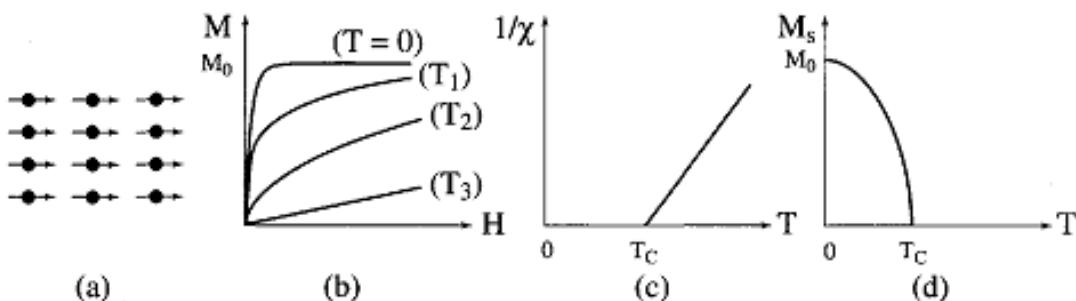


Figure II.9. Ferromagnétisme:

- (a) Réseau des pins- (b) Variation sous champ de l'aimantation ($T_1 < T_c < T_2 < T_3$)
- (c) Variation thermique de $1/\chi$ - (d) Variation thermique de l'aimantation spontanée

Cependant, en raison des interactions magnétiques, la susceptibilité - au lieu de devenir infinie à 0 K comme dans un paramagnétique - devient infinie à une température caractéristique, appelée température de **Curie T**. En dessous de cette température, les interactions dominent l'agitation thermique et une aimantation spontanée (M_s) apparaît en l'absence de champ appliqué, l'aimantation qui atteint à température nulle sa valeur maximale, M_0 , correspondant au parallélisme de tous les moments individuels (figures II.9.b et II.9.d).

Malgré l'existence d'une aimantation spontanée en dessous de T_c , un morceau de matériau ferromagnétique **n'est pas toujours spontanément aimanté**: son **moment magnétique peut**

être nul, on dit alors que **le matériau est désaimanté**. Ceci résulte du fait que l'intérieur du matériau est divisé en domaines magnétiques, appelés **domaines de Weiss** ; chaque domaine, qui comporte un grand nombre d'atomes, est spontanément aimanté. D'un domaine à l'autre la direction des moments, c'est-à-dire de l'aimantation spontanée locale, varie de sorte que le moment magnétique total de l'échantillon est nul. Cependant en appliquant un champ, on modifie la répartition des domaines et il en résulte la variation de l'aimantation représentée en trait plein sur la figure II.10 et appelée courbe de première aimantation : ainsi, au niveau macroscopique, un ferromagnétique est une substance qui acquiert généralement une forte aimantation sous l'action d'un champ.

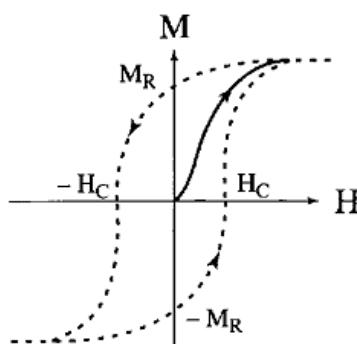


Figure II.10. Courbe d'aimantation d'un matériau non aimanté ou courbe de première aimantation (trait plein) Cycle d'hystérésis (traits discontinus)

Les matériaux ferrimagnétiques : Le ferrimagnétisme caractérise un matériau de type antiferromagnétique dans lequel les deux sous-réseaux n'ont pas la même aimantation (figure II.11.a). Il n'y a alors plus compensation exacte de l'aimantation des deux sous-réseaux. Il en résulte, en dessous de la température d'ordre T_c , une aimantation spontanée de sorte que, comme le montrent les figures II.11.b et II.11.d, les propriétés macroscopiques d'un ferrimagnétique dans cette gamme de températures peuvent présenter une ressemblance frappante avec celles d'un ferromagnétique.

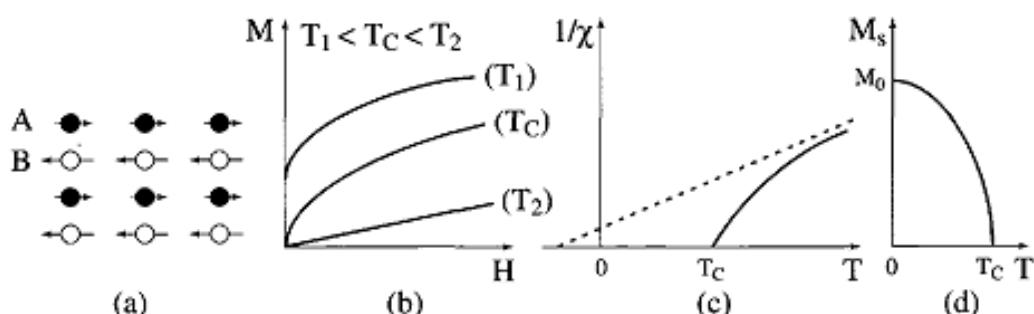


Figure II.11. Ferrimagnetisme: (a) Réseau de spins - (b) Variation sous champ de l'aimantation - (c) Variation thermique de $1/\chi$ - (d) Variation thermique de l'aimantation spontanée.

II.4 Comportement ferromagnétique: matériaux magnétiques durs et doux

Les matériaux ferromagnétiques sont des aimants permanents ou des matériaux qui sont attirés par les aimants permanents. La susceptibilité magnétique χ_r des ferromagnétiques est très élevée. Elle peut atteindre 10^6 dans les matériaux utilisés pour les noyaux d'électroaimants qui jouent un rôle capital en électrotechnique.

Les aimants permanents sont des solides qui possèdent un moment magnétique permanent. On sait par expérience que lorsqu'on divise un aimant permanent, on obtient toujours des dipôles magnétiques et qu'il n'est pas possible d'obtenir un aimant ne possédant qu'un seul pôle. Un aimant permanent est constitué d'atomes, dont certains possèdent un moment magnétique permanent.

Les matériaux ferromagnétiques sont relativement peu nombreux (Fe, Co, Ni; alliages Co-terres rares). Dans ces matériaux, les moments magnétiques atomiques sont alignés sur des grandes distances et forment des domaines de même orientation, nommés **domaines de Weiss**, séparés par des interfaces appelées **parois de Bloch**. Cette notion de domaine magnétique séparé par des parois est fondamentale pour la compréhension du comportement des aimants doux et des aimants permanents.

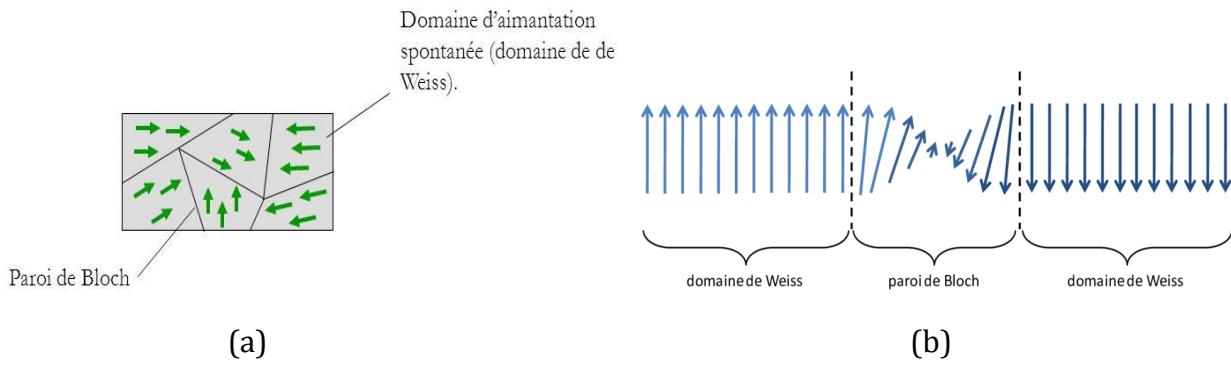


Figure. II.12. Domaines de Weiss et parois de Bloch d'un matériau ferromagnétique: (a) domaines de Weiss; (b) paroi de Bloch séparant deux domaines de Weiss avec réorientation progressive des moments magnétiques.

La magnétisation d'un matériau ferromagnétique entraîne une orientation de tous les dipôles magnétiques élémentaires dans la même direction. Cette magnétisation s'effectue en général sous l'action d'un champ magnétique extérieur. Si l'ensemble des dipôles magnétiques du matériau sont orientés dans une même direction, le matériau est **magnétisé à saturation** (fig. II.12.(a)). Cette situation correspond à un état d'énergie élevé, car les lignes d'induction sortent du cristal pour fermer le circuit magnétique. Une subdivision en domaines de différentes orientations est énergétiquement plus favorable, car cela permet de maintenir le champ magnétique à l'intérieur du

cristal. La taille minimum des domaines est cependant limitée en raison de l'augmentation d'énergie associée à la formation des parois de Bloch.

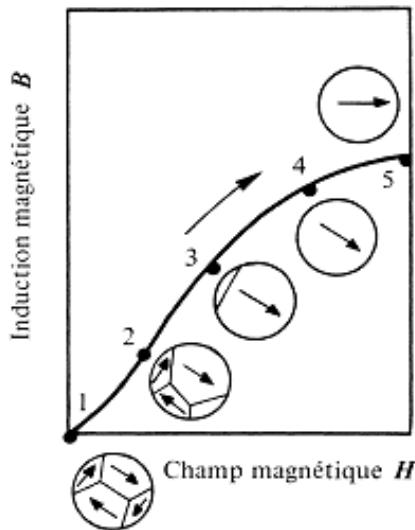


Figure II.13. Courbe d'induction magnétique B en fonction du champ magnétique appliqué H (points 1 à 5), élimination progressive des parois des domaines de Weiss pour atteindre l'état de saturation pour un champ parallèle à l'abscisse.

En général les domaines de Weiss, ont des dimensions inférieures à 100 µm. Leurs dimensions qui varient d'un matériau à l'autre sont modifiées sous l'action d'un champ magnétique extérieur.

Cette différence de comportement permet de faire la distinction entre un matériau magnétique **doux** (aimant non permanent) comme le fer pur, et un matériau magnétique **dur** (aimant permanent) comme l'acier trempé et le composé intermétallique Co₅Sm.

Lorsqu'on soumet un matériau ferromagnétique à l'action d'un champ magnétique extérieur H , il y a un développement préférentiel et progressif des domaines de Weiss dans une direction voisine de H . Cette croissance des domaines de Weiss se fait par orientation progressive des dipôles et par élimination des parois (fig. II.13, points 1, 2, 3, 4). Finalement, l'orientation du champ magnétique interne devient parallèle au champ appliqué. L'induction magnétique B est à saturation et la courbe B - H atteint un palier, car il n'y a plus de domaine à orienter ($dB/dH = 0$). On ne trouve plus alors qu'un seul domaine de Weiss (fig. II.13, point 5).

Si on diminue progressivement le champ appliqué H , des domaines de Weiss désorientés se reforment et le matériau tend à retrouver sa structure magnétique initiale. Cette réorientation est accompagnée de la création et du déplacement des parois de Bloch, ce qui entraîne une diminution de l'induction magnétique B .

Lorsqu'après saturation le champ magnétique H est annulé, il subsiste en général une certaine orientation préférentielle qui confère au matériau un moment magnétique permanent. La valeur du champ magnétique interne résiduel B_r est appelée **rémanence** (fig. II.14, point 3). Pour revenir à l'état initial, il est nécessaire d'appliquer un champ négatif appelé **champ coercitif** H_c (fig. II.13, point 4). L'induction magnétique $B= 0$, pour $H= H_c$.

En augmentant le champ négatif au-delà de H_c , on sature le matériau ferromagnétique dans l'autre sens. En diminuant le champ H dans le sens négatif et en l'augmentant ensuite dans le sens positif (fig. II.14, points 5, 6 et 2), on forme une boucle d'hystérésis. La partie $B> 0$ et $H< 0$ est aussi appelée **courbe de désaimantation**. Celle-ci est une caractéristique importante des aimants permanents pour spécifier leur résistance magnétique (durcissement magnétique). Toute variation d'induction dans un matériau magnétique provoque, à l'intérieur de celui-ci, une dissipation d'énergie généralement sous forme de chaleur qui n'est pas récupérable (**pertes magnétiques**).

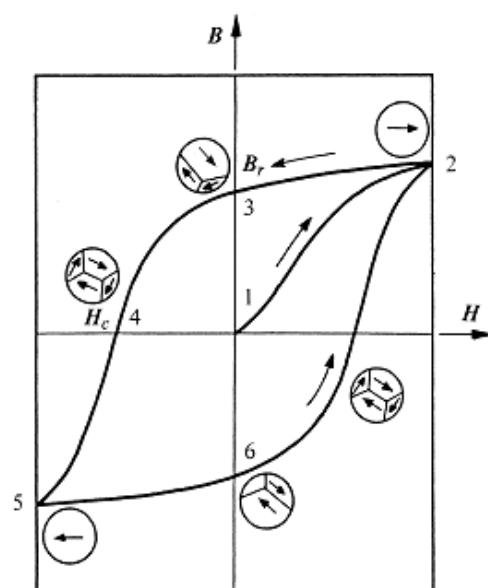


Figure II.14. Courbes de magnétisation induction B - champ H et boucle d'hystérésis. B_r et H_c sont respectivement la rémanence et le champ coercitif.

La surface délimitée par la boucle d'hystérésis est **une mesure de l'énergie dissipée par le matériau durant un cycle**. Les matériaux magnétiques doux ont un cycle étroit et une induction magnétique élevée (fig. II.15, boucle intérieure). Cette combinaison de propriétés permet la création du flux magnétique important tout en réduisant au maximum les pertes énergétiques dans un champ alternatif.

La tôle d'un transformateur est réalisée avec un matériau magnétique doux qui suit facilement les changements du champ magnétique résultant du caractère alternatif du courant électrique. Le cycle d'hystérésis de cette tôle est étroit et les pertes magnétiques, qui entraînent un échauffement de la tôle du transformateur et une diminution de rendement, sont réduites au maximum.

La valeur du produit $B \times H$ varie le long de la courbe de désaimantation (fig. II.15) entre $B_{r0} \times 0$ et $0 \times H_c$ en passant par la valeur maximale $(B \times H)_{\max}$. La valeur de $(B \times H)_{\max}$ est une mesure de la dureté d'un aimant permanent. Le produit $(B \times H)_{\max}$ des matériaux ferromagnétiques a considérablement augmenté depuis le début de ce siècle. Comme nous le montrons dans l'exemple illustratif de ce chapitre, ces matériaux sont devenus indispensables pour les technologies de pointe. Les matériaux ferrimagnétiques sont des propriétés magnétiques analogues à celles des matériaux ferromagnétiques: il existe des **ferrimagnétiques doux et durs**.

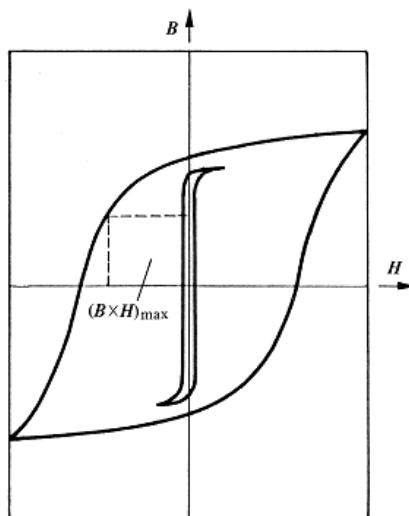


Figure II.15. Courbes de magnétisation induction B- champ H. Petite boucle = aimant doux; grande boucle = aimant permanent. La valeur de $(B \times H)_{\max}$ caractérise la dureté de l'aimant.

III. Hystérésis et bobine à noyau de fer

Lorsqu'on soumet un matériau ferromagnétique à une excitation magnétique alternative (variant entre deux valeurs opposées avec une certaine fréquence), il se produit un phénomène dit d'"hystérésis", dû au fait que les domaines (de Weiss) du métal présentent une certaine constante de temps avant de s'orienter. Il existe un retard entre l'application de l'excitation magnétique et l'apparition du champ magnétique.

III.1. Analyse du phénomène

Considérons un circuit bobiné sur une carcasse ferromagnétique toroïdale (fig. II.16) et alimenté par une source de tension $v = V_{\max} \sin(\omega t)$. Après quelques phénomènes transitoires, il s'établit un régime permanent caractérisé par le fait que, pour la même valeur de l'excitation H dans un élément $d\tau$, le champ B y prend 2 valeurs différentes, selon qu'il s'agit de la demi-période croissante (point **a** fig.II.17) ou de la demi-période décroissante (point **b** fig.II.17).

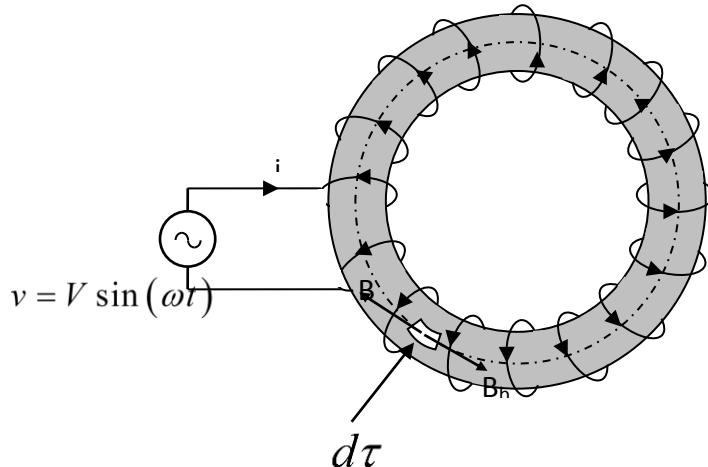


Figure II.16. Bobine à noyau de fer

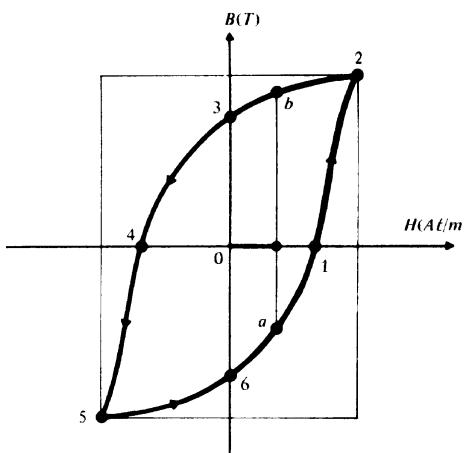


Figure II.17. Cycle d'hystérésis

On dit que le matériau s'est fixé sur un "cycle d'hystérésis", représenté par la courbe $B(H)$ pendant une période T .

Pour étudier le phénomène, appliquons la loi de Faraday qui donne la f.e.m. aux bornes du circuit:

$$e = n \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

Si on néglige la résistance du circuit, ainsi que les fuites de flux (**inductance de fuite l**), la source v compensera à chaque instant cette f.e.m. :

$$v = e = V_{\max} \sin(\omega t) = n \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

On peut calculer le flux créé par le circuit à l'intérieur du noyau par intégration :

$$\varphi(t) = \int \frac{V_{\max}}{n} \sin(\omega t) dt = -\frac{V_{\max}}{n\omega} \cos(\omega t) + \varphi_0$$

où la constante d'intégration φ_0 peut correspondre à la présence d'un aimant permanent, à l'existence d'un flux rémanent ou encore à la présence d'un autre enroulement alimenté en courant continu.

Si $\varphi_0 = 0$ alors :

$$\varphi(t) = -\frac{V_{\max}}{n\omega} \cos(\omega t) = \frac{V_{\max}}{n\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

le déphasage de $-\frac{\pi}{2}$ indique que le flux est en quadrature retard sur la tension $v = V_{\max} \sin(\omega t)$.

D'après la relation $n\varphi = Li$, on en déduit que le courant passant dans la bobine s'écrit :

$$i = \frac{V_{\max}}{L\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

on retrouve la définition de l'impédance d'une bobine parfaite : $Z = L\omega$.

Si la section S est constante, le champ B dans le noyau vaut :

$$B(t) = \frac{\varphi(t)}{S} = \frac{V_{\max}}{n\omega S} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

On voit que la valeur maximale de ce champ est reliée à la valeur efficace de la f.e.m. par la relation :

$$B_{\max} = \frac{V_{\max}}{n\omega S} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_{\text{eff}}}{n \cdot 2\pi \cdot f \cdot S}$$

que l'on peut écrire :

$$V_{\text{eff}} = 4,44 \cdot n \cdot f \cdot S \cdot B_{\max} = 4,44 \cdot n \cdot f \cdot \Phi_{\max}$$

on appelle cette relation **formule de Boucherot**.

Cette expression montre que la valeur maximale du flux Φ_{\max} ne dépend que de la valeur efficace V_{eff} de la tension d'alimentation (à f constante) : on dit que la bobine travaille à **flux forcé**. Un transformateur électrique ou une machine asynchrone fonctionnent à flux forcé.

La tension d'alimentation impose le flux et l'enroulement appelle un courant en conséquence.

IV. Modélisation de la bobine à noyau de fer

IV.1. Energie emmagasinée

L'énergie magnétique W (en Joule) stockée dans un matériau de volume V (en m^3) soumis à un champ magnétique qui passe de B_1 à B_2 est exprimée par :

$$W = V \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB$$

où $\int H \cdot dB$ représente la densité volumique d'énergie magnétique (en J/m^3).

IV.2. Matériau linéaire

On suppose que $B = \mu H$

L'énergie magnétique emmagasinée dans un volume

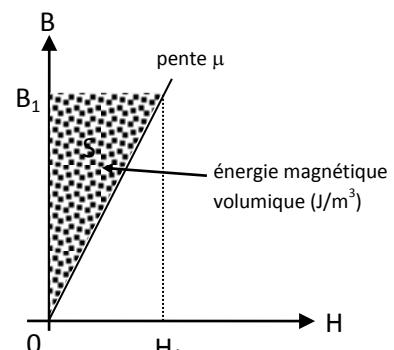
V de matériau, lorsque B passe de 0 à B_1 , est proportionnelle

à l'aire S du triangle grisé ($W = \text{Surface} \cdot \text{Volume}$) :

$$W = \frac{1}{2} \cdot V \cdot B_1 \cdot H_1$$

ou encore

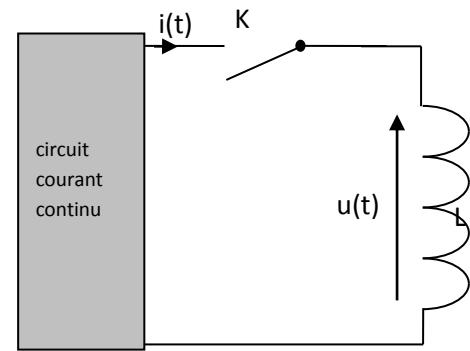
$$W = V \frac{\mu H_1^2}{2} = V \frac{B_1^2}{2\mu}$$



IV.3. Bobine parfaite

Lorsque l'on ferme K à $t = 0$, un courant s'établit, selon une loi qui dépend du reste du circuit et qui ne nous intéresse pas ici.

Au bout d'une durée t_1 , le régime permanent est établi, l'intensité est $i(t_1) = I$.



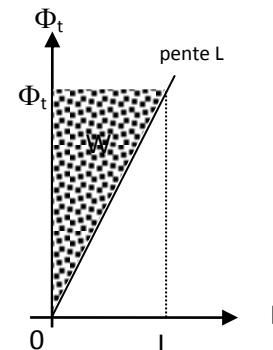
L'énergie électromagnétique W stockée dans la bobine lorsque le courant passe de 0 à I s'écrit :

$$W = \int_0^{t_1} u(t)i(t)dt = \int_0^{t_1} L \frac{di(t)}{dt} i(t)dt = \int_0^{t_1} \frac{L}{2} \frac{di^2(t)}{dt} dt$$

$$W = \frac{1}{2} L \left[i^2(t) \right]_0^{t_1} \Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} L I^2}$$

On obtient une autre expression en faisant intervenir la relation entre le flux total et le courant :

$$\Phi_t = LI \Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} \Phi_t I}$$



Cette énergie correspond au triangle grisé.

IV.4. Energie dans une bobine avec ou sans entrefer

Considérons une bobine satisfaisant l'hypothèse du flux forcé. On suppose le matériau du noyau linéaire et l'entrefer étroit.

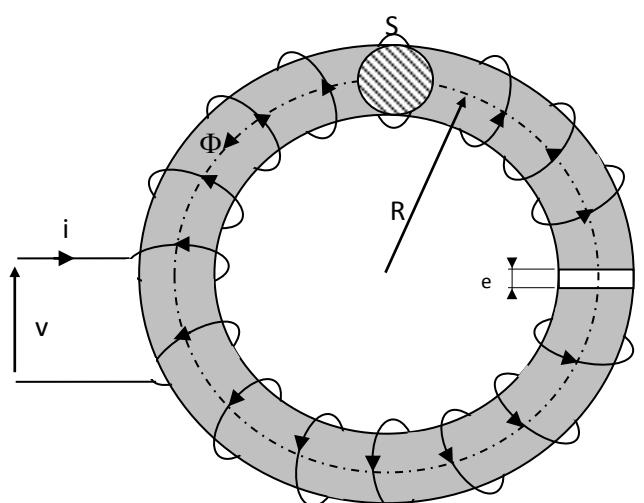
l : longueur moyenne de la ligne de champ $l = 2\pi R$

B champ magnétique dans le fer $B = \mu_r \mu_0 H$

B_e champ magnétique dans l'entrefer $B_e = B = \mu_0 H_e$

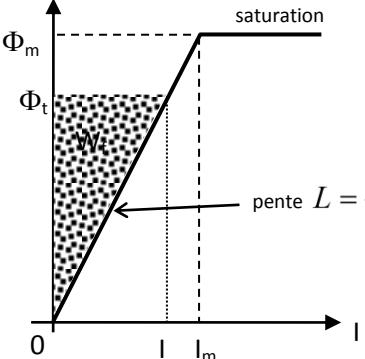
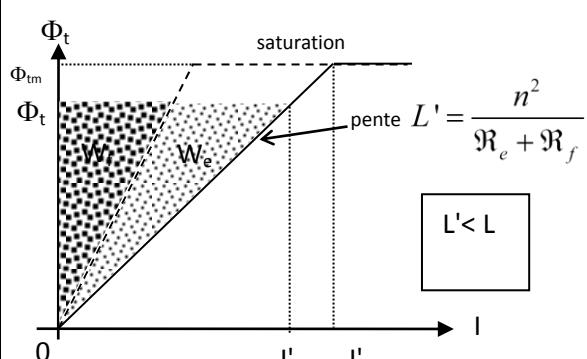
V volume du noyau de fer $V = l \cdot S$

V_e volume de l'entrefer $V_e = e \cdot S$



On peut définir l'inductance propre $L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}}$ où

\mathfrak{R} est la réluctance totale du circuit magnétique de la bobine.

Bobine à noyau de fer sans entrefer	Bobine à noyau de fer avec entrefer
 <p>saturation</p> <p>pente $L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}_f}$</p> <p>$\Phi_m$</p> <p>$\Phi_t$</p> <p>$I_m$</p> <p>$I$</p> <p>$W_t$</p>	 <p>saturation</p> <p>pente $L' = \frac{n^2}{\mathfrak{R}_e + \mathfrak{R}_f}$</p> <p>$\Phi_{tm}$</p> <p>$\Phi_t$</p> <p>$I'_m$</p> <p>$I'$</p> <p>$I$</p> <p>$W_f$</p> <p>$W_e$</p> <p>$L' < L$</p>

Lorsque i passe de 0 à I , l'énergie stockée dans la bobine vaut :

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \Phi_t I$$

Elle reste constante si $i > I_m$. Elle est localisée dans le noyau :

$$W = W_f = \frac{1}{2} V \cdot B \cdot H$$

Lorsque i passe de 0 à I' , l'énergie stockée dans la bobine vaut :

$$W' = \frac{1}{2} L' I'^2 = \frac{1}{2} \Phi_t I'$$

Elle est localisée dans le noyau (f) et dans l'entrefer (e) :

$$W' = W_f + W_e = \frac{1}{2} V B H + \frac{1}{2} V_e B_e H_e$$

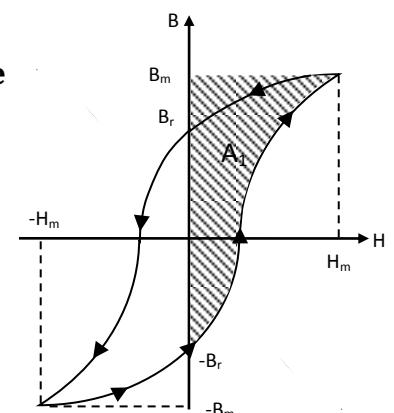
L'entrefer permet de stocker une énergie plus grande et éloigne l'apparition du phénomène de saturation lorsque le courant augmente ($I'_m > I_m$).

V. Pertes ferromagnétiques

V.1. Pertes par hystérésis

Les pertes proviennent de la différence entre l'énergie emmagasinée durant la croissance de H et celle restituée lors de sa décroissance :

- Lorsque H passe de 0 à H_m , l'énergie électromagnétique **accumulée** dans la bobine par unité de volume est égale à l'aire A_1 hachurée :



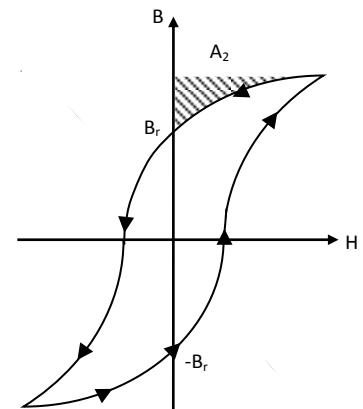
$$W_1 = V \int_{-B_r}^{B_m} H \cdot dB > 0$$

$\underbrace{ }_{A_1}$

- Lorsque H passe de H_m à 0, l'énergie électromagnétique **restituée** par la bobine par unité de volume est égale à l'aire A_2 hachurée :

$$W_2 = V \int_{B_m}^{B_r} H \cdot dB < 0$$

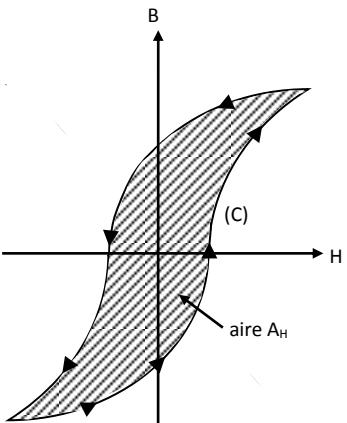
$\underbrace{ }_{-A_2}$



Puisque $A_2 < A_1$, on en conclut qu'une partie de l'énergie est dissipée sous forme de chaleur dans le noyau.

- Pour un parcours complet du cycle, l'énergie perdue par unité de volume est égale à l'aire du cycle d'hystérésis :

$$W_{cycle} = \int_{(C)} H \cdot dB = A_H \text{ en J/m}^3$$



Les pertes correspondantes sont appelées **pertes par hystérésis**.

Elles sont d'autant plus importantes que le nombre de cycles décrits est élevé (donc proportionnelles à la fréquence f) :

$$P_H = f \cdot W_{cycle} \cdot V = f \cdot A_H \cdot V \text{ en W}$$

On peut réduire ces pertes en utilisant des matériaux avec des cycles d'hystérésis étroits. De tels matériaux sont qualifiés de matériaux magnétiques "doux".

Si l'on souhaite quantifier ces pertes, la formule précédente est difficile d'utilisation. On lui préfère des expressions empiriques qui donnent la puissance consommée P_H (en W) en fonction du champ maximal B_m .

On citera par exemple la formule de Steinmetz :

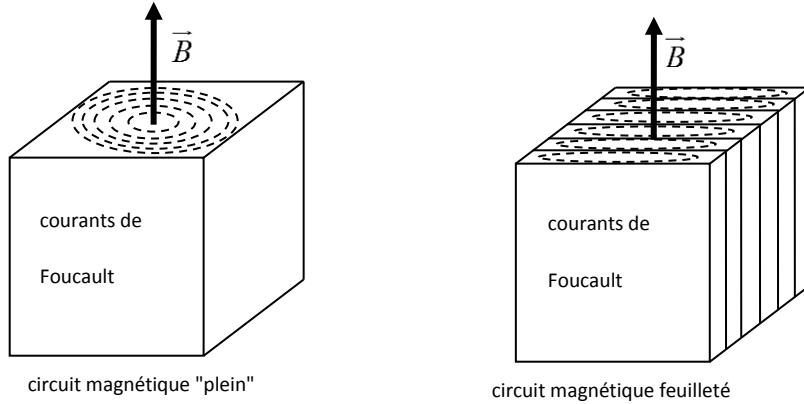
$$P_H = k_H \cdot V \cdot f \cdot B_m^\eta$$

avec k_H : une constante qui dépend du matériau (100 à 500), V : le volume du matériau en m^3 , f : la fréquence en Hertz, B_m : le champ magnétique maximum en Tesla, et η : 1,6 pour les noyaux pleins et 2 pour les tôles minces.

V.2. Pertes par courant de Foucault

Les matériaux ferromagnétiques ont souvent des propriétés conductrices de l'électricité. En présence d'un flux variable, la f.é.m. induite (loi de Faraday et de Lenz) crée les **courants de Foucault** circulant dans le matériau sur des plans perpendiculaires aux lignes de champ.

Ces courants produisent un dégagement de chaleur par effet Joule (Ri^2) au sein du circuit magnétique.



Afin de réduire les courants de Foucault, on utilise plusieurs stratégies en parallèle :

- Feuilletage des circuits magnétiques parallèlement aux lignes de champ (tôles minces de 0,3 à 0,35 mm isolées entre elles par du vernis ou par phosphatation).
- Utilisation d'un matériau plus résistif, fer avec addition de silicium (3 %) ou ferrite (en HF).

Les pertes par courants de Foucault sont de la forme :

$$P_F = k_F \cdot V \cdot f^2 \cdot B_m^2$$

avec k_F : constante dépendant du matériau, V : volume du matériau en m^3 , f : fréquence en Hz,

B_m : champ magnétique maximal en T.

V.3. Globalisation des pertes : pertes fer

Les pertes fer constituent l'ensemble des pertes dans le matériau, regroupant les pertes par hystérésis et les pertes par courant de Foucault.

$$P_{fer} = P_H + P_F = V \cdot (k_H \cdot f \cdot B_m^2 + k_F \cdot f^2 \cdot B_m^2) = M \cdot q$$

avec M : masse en kg du circuit magnétique et q : pertes exprimées en W/kg.