Notes de cours en électricité industriel (1)

I Production de l'énergie électrique « d'électricité »

L'électricité est présentée sous forme de tensions et courants. Elle est produite dans des centrales de production de divers types (thermiques, hydrauliques, nucléaires, éoliennes, solaires,…). La majorité de ces centrales utilisent des principes identiques, Fig.I.1 :

- D'abord transformer une énergie primaire en une énergie mécanique (par une turbine)
- Puis transformer cette énergie mécanique en une énergie électrique (par un alternateur)

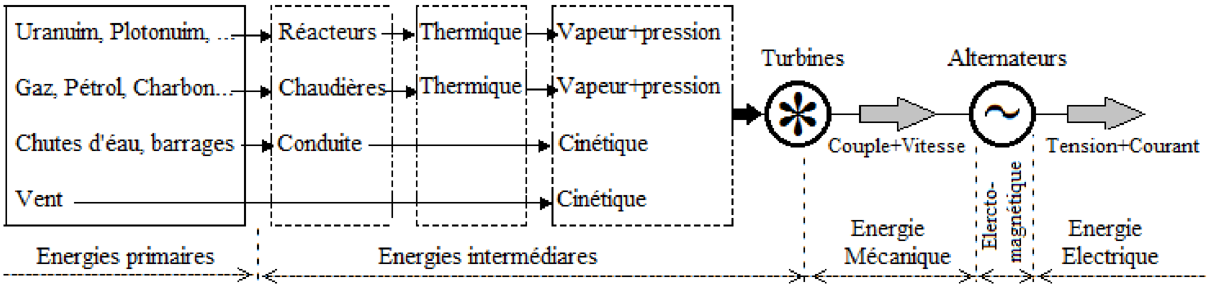


Figure I.1 Chaine de transformation d'énergie en électricité

Entre les centrales et les consommateurs, l'électricité est réglée (adaptée) par des transformateurs, transportée et distribuée par des lignes et câbles, Fig.I.2. Les alternateurs, les transformateurs, les lignes et les consommateurs forment des circuits électriques ou des réseaux électriques.

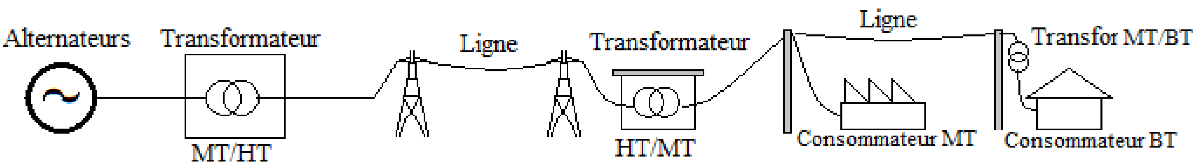


Figure I.2 Réseau électrique PTD (Production, Transport, Distribution)

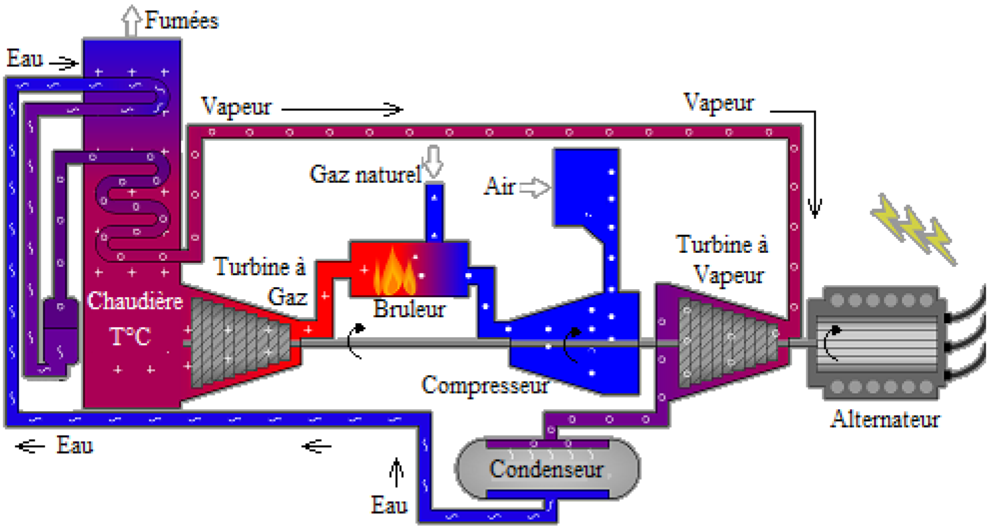


Figure 3 Centrale thermique à cycles combinés (turbine à gaz et turbine à vapeur)

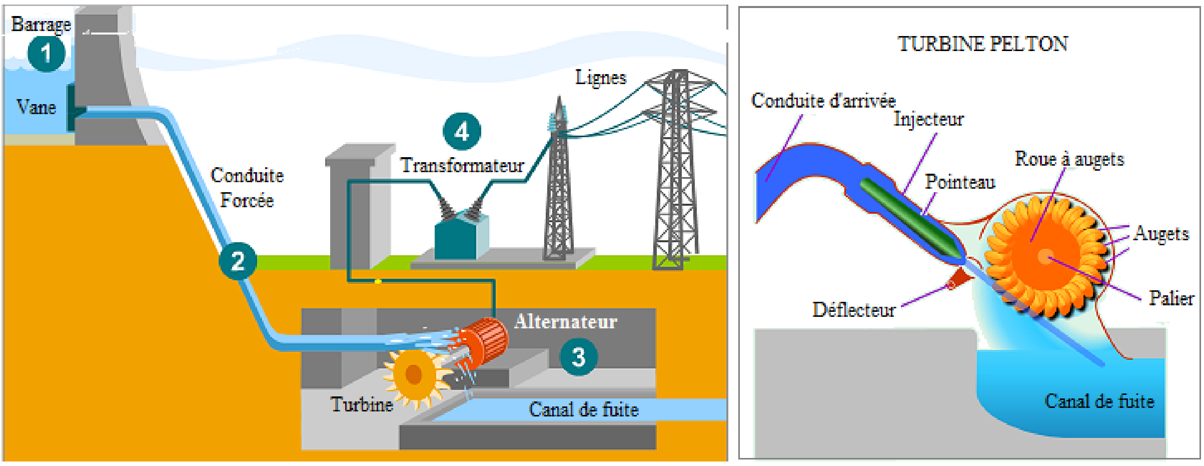


Figure 3 Centrale hydraulique et vue détaillée de la turbine Pelton « la roue à augets »

I.1 Alternateur

C'est ce qui transforme l'énergie mécanique en électricité, Il est constitué d'un stator et d'un rotor. Le stator est formé de trois bobines fixées sur un cylindre ferromagnétique, le rotor est formé d'un électroaimant qui tourne (mécaniquement) à l'intérieur du cylindre du stator.

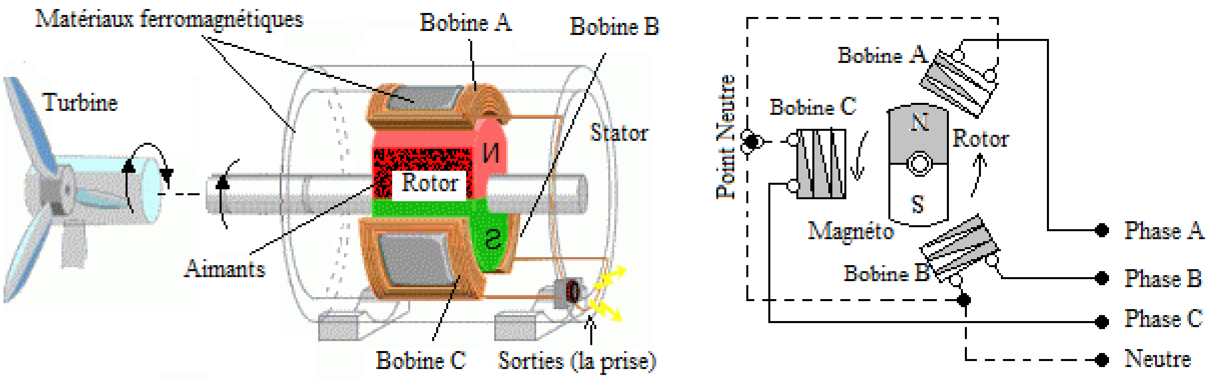


Figure 4 Alternateur triphasé et schéma de couplage des bobines en étoile pour créer le neutre.

Le principe de la transformation mécanique-électrique dans l'alternateur repose sur le principe de « *l'induction électromagnétique* » : si on fait tourner (énergie mécanique) un champ magnétique (N-S) à l'intérieur d'un bobinage, on aura de l'électricité aux bornes de ce bobinage.

Le champ magnétique ici est un outil qui aide le transfert mécanique-électrique. L'énergie mécanique se transforme d'abord en énergie électromagnétique, puis en énergie électrique Fig.5.

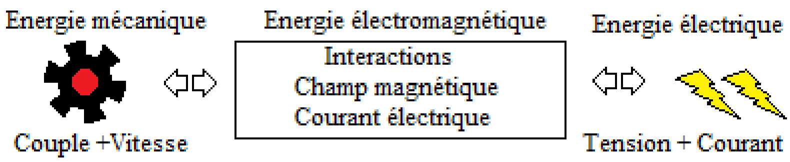


Figure 5 rôle du champ magnétique dans le transfert mécanique-électrique : comme un pont.

Le pont magnétique est réversible : valable aussi au transfert électrique-mécanique (Moteurs).

Notes de cours en électricité industriel(2)

II Circuits électriques.

Les trois parties d'un circuit électrique sont : la source, les conducteurs, et les charges (les récepteurs). Un déplacement d'électrons dans un conducteur crée **un courant électrique** en ampère [A]. Pour que le courant puisse circuler, il faut que le circuit électrique soit fermé. On peut faire l'analogie entre circuit électrique et circuit hydraulique Fig.II.1.

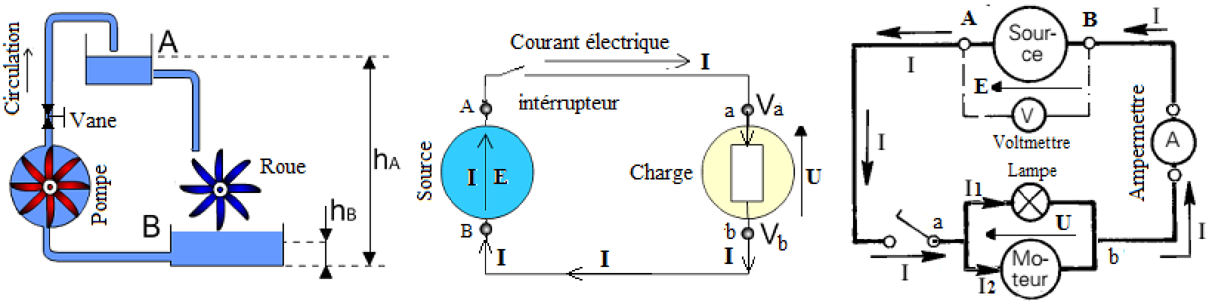


Figure II.1 analogie hydraulique-électrique.

Le courant ne peut circuler dans un dipôle (ab) que s'il y a une différence de « *pression électrique* ». Cette pression électrique est appelée « *Potentiel électrique* », la différence de pression est appelée **tension** en volts [V]. La tension est semblable à la différence d'altitude en hydraulique $(h_A - h_B)$. Ainsi par exemple : $E = V_{AB} = V_A - V_B$ et $U = V_{ab} = V_a - V_b$.

Le courant électrique (débit d'électrons) en [A] est comparable au débit hydraulique $(d = \Delta v/\Delta t \;\; en\; litres/seconde)$, ainsi : $\boldsymbol{I} = -\Delta \boldsymbol{Q}/\Delta \boldsymbol{t} \quad [Coulomb/seconde = Ampère\;(A)]$ (1)

Une tension est représentée par une flèche orientée du potentiel bas au potentiel haut. Le courant est orienté inversement, sauf dans les sources où tension et courant sont de même sens. Les tensions des récepteurs sont parfois appelées « *Chutes de tension* », ex : $U = V_{ab} = V_a - V_b$

II.1 Raccordement des récepteurs (Série et parallèle)

Lorsque le circuit alimente plusieurs récepteurs (dipôles), il y a plusieurs façons de les raccorder soit en série, soit en parallèle.

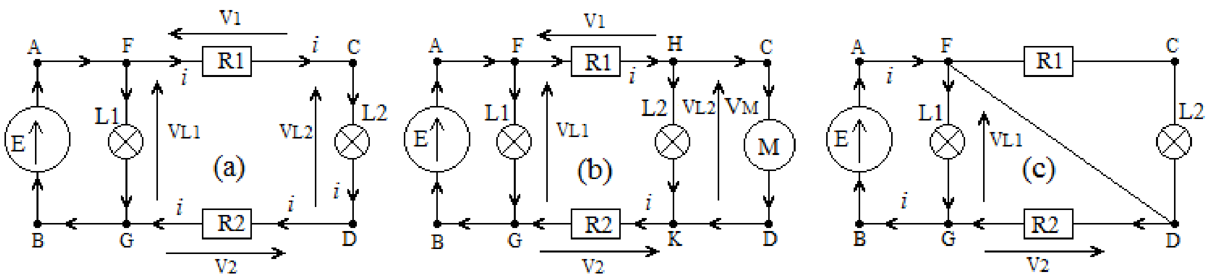


Figure II.2 branchements des dipôles en série, en parallèle et mixte.

a) Les branchements en série : le même courant traverse successivement les dipôles en séries. Dans **Fig.II.2.a**, les récepteurs (R1, L2 et R2) sont en séries car ils sont traversés par le même courant *i* en bout-à-bout.

b) Les branchements en parallèle, les dipôles en parallèles ont la même tension, le courant se partage entre eux. Dans **Fig.II.2.**b, les récepteurs (L2 et M) sont en parallèles car $V_{L2}=V_M$.

c) Les conducteurs (fil électriques), les conducteurs ont des résistances négligeables, donc ils sont équipotentiels ex : ($V_A=V_F$), ($V_B=V_G$), ($V_H=V_C$), ($V_K=V_D$) et ($V_F=V_D$)

Dans **Fig.II.2.c**, le conducteur(FD) est équipotentiel ($V_F=V_D$), les récepteurs (R1 + L2) sont en court-circuit car ($V_F=V_D$), les récepteurs (R1 et L2) sont en parallèles car $V_2= V_{L1}$

II.2 Courant continu et courant alternatif.

Lorsque le mouvement d'électrons est toujours dans le même sens, le courant s'appelle **courant continu**. De même, la tension s'appelle tension continue. Si ce mouvement alterne d'un sens à un autre, on parle de **courant alternatif** et de tension alternative Fig.II.3.

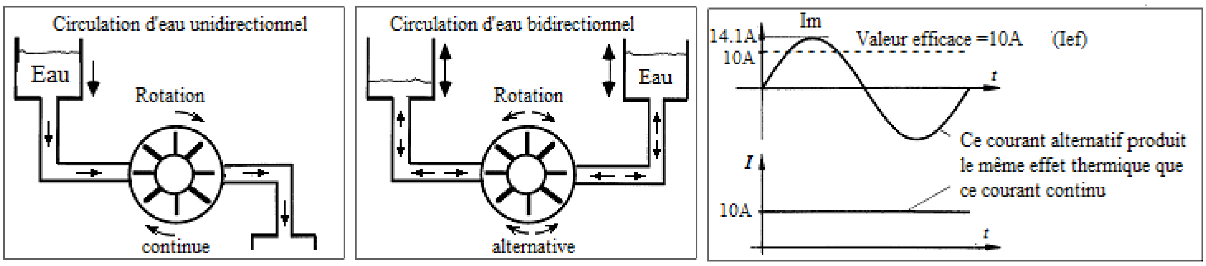


Figure II.3 Analogies hydraulique électrique continu et alternatif sinusoïdal

II.3 Dipôles électriques en courant quelconque.

Un circuit est un montage mixte de dipôles : sources, récepteurs et conducteurs. Les dipôles de base sont les résistances « R » des conducteurs, les inductances « L » de bobines et les capacités « C » des condensateurs. Les lois de ces dipôles RLC sont résumées dans ces tableaux.

Tableau II.1 Loi d'Ohm (Relation Courant-Tension) des dipôles RLC

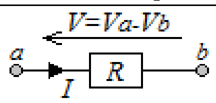
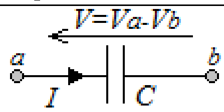
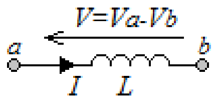
	Résistances R [OhmΩ]	Capacités C [Farad F]	Inductances L [Henri H]
			
Loi d'Ohm en général	$V = R \cdot i$	$i = C\frac{dV}{dt}$	$V = L\frac{di}{dt}$
Loi d'Ohm en continu	$V = R \cdot I$	$I = 0$	$V = 0$
Loi d'Ohm en alternatif	ou $I = (1/R) \cdot V$	$I = j\omega C \cdot V$ ou $V = (-j/\omega C) \cdot I$	$V = j\omega L \cdot I$ ou $I = (-j/\omega L) \cdot V$

Tableau II.2 Puissances des dipôles RLC (Note : I^* veut dire le conjugué de I)

	Résistances R [OhmΩ]	Capacités C [Farad F]	Inductances L [Henri H]
Puissance Apparente [VA]	$S = V \cdot I^* = P + jQ$	$S = V \cdot I^* = P + jQ$	$S = V \cdot I^* = P + jQ$
Puissance Active [W] **(*)**	$\boldsymbol{P = V \cdot I = R \cdot I^2 = V^2/R}$	$P = 0$	$P = 0$
Puissance réactive [VAR]	$Q = 0$	$Q = S = V \cdot I^* = -j\omega C \cdot V^2 = -(j/\omega C)\ I^2$	$Q = S = V \cdot I^* = j\omega L \cdot I^2 = (j/\omega L)\ V^2$
Energie [Wh]	$W_j = \int P\,dt$	$W_e = \frac{1}{2}C \cdot V^2$	$W_m = \frac{1}{2}L \cdot I^2$

Note : dans ces tableaux $\omega = 2\pi f$ est la pulsation en (rad/sec) des courants alternatifs. f est la fréquence des courants, généralement (50 Hz).

Exemple.

L'image ci-contre représente un Bloc Autonome d'Eclairage de Sécurité (BAES), il se met en marche (s'allume) lors de pannes d'électricité. Il est alors alimenté par une batterie interne. Les caractéristiques d'un bloc de ce type sont :

- Tension d'alimentation : U = 6 V
- Puissance P = 9 W
- Quantité d'électricité de la batterie : Q = 3.6 Ah

Quelle est la durée maximale de l'éclairage de sécurité assuré par ce bloc (en heures et minutes) ?

<u>Sol.1</u>

La durée maximale d'éclairage (T_{max}) correspond au temps nécessaire pour décharger toute la quantité (Q) stockée dans la batterie sous forme d'un courant (I) exprimé selon deux équations :

$$\begin{array}{l} I = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ I = P/U \end{array} \iff \text{ce qui donne} \quad \boldsymbol{\Delta t = -\Delta Q \times U/P}$$

A la fin de la décharge : $\Delta t \rightarrow T_{max}$; $\boldsymbol{\Delta Q = Q_{finale} - Q_{initiale} = 0 - Q}$

D'où : $\Delta t \rightarrow T_{max} = -(0 - Q) \times U/P = 3.5 \times 6/9 = 2.4h = 2h24min = 144min$

Notes de cours en électricité industriel (3)

III Circuits électriques à courant continu.

En courant continu, seules les résistances sont prises en compte. Les capacités se remplacent par des circuits ouverts « C.O » et les inductances se remplacent par des courts-circuits « C.C », Fig.III.1.b.

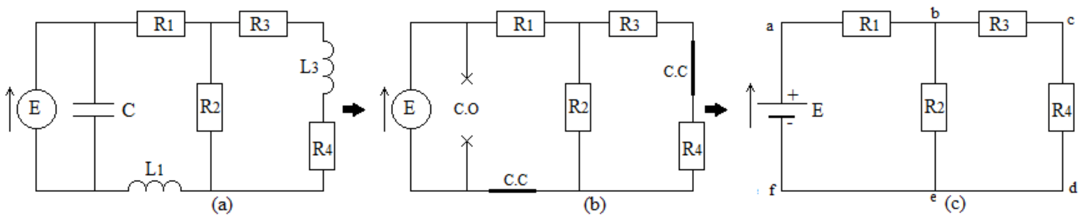


Figure III.1 Capacités et inductances en régime continu

III.1 associations séries et parallèles – circuits et résistances équivalents.

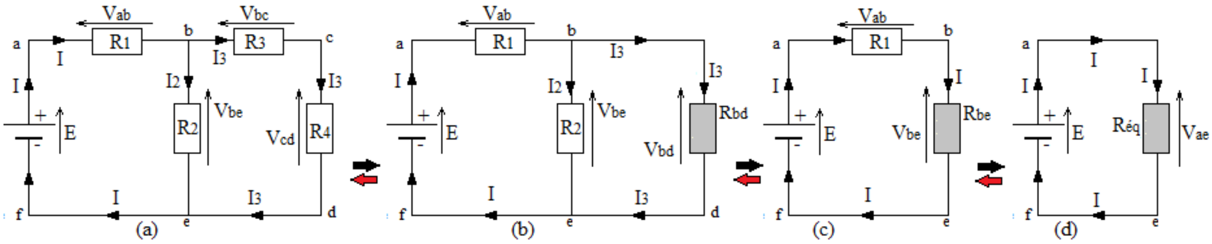


Figure III.2 Circuit équivalent (résistance équivalente)

Dans le circuit(a), R3 et R4 sont en série, leur résistance équivalente est : $R_{bd} = R_3 + R_4$

Dans le circuit(b), R3 et R_{bd} sont en parallèles, leur résistance équivalente est : $R_{be} = \frac{R_2 \cdot R_{bd}}{R_2 + R_{bd}}$

Dans le circuit(c), R1 et R_{be} sont en série, leur résistance équivalente est : $R_{éq} = R_1 + R_{be}$

Le circuit équivalent est donc le circuit (d), la résistance équivalente est : $R_{éq} = R_1 + R_{be}$

Dans le circuit équivalent (d), le courant total est $I = \frac{V_{ae}}{R_{éq}} = \frac{V_{af}}{R_{éq}} \Rightarrow I = \frac{E}{R_{éq}}$

Dans le circuit (c), la tension $V_{ab} = R_1 \cdot I = \frac{R_1}{R_{éq}} E$ et la tension $V_{be} = R_{be} \cdot I = \frac{R_{be}}{R_{éq}} E$

Dans le circuit (b), $V_{bd} = V_{be}$ donc les courants : $I_2 = \frac{V_{be}}{R_2} = \frac{R_{be}}{R_2 \cdot R_{éq}} E$ et $I_3 = \frac{V_{be}}{R_{bd}} = \frac{R_{be}}{R_{bd} \cdot R_{éq}} E$

Exemple. $E = 100\,V,\ R1 = 2.8\Omega,\ R2 = 18\Omega,\ R3 = 2\Omega, R4 = 10\Omega$

$R_{bd} = R_3 + R_4 = \mathbf{12}\Omega, \quad R_{be} = \frac{R_2 \cdot R_{bd}}{R_2 + R_{bd}} = \frac{18\times12}{18+12} = \mathbf{7.2}\Omega, \quad R_{éq} = R_1 + R_{be} = 2.8 + 7.2 = \mathbf{10}\Omega$

$I = \frac{E}{R_{éq}} = \frac{100}{10} = \mathbf{10}\,A, \quad \boldsymbol{I_2} = \frac{R_{be}}{R_2 \cdot R_{éq}} E = \frac{7.2}{18\times10} \times 100 = \mathbf{4}\,A, \quad \boldsymbol{I_3} = \frac{R_{be}}{R_{bd} \cdot R_{éq}} E = \frac{7.2}{12\times10} \times 100 = \mathbf{6}\,A$

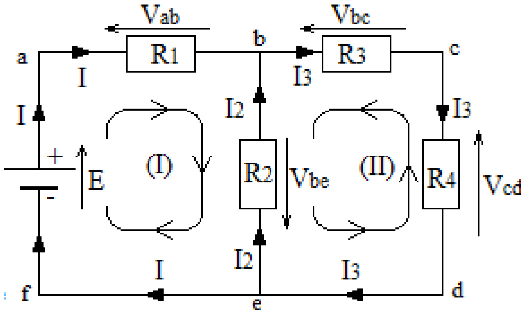
La puissance produite par la source est : $P_E = E \cdot I = 100 \times 10 = 1000\,W$

La puissance consommée par les récepteurs est (pertes joule) : $P_R = R_1 I^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_3^2$

$P_R = 2.8 \times 10^2 + 18 \times 4^2 + 2 \times 6^2 + 10 \times 6^2 = 280 + 288 + 72 + 360 = 1000\,W$

La puissance produite = la puissance consommée (bilan équilibré vérifié)

III.2 Lois de Kirchhoff et calcul des circuits.



- Une branche entre deux nœuds porte le même courant. Ex : (bcde), (efab), et (eb)
- Un nœud doit relier au moins trois branches. Ex : (b) et (e). Le nœud (e) est choisi comme référence des potentiels.
- Une maille est un parcourt fermé de branches.
- Sens arbitraires de courants et de mailles.
- Dans un nœud $\sum \boldsymbol{I_k} = \mathbf{0}$, et le long d'une maille $\sum \boldsymbol{V_{ij}} = \mathbf{0}$

<u>Méthode des mailles</u>. (On applique la loi des mailles sur (I) et (II), puis la loi d'Ohm avec $I=I_3-I_2$)

$$\begin{cases} E - V_{ab} + V_{be} = 0 \\ V_{be} + V_{bc} + V_{cd} = 0 \end{cases} \equiv \begin{cases} E - R_1 I + R_2 I_2 = 0 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_3 = 0 \end{cases} \equiv \begin{cases} R_1(I_3 - I_2) - R_2 I_2 = E \\ R_2 I_2 + (R_3 + R_4) I_3 = 0 \end{cases}$$

$$\equiv \begin{cases} -(R_1 + R_2) I_2 + R_1 I_3 = -E \\ R_2 I_2 + (R_3 + R_4) I_3 = 0 \end{cases} \equiv \begin{bmatrix} -(R_1 + R_2) & R_1 \\ R_2 & (R_3 + R_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

<u>Exemple</u>. $E = 100\,V,\ \ R1 = 2.8\Omega,\ \ R2 = 18\Omega,\ \ R3 = 2\Omega, R4 = 10\Omega$

$$\begin{bmatrix} -20.8 & 2.8 \\ 18 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -20.8 & 2.8 \\ 0 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 1800 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = \dfrac{1800}{300} = 6\,A \\ I_2 = -\dfrac{100 - 2.8 \times 6}{20.8} = -4\,A \end{cases}$$

Le signe négatif de $(I_2 = -4A)$ veut dire que le sens réel est l'inverse de sens choisi sur le circuit. C'est-à-dire que le sens réel de I_2 est de (b) vers (e) et de valeur 4A.

<u>Méthode des nœuds.</u> (On applique la loi des nœuds sur (b) avec la loi d'Ohm)

Les points (f, e, d) sont équipotentiels, le nœud « e » est choisi comme référence, c'est-à-dire son potentiel est nul Ve=0, donc il ne reste qu'un seul nœud « b » où on écrit la loi des courants :

$I + I_2 - I_3 = 0$ La loi d'Ohm permet de remplacer ces courants en : $\frac{V_a - V_b}{R_1} + \frac{V_e - V_b}{R_2} - \frac{V_b - V_e}{R_3 + R_4} \Longrightarrow$

$$\frac{V_a}{R_1} + \frac{V_e}{R_2} + \frac{V_e}{R_3 + R_4} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}\right) V_b \Longrightarrow V_b = \frac{\left(\frac{V_a}{R_1} + \frac{V_e}{R_2} + \frac{V_e}{R_3 + R_4}\right)}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}\right)} = \frac{\left(\frac{100}{2.8} + 0 + 0\right)}{\left(\frac{1}{2.8} + \frac{1}{18} + \frac{1}{12}\right)} = \frac{\left(\frac{100}{2.8}\right)}{\left(\frac{300}{604.8}\right)} = 72\,Volts$$

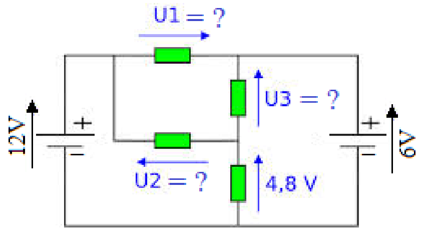
$$I = \frac{V_a - V_b}{R_1} = \frac{100 - 72}{2.8} = 10\,A\,; \qquad I_2 = \frac{V_e - V_b}{R_2} = \frac{0 - 72}{18} = -4A\,; \qquad I_3 = \frac{V_b - V_e}{R_3 + R_4} = \frac{72 - 0}{2 + 10} = 6A$$

Le signe négatif de $(I_2 = -4A)$ veut dire que le sens réel est l'inverse de sens choisi sur le circuit. C'est-à-dire que le sens réel du courant I_2 est de (b) vers (e).

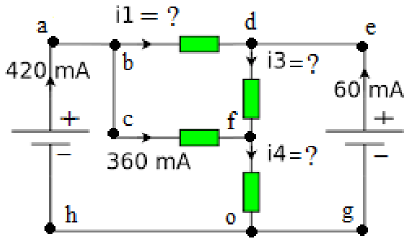
<u>Note</u> : Pourquoi nous calculons les courants, les tensions et les puissances des circuits ? C'est pour vérifier si les dipôles et les conducteurs puissent supporter bien ou non les contraintes de courants et de tensions

- Les courants provoquent les pertes joulesRI^2 $[W]$, qui sont des sources de chaleurs et qui peuvent fondre les conducteurs ou bruler les isolants.
- Les tensions si elles sont élevées, provoquent des surtensions et dégradent les isolants.

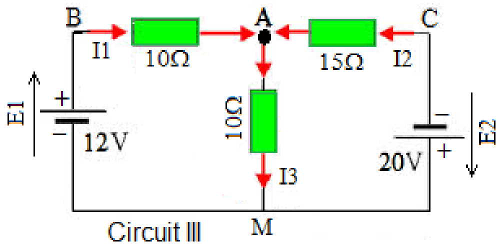
Exemple résolu.



Circuit I



Circuit II



Circuit III

Identifier les nœuds, les mailles et calculer les inconnus dans les circuits I et II.

Utiliser les lois de Kirchhoff pour calculer « I1, I2, et I3 » du circuit III.

Dans le circuit III, la tension du nœud M est nulle (référence) : nous avons donc 2mailles et 1 nœud A : on peut donc former 3 équations à 3 inconnues.

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad \textit{Loi des noeuds en A} \\ E_1 - V_{BA} - V_{AM} = 0 \ \textit{Loi des mailles}: (E_1, B, A, M) \\ E_2 + V_{AM} + V_{CA} = 0 \ \textit{Loi des mailles}\ (E_2, M, A, C) \end{cases}$$

Avec par exemple : $V_{BA} = V_B - V_A = 10 \cdot I_1$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 12 - 10I_1 - 10I_3 = 0 \\ 20 + 10I_3 + 15I_2 = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 10I_1 + 10I_3 = 12 \\ 10I_3 + 15I_2 = -20 \end{cases}$$

La solution de ce système d'équation donne les courants recherchés (les inconnues).

Une autre méthode plus simple à la main : Nous avons un seul nœud, on peut n'utiliser qu'une seule équation :

$I_1 + I_2 - I_3 = 0$ ■■ Ou bien

$$\frac{V_B - V_A}{10} + \frac{V_C - V_A}{15} - \frac{V_A - V_M}{10} = 0$$

On regroupe les V_A d'une part et les autres d'autre part.

$$\left(\frac{V_B}{10} + \frac{V_C}{15} + \frac{V_M}{10}\right) = V_A\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)$$

Avec : $V_B = 12$; $V_C = -20$; $V_M = 0$ (Référence M)

$$\left(\frac{12}{10} - \frac{20}{15} + \frac{0}{10}\right) = V_A\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)$$

$$\left(-\frac{20}{150}\right) = V_A\left(\frac{40}{150}\right) \rightarrow V_A = -0.5V \quad **$$

$$I_1 = \frac{V_B - V_A}{10} = \frac{12.5}{10} = 1.25A \quad I_2 = \frac{V_C - V_A}{15} = \frac{-19.5}{15} = -1.3A$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_M}{10} = \frac{-0.5}{10} = -0.05A$$

$(1.25A) + (-1.3A) - (-0.05A) = 0$ ■■

Les sens réels des I2 et I3 sont opposés à ceux sur le circuit.

Notes de cours en électricité industriel (4)

IV Circuits électriques à courant alternatif

IV.1 représentations

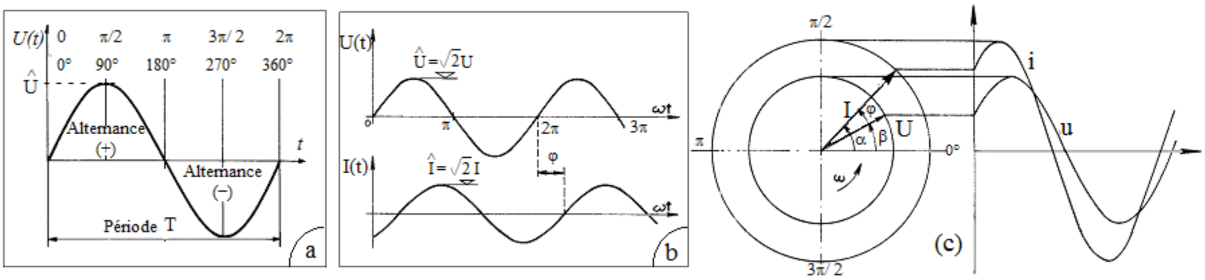


Figure IV.1 a) signal sinusoïdal, b) déphasage entre deux signaux et c) représentation vectorielle

Une tension alternative s'écrit en temporel : $u(t) = \widehat{U}\sin(\omega t + \alpha) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \alpha)$
Un courant alternatif s'écrit en temporel : $i(t) = \hat{I}\sin(\omega t + \beta) = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \beta)$

- $u(t)$ et $i(t)$: valeurs instantanées ; $\widehat{U}$ et $\hat{I}$: les amplitudes, $U\ et\ I$ les valeurs efficaces.
- $\omega = 2\pi f$ est la pulsation en [rad/sec] ; f est la fréquence en [Hz], $f = \frac{1}{T}$; T est la période [s].
- $\alpha\ et\ \beta$ les phases initiales en [rad], $(\omega t + \alpha)\ et\ (\omega t + \beta)$ sont les phases instantanées [rad].
- $\varphi = (\alpha - \beta)$ est le déphasage entre $U\ et\ I$, le déphasage φ[rad].

La tension et le courant sinusoïdaux peuvent être représentés vectoriellement par les vecteurs de Fresnel dans un repère global $\vec{U}: (U\angle\ \alpha)\ et\ \vec{I}: (I\angle\ \beta)$ et dans des repères relatifs.

Une représentation complexe est aussi possible : $\underline{U} = U\angle\alpha = Ue^{j\alpha}$; $\underline{I} = I\angle\beta = Ie^{j\beta}$

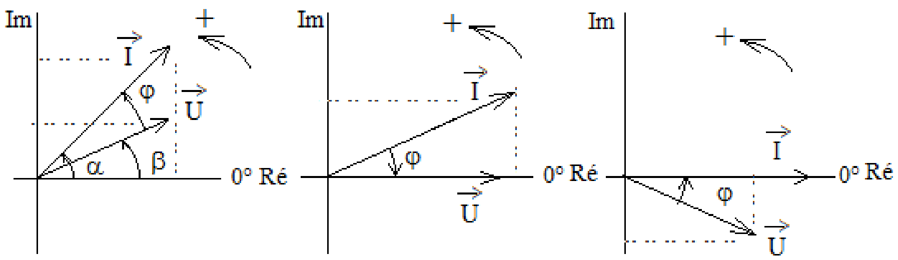
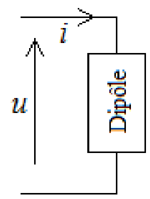


Figure IV.2 a) Représentation de Fresnel et représentation complexe et déphasage relatif.
On dit que I est en avance de U, ou, U est en retard de I

IV.2 puissances et facteur de puissance en régime alternatif

Un dipôle de tension $u = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \alpha)$ est de courant $i = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \beta)$ dissipe une puissance apparente, une puissance active et une puissance réactive :
Les représentations de tension et de courant sont :



$$u \to U\angle\alpha \to U^{j\alpha}$$
$$i \to I\angle\beta \to I^{j\beta}$$

On définit :

La puissance apparente complexe : $\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^{*} = UIe^{j(\alpha-\beta)} = UIe^{j\varphi} = UI\cos\varphi + UI\sin\varphi$

La puissance apparente est le module : $S = \|\underline{S}\| = U \cdot I$ en voltampère (VA)

La puissance active est la partie réelle : $P = UI\cos\varphi$ en watt (W)

La puissance réactive est la partie imaginaire : $Q = UI\sin\varphi$ en voltampère réactif (Var)

Donc : $\underline{S} = P + jQ \Leftrightarrow S^2 = P^2 + Q^2 \Leftrightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ (Fig.IV.3)

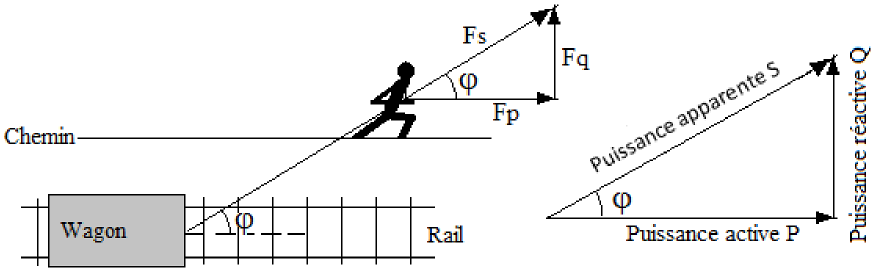


Figure IV.3 analogie mécanique de la notion des puissances. Triangle des puissances

De la figure IV .3 on peut constater :

- La puissance active correspond au déplacement du wagon, donc elle produit un travail, on dit qu'elle est productive.
- La puissance réactive ne fait pas de déplacement, donc on dit qu'elle n'est pas productive.

On définit le **facteur de puissance** comme : $Fp = \frac{P}{S} = \cos\varphi$. Il nous indique sur la partie productive dans une puissance apparente. Si $\cos\varphi = 1$ toute la puissance apparente est active, si au contraire $\cos\varphi = 0$ toute la puissance apparente est réactive.

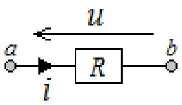
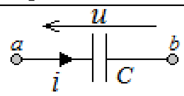
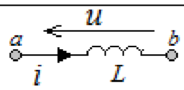
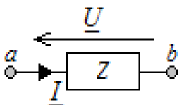
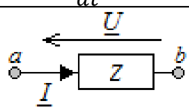
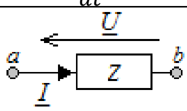
IV.3 Dipôles en alternatif, notion d'impédance.

L'impédance complexe est toujours :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I}e^{j(\alpha-\beta)} = \frac{U}{I}e^{j\varphi} = \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{I}}\cos\varphi + \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{I}}\sin\varphi = \boldsymbol{Z}\cos\varphi + \boldsymbol{Z}\sin\varphi = R + jX \quad \text{En Ohm } (\Omega)$$

$\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{I}}$ **:** Impédance en module ; R : résistance ; X :réactance.

Tableau IV.1 impédances et puissances des dipôles RLC en alternatif.

	Résistances R [OhmΩ]	Capacités C [Farad F]	Inductances L [Henri H]
Lois en général			
	$u = R \cdot i$	$i = C\frac{dV}{dt}$	$V = L\frac{di}{dt}$
Lois en alternatif $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$ $\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^{*}$ $\varphi = \arg(\underline{U}) - \arg(\underline{I})$			
	$U = R \cdot I$ $Z = R$ $\varphi = 0$ $P = \underline{S} = R \cdot I^2$ $Q = 0$	$I = j\omega C \cdot V$ $Z = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$ $\varphi = -\frac{\pi}{2} = -90°$ $P = 0$ $Q = \underline{S} = -j\omega C \cdot V^2$	$V = j\omega L \cdot I$ $Z = j\omega L$ $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90°$ $P = 0$ $Q = \underline{S} = j\omega L \cdot I^2$

Exemple1. Un dipôle à une impédance complexe $\underline{Z} = 25 + j43\ \Omega$.

- Calculer son impédance réelle Z, son argument φ
- Quelle est sa tension si le dipôle est parcouru par un courant $i = 2\sqrt{2}\cos\omega t$
- Quel est son courant si sa tension devient : $u' = 120\sqrt{2}\sin(\omega t - 30°)$

Solution.

1) L'impédance réelle est $Z = \|\underline{Z}\| = \sqrt{25^2 + 43^2} = 49.73\Omega\ \approx 50\ \Omega$

L'argument est tel que : $\tan\varphi = \frac{43}{25} = 1.72 \Longrightarrow \varphi = \arctan(1.72) \approx 60° = \pi/3\ rad$

Donc $\underline{Z} = 25 + j43\ \Omega \approx 50\angle 60°$ [Ω]

2) $i = 2\sqrt{2}\cos\omega t = 2\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2) \Longrightarrow$ le courant complexe est $\underline{I} = 2\ \angle 90°$[A]

La loi d'Ohm pour ce dipôle est : $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} = 50\angle 60° \times 2\ \angle 90° = 100\angle 150°$ [V]

La tension temporelle est donc : $u = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + 150°) = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + 5\pi/6)$ [V]

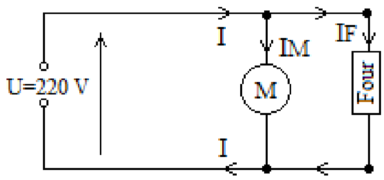
3) la tension $u' = 120\sqrt{2}\sin(\omega t - 30°)$ est telle que : $\underline{U}' = 120\angle - 30°$

Le courant devient :$\underline{I}' = \frac{\underline{U'}}{\underline{Z}} = \frac{120\angle -30°}{50\angle 60°} = 2.4\angle(-30° - 60°) = 2.4\angle - 90°$ A

Ce courant s'écrit en temporel alors : $i' = 2.4\sqrt{2}\sin(\omega t - 90°) = 2.4\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/2)\ A$

Exemple 2. Une prise 220 V, 50 Hz, alimente un moteur de puissance 5 kW, de facteur de puissance 0.7 et de rendement 80% ; et un four résistif de puissance 2 kW.

Quels sont le courant et le facteur de puissance à la prise ?



Solution.

Le moteur délivre une puissance mécanique $P_m = 5000\ W$

Le moteur absorbe une puissance électrique active : P_M

Le rendement du moteur est donné par : $\eta = 100\frac{P_m}{P_M}$

Donc la puissance active absorbée par le moteur est : $P_M = 100\frac{P_m}{\eta} = 100 \times \frac{5000}{80} = 6250\ \ W$

La puissance apparente du moteur : $\cos\varphi_M = \frac{P_M}{S_M} \Longrightarrow S_M = \frac{P_M}{\cos\varphi_M} = \frac{6250}{0.7} = 8928.6\ VA$

La puissance réactive du moteur : $Q_M = \sqrt{S_M^2 - P_M^2} = 6376.31\ Var$

Le courant du moteur est tel que : $P_M = U\ I_M\cos\varphi_M \Longrightarrow I_M = \frac{P_M}{U\ \cos\varphi_M} = \frac{6250}{220\times 0.7} \approx 40.6\ A$

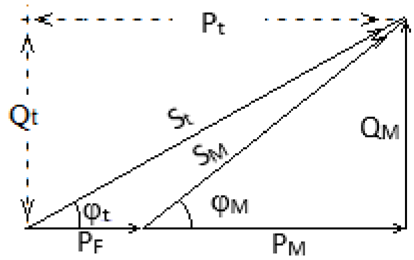
Le four électrique est résistif, donc de facteur $\cos\varphi_F = 1$ et de rendement 100%.

Sa puissance active est : $P_F = 200\ kW$, sa puissance réactive est nulle $Q_F = 0$; son courant est tel que $P_F = UI_F\cos\varphi_F \Longrightarrow I_F = \frac{P_F}{U\ \cos\varphi_F} = \frac{2000}{220\times 1} = 9.1\ A$;

Le bilan global à la prise est : $\begin{cases} P_t = P_F + P_M = 2000 + 6250 = 8250 \\ Q_t = Q_F + Q_M = 0 + 6376.31\ = 6376.31 \end{cases} \Longrightarrow\ S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2};$

$S_t = 10426.8\quad VA$

Le courant à la prise est tel que : $S_t = U\ I_t \Longrightarrow I_t = \frac{S_t}{U} = \frac{10426.8}{220} = 47.4\ A$



Remarquez : $I_t \neq I_F + I_M$ (47.4 $\neq$ 40.6 + 9.1)

Le facteur de puissance à la prise est :

$$F_p = \cos\varphi_t = \frac{P_t}{S_t} = \frac{8250}{10426.8} = 0.79$$