

Principe des lasers

Le mot LASER vient de l'acronyme anglais ‘Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation’. Le principe de fonctionnement des lasers est basé sur l'émission stimulée du rayonnement. Nous allons déterminer les probabilités des 3 modes d'interactions du rayonnement avec la matière, émission spontanée, absorption et émission stimulée. Nous allons également déterminer les relations entre ces différentes probabilités en écrivant les équations de la dynamique des populations qui occupent les niveaux d'énergie du système. Nous verrons par la suite sous quelles conditions arrive-t-on à favoriser l'émission induite. L'étude se fera en premier sur un système à 2 niveaux, nous allons montrer qu'il présente des inconvénients, nous présenterons par la suite les systèmes à 3 et 4 niveaux d'énergie, les conditions nécessaires à la réalisation une inversion de population et avantager ainsi l'émission laser dans ces deux systèmes.

Quelques dates

Voici les étapes scientifiques marquantes qui conduisirent à la découverte du laser :

- 1887 : Heinrich Hertz découvre accidentellement l'effet photoélectrique. Cet heureux effet du hasard permettra à Albert Einstein de mettre en place la notion de photons.
- 1901 : Le problème de la catastrophe ultraviolette (densité d'énergie divergente pour les hautes fréquences) est résolu par Planck grâce à une astucieuse hypothèse. Il supposa que l'énergie d'un mode de fréquence ν n'était pas une variable aléatoire continue mais une variable aléatoire discrète prenant les valeurs $n\hbar\nu$. On peut d'ailleurs noter que les contemporains de Planck (à commencer par lui-même d'ailleurs) eurent beaucoup de mal à accepter cette idée de sauts d'énergie discrets. Cependant, l'accord remarquable entre cette théorie et l'expérience les força à y adhérer.
- 1905 : Einstein postule la quantification de l'énergie électromagnétique. Ainsi prend naissance le photon.
- 1913 : Born montre la quantification des niveaux d'énergie des électrons.
- 1917 : Einstein peut alors démontrer la compatibilité entre l'existence du photon et le rayonnement du corps noir en mettant en place la notion d'émission stimulée.
- 1949 : Kastler et Brossel réalisent le premier pompage optique et la première inversion de population. Dès 1950 apparaissent alors les premières propositions de dispositifs MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission Radiation) capables d'amplifier une onde électromagnétique dans le domaine des micro-ondes (Weber, Townes et Basov).
- 1954 : Le premier MASER est construit (MASER à ammoniac dont la longueur d'onde est de 13 mm). Le confinement de l'onde électromagnétique est assuré dans les trois dimensions de l'espace via une "boîte" sur les parois de laquelle l'onde se réfléchi. On se situe cependant toujours dans le domaine des micro-ondes et non dans le domaine optique.
- 1958 : Schawlow et Townes proposent d'utiliser une cavité ouverte de type Fabry-Perot. L'idée est de réaliser un confinement du champ électromagnétique comparable à celui d'une boîte fermée mais avec une seule dimension de confinement : l'axe de propagation de la lumière dans la cavité. Ceci permet de sélectionner quelques ondes

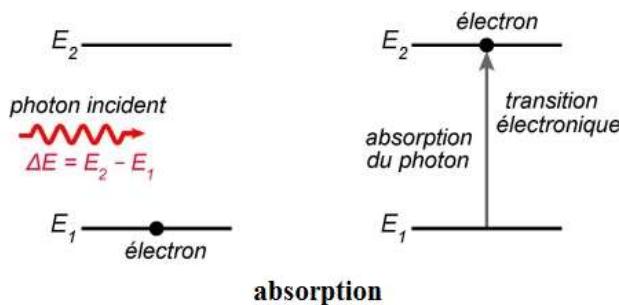
électromagnétiques seulement qui se partagent le gain du milieu amplificateur et donc d'accéder à des niveaux d'amplification très importants.

- le 16 mai 1960, Maiman réalise le premier effet LASER jamais obtenu dans le domaine optique. La longueur d'onde optique obtenue était de 694,3 nm et ce laser fonctionnait en impulsions.
- 1961 : Javan, Bennet et Herriot réalisent un laser à gaz hélium-néon fonctionnant en continu à 1,15 μm. Le laser hélium-néon peut en effet émettre sur toute une gamme de longueur d'onde discrètes allant du vert à l'infrarouge en passant par l'orange et le rouge (633 nm bien connu).
- 1962 : Premier laser Hélium Néon rouge (633 nm)
- 1965 : Lasers à semi-conducteurs.
- 1966 : Lasers à colorants pulsés (rouge, orange, jaune).
- 1970 : Lasers à colorants continus (rouge, orange, jaune).

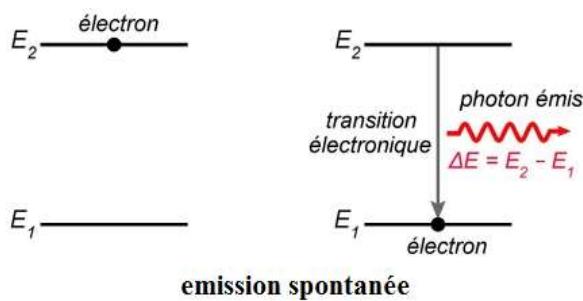
Depuis la réalisation du premier laser en 1961, de nombreux lasers ont été mis au point chaque année. La tendance actuelle dans la recherche va au développement de lasers tout solides (diodes lasers, solides cristallins ou amorphes dopés par des ions actifs, lasers à fibre optique) vers l'obtention d'impulsions de plus en plus courtes (la limite actuelle homologuée est de 4,5 fs soit $4,5 \times 10^{-15}$ seconde) et vers des lasers de plus en plus puissants (des lasers émettant une dizaine de kilowatt sont maintenant monnaie courante).

Transferts quantiques d'énergie (Emission stimulée)

Un atome peut absorber un photon, si celui-ci fait passer un de ses électrons sur un niveau d'énergie existant, en lui apportant exactement le quantum d'énergie requis pour effectuer la transition.



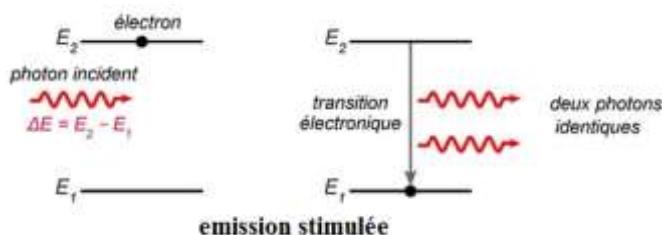
De la même manière, un électron sur un état excité n'y demeure pas longtemps (10^{-8} s environ en moyenne). Il peut revenir à un état d'énergie plus basse en émettant un photon, par émission spontanée. Celle-ci est un phénomène aléatoire, car on ne peut pas prévoir quand et comment la transition se fera, et le photon est émis selon une direction aléatoire.



Pour rappel, ΔE est en Joule. Il est relié à la fréquence ν (en Hz) du photon et à sa longueur d'onde λ (en m), par la relation :

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \text{ où } h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js est la constante de Planck, } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s est la célérité de la lumière dans le vide.}$$

Il existe une troisième possibilité de transition, prédictie en 1917 par Albert Einstein. Quand un photon ayant exactement la différence d'énergie ΔE entre deux états E_1 et E_2 passe à proximité d'un électron dans l'état E_2 , il peut faciliter la transition de l'électron vers l'état E_1 . Il y a alors émission d'un nouveau photon d'énergie ΔE . Ce photon est en tout point identique au photon incident. Comme ils ont même énergie, ils ont même fréquence et même longueur d'onde. De plus, ils ont aussi même phase (pas de décalage temporel).



Ce phénomène porte le nom d'émission stimulée. Pour résumer, l'idée maîtresse est d'obtenir deux photons identiques à partir d'un seul photon incident. Pour que l'émission stimulée se produise, il faut que l'électron se trouve dans l'état excité voulu (nommé E_2) au moment où le photon incident arrive.

Coefficients d'Einstein

On appelle coefficients d'Einstein la probabilité d'absorption, d'émission spontanée ou induite. Si on se place dans le cas d'un système à deux niveaux 1 et 2 tel que $E_1 < E_2$, sous l'effet d'un rayonnement $h\nu = E_2 - E_1$, l'absorption du rayonnement se fait du niveau 1 vers le niveau 2 avec une probabilité notée ' B_{12} ', l'émission spontanée se fait du niveau 2 vers le niveau 1 avec une probabilité notée ' A_{21} ' et l'émission induite se fait également du niveau 2 vers le niveau 1 avec une probabilité notée ' B_{21} '.

Nous avons vu que l'absorption et l'émission induite nécessitent un rayonnement extérieur c'est la raison pour laquelle les deux coefficients d'Einstein relatifs à ces deux modes d'interaction du rayonnement avec la matière sont appelés par la lettre 'B'

Le coefficient d'Einstein qui a été déterminé en premier est celui relatif à l'émission spontanée puisqu'il ne dépend d'aucun rayonnement extérieur il est juste lié à la durée de vie de l'état excité.

- Coefficient d'Einstein pour l'émission spontanée et dynamique des populations des niveaux 1 et 2***

Ce coefficient d'Einstein noté A_{21} , il représente la probabilité qu'a un électron de passer spontanément du niveau 2 au niveau 1. C'est le premier coefficient calculé par Einstein, il ne

dépend que de la durée de vie du niveau 2 et s'exprime en s^{-1} . On se place, pour simplifier le problème, dans le cas de deux niveaux non dégénérés ($g_1 = g_2 = 1$). Les populations du niveau 1 est notée N_1 et celle du niveau 2 est notée N_2 , ces population sont liées par :

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{(E_1 - E_2)}{kT}} \quad (1)$$

Pendant un intervalle de temps dt , la population du niveau 2 varie de la quantité dN_2 selon la loi :

$$dN_2 = -A_{21} N_2 dt \quad (2)$$

Le signe – indique une diminution de la population N_2 , pendant le même intervalle de temps la population du niveau 1 augmente de la même quantité :

$$dN_1 = A_{21} N_2 dt \quad (3)$$

A cette transition électronique correspond un photon hv , on peut bien comprendre que le photon émis spontanément a une direction aléatoire (elle se fait dans toutes les directions on dit qu'elle est isotrope) puisque son origine pourrait être les chocs entre atomes ce qui donne naissance à des trains d'ondes qui n'ont aucune relation de phase entre eux. Cette émission est dite incohérente.

Une intégration simple de l'équation 1 donne :

$$N_2 = N_{20} e^{-A_{21}t} \quad (4)$$

Le temps τ correspondant à $N_2 = N_{20}/e$ est appelé durée de vie du niveau 2 :

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \quad (5)$$

On peut l'obtenir en dessinant la fonction (4), en effet la tangente à la courbe à l'origine coupe l'axe des temps en τ .

La durée de vie d'un niveau dépend des atomes qui le constituent, elle peut varier de la seconde à ces sous unités (ms, μ s, ...).

- ***Coefficient d'Einstein pour l'absorption et dynamique des populations des niveaux 1 et 2***

Rappelons que la transition s'effectue dans le sens 1 → 2 et que l'absorption se fait sous l'effet d'une excitation extérieure (hv), donc la probabilité pour qu'une absorption ait lieu dépend de la densité de photons absorbée u_v , de la population N_1 du niveau 1 de départ. Cette population varie au cours du temps :

$$dN_1 = -B_{12} u_v N_1 dt \quad (6)$$

Le signe – indique une diminution de la population du niveau 1 et le coefficient B_{12} est la probabilité pour que cette absorption ait lieu, B_{12} est également le coefficient d'Einstein pour l'absorption.

De la même manière que pour l'émission spontanée, la diminution de la population du niveau 1 engendre une augmentation de celle du niveau 2 :

$$dN_2 = +B_{12} u_v N_1 dt \quad (7)$$

- *Coefficient d'Einstein pour l'émission stimulée et dynamique des populations des niveaux 1 et 2*

Cette émission dite stimulée ou induite est liée à la présence d'un rayonnement extérieur qui forcera la désexcitation de l'atome du niveau 2 vers le niveau 1. Elle a été postulée théoriquement par Einstein en 1917 afin de reproduire le modèle du corps noir de Planck, nous verrons par la suite cette correspondance. L'observation expérimentale de l'émission stimulée a été faite 11 années plus tard. C'est une émission qui est en compétition avec l'absorption, tout dépend de la population des niveaux 1 et 2 et du rayonnement. Nous en donnerons par la suite quelques exemples pour bien situer le problème.

La dynamique des populations ou aussi appelée équation d'évolution de la population du niveau 2 pour l'émission induite est identique à celle de l'absorption à part que la transition se fait dans le sens inverse ($2 \rightarrow 1$) :

$$dN_2 = -B_{21} u_v N_2 dt \quad (8)$$

Où B_{21} est la probabilité de la transition $2 \rightarrow 1$ ou coefficient d'Einstein relatif à l'émission induite.

La perte de population du niveau 2 entraîne une augmentation de la population du niveau 1 de la même quantité :

$$dN_1 = +B_{z1} u_v N_2 dt \quad (9)$$

L'un des avantages de l'émission induite est que le photon émis est identique à celui qui a provoqué son émission, il a sa direction, sa phase, sa polarisation et sa longueur d'onde. C'est une émission de lumière cohérente. Le nombre de photons émis de façon induite augmente avec l'augmentation de la population du niveau 2, et si cette population devient supérieure à celle du niveau 1 l'émission stimulée l'emporte sur l'absorption et on aura une amplification du rayonnement par émission stimulée d'où le nom 'laser'.

Relation entre les coefficients d'Einstein

ont la même vitesse (on est alors dans le cas d'un corps parfaitement isolé du milieu extérieur), seule la température détermine la distribution énergétique du rayonnement de ce corps.

En 1900 Planck a postulé la loi de rayonnement du corps noir :

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (10)$$

u_ν étant la densité spectrale ou densité du rayonnement $h\nu$, k est la constante de Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$) et T est la température en degré kelvin (K).

Cette loi a été confirmée expérimentalement, elle explique aussi bien le spectre continu du soleil, le changement de couleur du fer chauffé, ... et Einstein va donc tester son modèle en essayant de la retrouver.

En tenant compte à la fois des trois processus : absorption, émission spontanée et émission stimulée, la variation des populations des niveaux 1 et 2 s'écrit :

$$dN_1 = + A_{21} N_2 dt - B_{12} u_\nu N_1 dt + B_{21} u_\nu N_2 dt \quad (11)$$

$$dN_2 = - A_{21} N_2 dt + B_{12} u_\nu N_1 dt - B_{21} u_\nu N_2 dt \quad (12)$$

On remarque bien que :

$$\frac{dN_1}{dt} = - \frac{dN_2}{dt} \quad (13)$$

Et à l'équilibre *thermodynamique rien ne varie plus alors* :

$$\frac{dN_1}{dt} = - \frac{dN_2}{dt} = 0 \quad (14)$$

Ce qui entraîne :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{A_{21} + B_{21} u_\nu}{B_{12} u_\nu} \quad (15)$$

En se servant de la relation (1) on aboutit à :

$$\frac{A_{21} + B_{21} u_\nu}{B_{12} u_\nu} = e^{\frac{h\nu}{kT}} \quad (16)$$

Ce qui implique que la densité spectrale d'énergie u_ν est donnée par :

$$u_\nu = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (17)$$

La relation (17) peut correspondre à la loi de Planck (équation 10) en posant :

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \quad (18)$$

Et :

$$\frac{B_{12}}{B_{21}} = 1 \quad (19)$$

Les relations (18) et (19) montrent clairement que le coefficient B_{21} est nécessaire (c'est pour cette raison que Einstein avait postulé son existence). Elles montrent aussi que les probabilités d'émission induite ou d'absorption dépendent de la fréquence du rayonnement et augmentent ou diminuent en relation avec l'émission spontanée et en fonction du domaine spectral du rayonnement.

La relation (19) montre également, qu'à l'équilibre thermique la probabilité de l'émission induite et celle de l'absorption sont identiques et qu'il y a donc compétition entre les deux, on se demande alors dans quelles conditions peut-on aboutir à favoriser l'émission stimulée ???

Si la population totale du système est N atomes telles que N_1 atomes sont dans le niveau 1 et N_2 atomes dans le niveau 2 alors :

$$N = N_1 + N_2 \quad (20)$$

Nous pouvons alors déduire la population du niveau 1 et celle du niveau 2 en fonction de N en se servant des relations (11) ou (12) et (14) et (20):

$$N_1 = \frac{A_{21} + B_{21} u_v}{A_{21} + (B_{12} + B_{21}) u_v} N \quad (21)$$

$$N_2 = \frac{B_{12} u_v}{A_{21} + (B_{12} + B_{21}) u_v} N \quad (22)$$

Les relations (21) et (22) montrent que si la densité spectrale de rayonnement tend vers l'infini alors N_1 et N_2 tendent vers $N/2$. On remarque également à l'instant initial quand u_v est nul alors $N_1 = N$ et $N_2 = 0$.

Conditions de réalisation d'une inversion de population

Nous avons vu qu'à l'équilibre thermodynamique l'inversion de population des niveaux 1 et 2 est impossible à réaliser, le niveau le plus bas énergétiquement est celui qui est toujours le plus peuplé (relation 1). Ce qui rend compte de l'impossibilité de réaliser un laser si on se restreint à cette condition. Il faut donc essayer de trouver dans quelles situations peut-on privilégier l'émission stimulée par rapport à l'absorption ou à l'émission spontanée.

- En ce qui concerne le milieu matériel il faut bien le choisir, par exemple chercher des milieux dont le temps de vie des états excités est relativement grand pour désavantager le retour rapide à l'état fondamental par émission spontanée ce qui dépeuple rapidement le niveau excité.
- Il faut également mettre le milieu dans les bonnes conditions de température et de pression (pour les gaz). En effet nous avons vu que l'émission stimulée et l'absorption ont des chances égales ($B_{21} = B_{12}$), donc afin de favoriser l'émission induite il faut jouer sur la population du niveau E_2 et l'augmenter ($N_2 > N_1$). Ce peut se faire en allant vers

les hautes températures ce qui permet d'augmenter la population du niveau 2. Une basse pression est nécessaire quand le milieu est un gaz ce qui permet de diminuer les collisions entre atomes du milieu et désavantage le dépeuplement du niveau 2 par émission spontanée.

- Afin d'avantager également l'émission induite, il faut éclairer le milieu avec un grand nombre de photons afin de l'obliger à émettre de façon provoquée et non spontanée. Pour le faire il faut mettre le milieu éclairé dans une cavité de manière à ce qu'il soit toujours en présence de photons identiques. La cavité sera étudiée dans le chapitre suivant.

1-Inversion de population

Une inversion de population est obtenue quand la population de l'état excité devient supérieure à celle du niveau de basse énergie. Cette technique d'inversion de population se réalise par un pompage. Le pompage pourrait être fait par décharge électrique, par une lumière, Le pompage consiste à obliger les atomes à aller d'un niveau de basse énergie vers un niveau excité par le biais d'une excitation extérieure. La première technique de pompage a été découverte par le physicien Alfred Kastler en 1950 et s'appelle pompage optique pour lequel il a reçu le prix Nobel de physique en 1966. Il consiste à inverser les populations (ramener plus d'atomes vers les niveaux excités) par irradiation lumineuse.

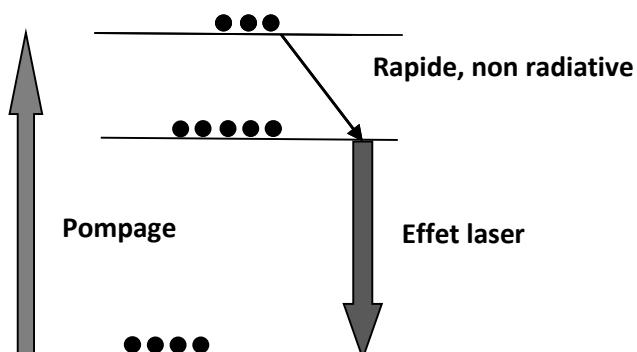
Pour qu'un effet laser se produise entre les niveaux i et j, la transition laser est dans le sens $j \rightarrow i$, il faut qu'il y ait obligatoirement une inversion de population entre les niveaux i et j :

$$N_j > N_i \quad (23)$$

La condition (23) est nommée condition d'inversion de population ou condition d'amplification. En écrivant la dynamique ou les équations d'évolution des populations des niveaux mis en jeu (ici i et j) on détermine une relation entre N_i et N_j ce qui permet d'aboutir à la relation d'amplification optique du rayonnement ou condition de fonctionnement d'un laser. Dans le cas d'un système à 2 niveaux impossible de réaliser la condition (23) puisqu'au plus on arrive juste à égaliser les populations des niveaux 1 et 2.

La première idée est de choisir un système dont le nombre de niveaux est supérieur à deux, on peut par exemple imaginer soit un système à 3 niveaux l'état fondamental et deux états excités, soit un système à 4 niveaux.

2- Lasers à 3 niveaux

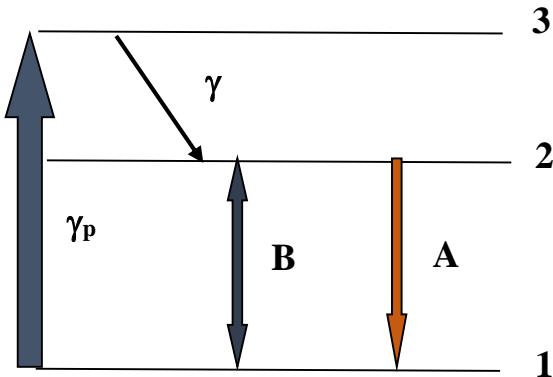


Principe de fonctionnement d'un laser à 3 niveaux

Dans ce cas, le pompage optique se fait du niveau fondamental 1 vers le niveau 3, le niveau 3 se désexcite rapidement vers le niveau 2 par une transition non radiative. Le niveau 2 en général est dit métastable (durée de vie plus longue que celle de 3). Ainsi au bout d'un certain temps la population du niveau 2 devient supérieure à celle de 1. La transition laser (amplification optique du rayonnement) se fait alors du niveau 2 vers le niveau 1. Quelques lasers fonctionnent sur ce principe. Le principal inconvénient des lasers à 3 niveaux est que dès que l'effet laser a lieu, le niveau fondamental (1) se remplit rapidement et on perd l'inversion de population.

❖ Evolution des populations

Soit N la population totale des 3 Niveaux 1, 2 et 3 ($N = N_1 + N_2 + N_3$). La probabilité d'absorption de la pompe est notée γ_p , on notera $\Gamma_p = \gamma_p u'_v$ la probabilité d'absorption par unité de temps relative à la transition $1 \rightarrow 3$, u'_v représente la densité de rayonnement absorbée au cours de cette transition. Les probabilités d'absorption et d'émission stimulée entre les niveaux 1 et 2 sont notées B et celle de l'émission spontanée A . La probabilité des transitions non radiatives entre les niveaux 3 et 2 est notée γ . Le pompage résonne avec la transition $1 \rightarrow 3$ et l'effet laser se produit entre les niveaux 2 et 1, la densité du rayonnement relative à la transition $1 \rightarrow 2$ est notée u_v . Le schéma ci-dessous illustre ces différentes notations.



Les équations d'évolutions relatives au niveau 1, 2 et 3 et reproduisant le schéma ci-dessus sont :

$$dN_1 = -\Gamma_p N_1 dt - B u_v N_1 dt + A N_2 dt + B u_v N_2 dt \quad (24)$$

$$dN_2 = -A N_2 dt - B u_v N_2 dt + B u_v N_1 dt + \gamma N_3 dt \quad (25)$$

$$dN_3 = -\gamma N_3 dt + \Gamma_p N_1 dt \quad (26)$$

On a toujours :

$$\frac{dN_1}{dt} + \frac{dN_2}{dt} + \frac{dN_3}{dt} = 0 \quad (27)$$

A l'équilibre thermodynamique nous avons à partir de la relation (26) :

$$N_3 = \frac{\Gamma_p}{\gamma} N_1 \quad (28)$$

Or la transition $3 \rightarrow 2$ se fait très rapidement ce qui implique que γ est très grand et ainsi N_3 tend vers zéro.

Nous pouvons alors déterminer une relation entre N_1 et N_2 en utilisant la relation (24) qui fait apparaître la probabilité d'absorption $1 \rightarrow 3$ par unité de temps de la pompe :

$$N_2 = \frac{(\Gamma_p + B u_v)}{(A + B u_v)} N_1 \quad (29)$$

Ainsi pour avoir une inversion de population c'est à dire $\frac{N_2}{N_1} > 1$ il faut :

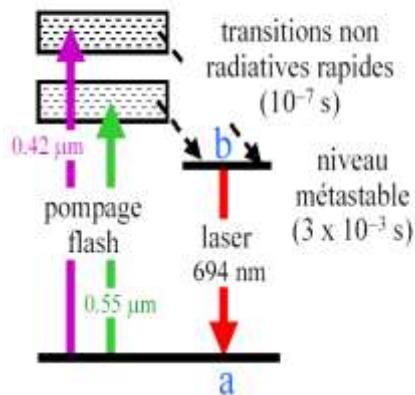
$$\Gamma_p > A \quad (30)$$

Afin de réaliser l'effet laser dans un système à 3 niveaux il faut donc pomper fortement, ce qui présente l'un de ses inconvénients.

❖ Exemple d'un laser à 3 niveaux : laser à Rubis

Le premier laser découvert est le laser à rubis (solide), qui est un laser à 3 niveaux. Le milieu amplificateur est l'ion Cr³⁺ placé dans une matrice d'alumine Al₂O₃ :

Rubis : ion Cr³⁺ en substitution de Al³⁺ dans matrice d'alumine

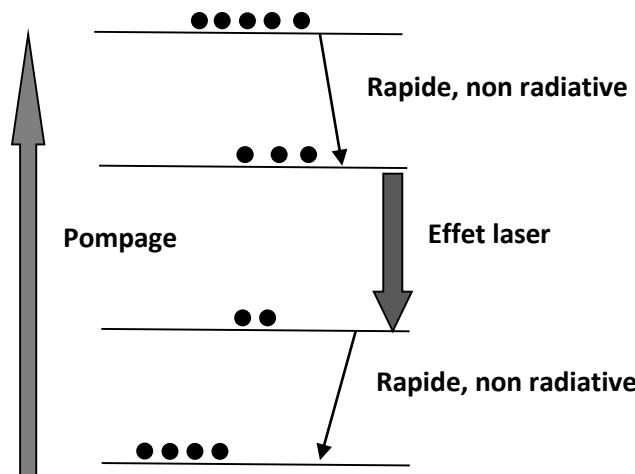


- Il présente deux grosses bandes d'absorption très larges qui couvrent le domaine visible et qui sont capables d'absorber efficacement la lumière blanche d'un flash.

- Les états excités correspondants à ces bandes perdent très vite (10^{-7} s) leur énergie potentielle au profit de l'état métastable (longue durée de vie 3 ms).

-L'effet laser se produit entre l'état métastable et le niveau fondamental, et l'émission laser se fait dans le rouge à la longueur d'onde 694 nm.

2- Lasers à 4 niveaux

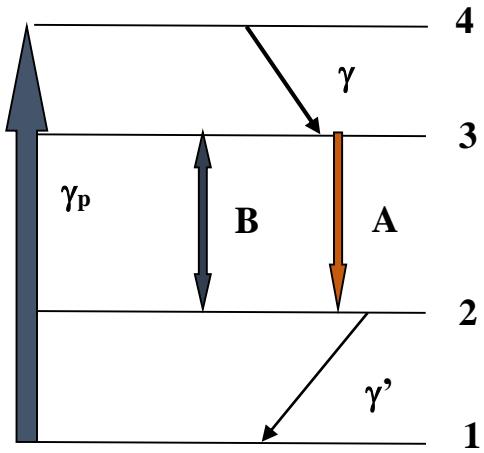


Principe de fonctionnement d'un laser à 4 niveaux

Pour les lasers à 4 niveaux, le pompage optique se fait du niveau fondamental 1 vers le niveau 4, le niveau 4 a une courte durée de vie et se désexcite rapidement vers le niveau 3 par une transition non radiative. Le niveau 3 est métastable (longue durée de vie) et la transition laser s'effectue entre les niveaux 3 et 2. Le niveau 2 ayant une courte durée de vie se vide rapidement vers le niveau 1, ce qui permet toujours à la population du niveau 3 de rester supérieure à celle de 2 et l'effet laser dure. Les systèmes à 4 niveaux corrigent les problèmes observés dans le cas des lasers à 3 niveaux. Ils sont les plus utilisés.

❖ Evolution des populations

Soit N la population totale des 4 Niveaux ($N = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$). La probabilité d'absorption de la pompe est notée γ_p , on notera $\Gamma_p = \gamma_p u'_v$ la probabilité d'absorption par unité de temps relative à la transition $1 \rightarrow 4$ et u'_v est la densité du rayonnement absorbée lors de cette transition. Les probabilités d'absorption et d'émission stimulée entre les niveaux 3 et 2 sont notées B et celle d'émission spontanée A . La probabilité des transitions non radiatives entre les niveaux 4 et 3 est notée γ celle relative à la transition non radiative $2 \rightarrow 1$ est notée γ' . Le pompage résonne avec la transition $1 \rightarrow 4$ et l'effet laser se produit entre les niveaux 3 et 2, la densité du rayonnement relative à la transition $2 \rightarrow 3$ est notée u_v . Le schéma ci-dessous illustre ces différentes notations.



Les équations d'évolution relatives au schéma ci-dessus sont alors :

$$dN_1 = -\Gamma_p N_1 dt + \gamma' N_2 dt \quad (31)$$

$$dN_2 = +A N_3 dt + B u_v N_3 dt - B u_v N_2 dt - \gamma' N_2 dt \quad (32)$$

$$dN_3 = -A N_3 dt - B u_v N_3 dt + B u_v N_2 dt + \gamma N_4 dt \quad (33)$$

$$dN_4 = +\Gamma_p N_1 dt - \gamma N_4 dt \quad (34)$$

À l'équilibre thermodynamique les relations (31) et (34) donnent respectivement :

$$N_2 = \frac{\Gamma_p}{\gamma'} N_1 \quad (35) \quad \text{et} \quad N_4 = \frac{\Gamma_p}{\gamma} N_1 \quad (36)$$

Comme γ est très grand (transition rapide) donc N_4 tend vers zéro et γ' très grand donc également N_2 tend vers zéro. Les deux niveaux 4 et 2 se vident très rapidement ce qui garantit une inversion de population entre les niveaux 3 et 2 et ne nécessite pas un pompage intense comme dans le cas d'un laser à 3 niveaux.

En écrivant que le rapport $\frac{N_3}{N_2} > 1$, nous obtenons à partir de la relation (32) ou (33) :

$\gamma' > A$ ce qui est tout à fait vrai et permet au niveau 2 de se dépeupler rapidement et c'est ce qui permet de réaliser l'inversion de population.