Les résonateurs optiques

Introduction :

On définit un résonateur optique ou cavité optique comme un dispositif dans lequel certains rayons lumineux sont susceptibles de rester confinés grâce à des miroirs sur lesquels ils se réfléchissent.
En général, les résonateurs optiques comportent trois éléments essentiels, un milieu amplificateur de lumière, une cavité résonnante et un système de pompage que l'on introduira dans la partie 4 de notre projet.
Les cavités optiques jouent alors un rôle fondamental dans l'étude des phénomènes ondulatoires, on en distingue trois principaux :
• Générer et maintenir une amplification lumineuse. Dans le résonateur optique, Le signal optique peut traverser à plusieurs reprises la substance active dans la direction de l'axe de la cavité ; l'amplification optique est obtenue continuellement, le signal devient plus fort et saturé et la sortie du laser est formée.
• Améliorer la directionnalité du laser. Tout photon dont la direction de propagation s'écarte de l'axe de la cavité est rapidement éliminé de la cavité. Seuls les photons se propageant le long de l'axe de la cavité peuvent être échangés en continu dans le tube pour obtenir une amplification optique, de sorte que le laser de sortie présente une bonne directivité.
• Améliorer la monochromaticité laser. Le laser est réfléchi dans la cavité résonante et superposé de manière cohérente pour former une onde stationnaire avec le miroir en tant que nœud.
Avant d'introduire les différents types de cavités optiques, on définit deux modes de résonance pour les résonateurs optiques, un mode de résonance longitudinal qui varie selon la longueur d'onde λ de l'onde associée ainsi qu'un mode de résonance transverse (ou TEM) qui varie selon la forme du système étudié.
Nous étudierons dans cette partie les différentes formes des cavités optiques et leur condition de stabilité, le cas des cavités optique de Fabry-Pérot ainsi que le mode d résonance transverse.

Cavité optique de Fabry-Pérot :

Avant de parler des différents types de cavités optiques, le modèle de cavité stable le plus simple représentable est la cavité linéaire constituée de deux miroirs face à face, de rayons de courbures respectifs R_1 et R_2, distants d'une distance L et de diamètre respectifs D_1 et D_2.
On définit une cavité stable par une cavité dont des rayons restent au voisinage de l'axe optique à travers les n éléments quand n tend vers l'infini (c'est à dire pour n allers retours à l'intérieur de la cavité optique).
On définit une cavité optique de Fabry-Pérot comme une cavité optique résonnante constituée de deux lames semi-réfléchissantes séparées d'une distance L. Ce type de cavité optique est caractérisé par le phénomène de réflexion totale interne puisque chaque rayon entrant entre les deux lames se réfléchit un très grand nombre de fois avant d'y ressortir et chaque rayon sortant interfère dans le plan focal d'une lentille.
Cette cavité optique est ainsi caractérisée par un coefficient **R** de réflexibilité qui d'autant plus

grand lorsque le nombre de rayons en phase est important (Pour des angles particuliers variant en fonction de θ et L). Le traitement de la cavité optique permet alors d'augmenter le coefficient de réflexion des faces internes de la lame d'air, soit par métallisation, soit par le dépôt de plusieurs couches diélectriques. Typiquement, le coefficient de réflexion énergétique est supérieur à 90% (Le
Coefficient de réflexion idéale est de 95%).
De plus, la cavité de Fabry-Pérot est caractérisée par le phénomène d'interférence à ondes multiples. En effet, on remarque que si le coefficient de réflexibilité est faible, alors la première onde sortant de la cavité est peu visible et très intense, ce qui contraire au principe de stabilité du résonateur de Fabry-Pérot. Lorsque le coefficient de réflexibilité s'approche de 1, il faudrait prendre en compte le nombre de rayons d'amplitude comparable afin de vérifier la stabilité de la cavité optique.
De plus, on néglige le phénomène d'absorption optique dans le modèle de la cavité de Fabry-Pérot puisque l'on n'a pas de pertes d'énergie lumineuse (phénomène de réflexion totale interne).
La cavité de Fabry-Pérot se caractérise par le phénomène de transmission d'intensité lumineuse, qui dépend en grande partie par son déphasage Δϕ ; puisque la division d'amplitude produite par une lame introduit un déphasage qui se traduit par la formule suivante :

$$\Delta\varphi = \frac{2\,\pi\,\delta}{\lambda}$$

Avec λ longueur d'onde du faisceau lumineux et :

$\delta = 2ne \cos(\theta_r)$

n=1 (indice de l'air)

e l'épaisseur de la lame d'air

$\theta_r = \theta_i$ avec θ_i angle incident et θ_r angle réfléchi sortant de la cavité de Fabry-Pérot.

Rôle de la cavité

La partie précédente montre comment favoriser une inversion de population en choisissant bien le système et les niveaux d'énergie. Cependant, avoir une inversion de population positive n'est pas suffisant pour générer un effet laser. En effet, il ne faut pas oublier que les mécanismes d'émission stimulée et d'émission spontanée sont en compétition. Ainsi, avant d'être un milieu amplificateur de lumière, un milieu laser pompé par une source d'énergie extérieure est d'abord une “lampe” (émission spontanée). C'est la cavité qui va créer les conditions favorables pour que l'émission stimulée devienne prédominante par rapport l'émission spontanée. La cavité ou résonateur optique est composée de miroirs qui permettent à la lumière de passer de nombreuses fois dans le milieu amplificateur. On peut trouver deux types de cavités (figure 1) : des cavités dites “linéaires” (la lumière fait des allers et retour) ou des cavités en anneau (la lumière fait des tours). On suppose dans la suite une cavité linéaire.

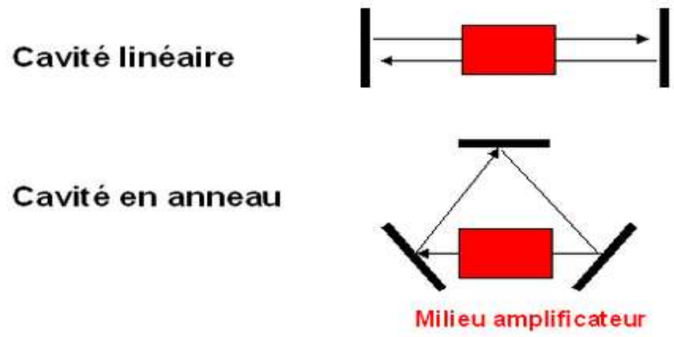
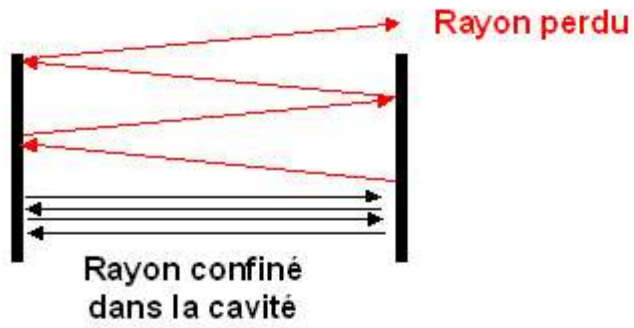


Fig. : Les deux types de cavité.

Au démarrage du laser, la “lampe-milieu amplificateur” émet spontanément dans toutes les directions. Cependant, il existe une petite partie de l'émission qui se trouve dans l'axe de la cavité laser. Ces photons spontanés peuvent donc y faire des allers et retours dans la cavité va augmenter de façon considérable. Le confinement de la lumière va ainsi accroître la probabilité d'émission stimulée. En parallèle, la cavité va jouer le rôle de filtre à cause des multiples allers et retours : seule l'onde parfaitement perpendiculaire à l'axe de la cavité pourra se propager et certaines fréquences seront privilégiées (fréquences de résonance de la cavité). Ainsi, la cavité donne au rayonnement laser ses propriétés si particulières (directivité, finesse spectrale).



Au bout de plusieurs dizaines de milliers d'allers et retours (en général), la quantité de photons générée dans l'axe de la cavité par émission stimulée va être devenir égale à celle qui est perdue (en particulier via le miroir de sortie). Il va donc y avoir un état stationnaire pour lequel un rayonnement (dit rayonnement laser) sort de façon continue par le miroir de sortie. On dit alors que le laser oscille : c'est à dire que le laser émet en continu un rayonnement majoritairement issu de l'émission stimulée filtré par la cavité.

Types de cavité

Les types les plus courants de cavités optiques sont constitués de deux miroirs plans (plans) ou sphériques en regard. Le plus simple d'entre eux est la cavité plane - parallèle (Fabry – Pérot), constituée de deux miroirs plats opposés. Bien que simple, cet arrangement est rarement utilisé dans les lasers à grande échelle en raison de la difficulté de l’alignement ; les miroirs doivent être alignés parallèlement dans les secondes qui suivent l'arc, sinon "le faisceau" du faisceau intracavité se répandra sur les côtés de la cavité. Cependant, ce problème est très réduit pour les cavités très courtes avec une faible distance de séparation miroir (L <1 cm). Les résonateurs planparallèles sont donc couramment utilisés dans les lasers à microcavités et les lasers à semi-conducteurs. Dans ces cas, plutôt que d'utiliser des miroirs séparés, un revêtement optique réfléchissant peut être directement appliqué sur le support laser lui-même. Le résonateur parallèle aux plans est également à la base de l'interféromètre de Fabry-Pérot.

Pour un résonateur à deux miroirs avec des rayons de courbure R_1 et R_2, il existe un certain nombre de configurations de cavité communes. Si les deux rayons sont égaux à la moitié de la longueur de la cavité ($R_1 = R_2 = L / 2$), il en résulte un résonateur concentrique ou sphérique. Ce type de cavité produit une ceinture de faisceau limitée par la diffraction au centre de la cavité, avec des diamètres de faisceau importants au niveau des miroirs, remplissant toute l'ouverture du miroir. La cavité hémisphérique est semblable à celle-ci, avec un miroir plan et un miroir de rayon égal à la longueur de la cavité.

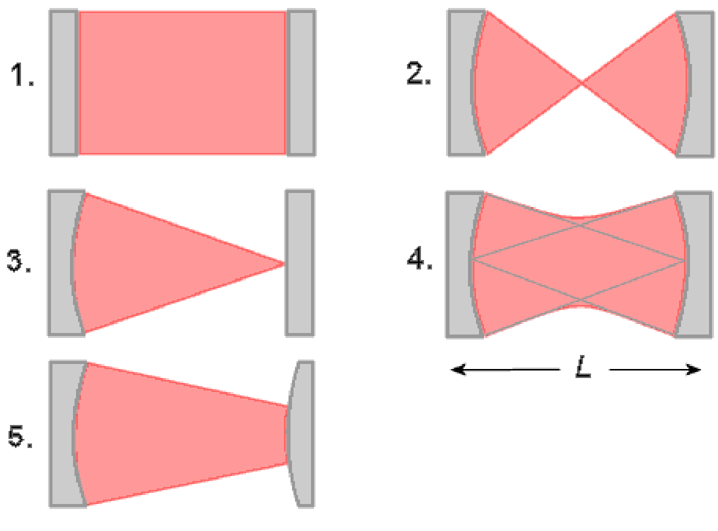
Le résonateur confocal est un modèle commun et important, avec des miroirs de rayons égaux à la longueur de la cavité ($R_1 = R_2 = L$). Cette conception produit le diamètre de faisceau le plus petit possible au niveau des miroirs de la cavité pour une longueur de cavité donnée. Elle est souvent utilisée dans les lasers où la pureté du motif en mode transverse est importante.

Une cavité concave-convexe a un miroir convexe avec un rayon de courbure négatif. Cette conception ne produit pas de focalisation intracavité du faisceau et est donc utile dans les lasers de très haute puissance où l'intensité de la lumière intracavité pourrait endommager le milieu intracavité si elle était focalisée.

Avec deux miroirs sphériques de rayons de courbure R_1 et R_2, de nombreuses configurations de cavités peuvent être réalisées. Si les deux miroirs ont le même centre ($R_1 + R_2 = L$), cela forme une cavité *concentrique*. En remplaçant un des deux miroirs par un miroir plan placé au centre de l'autre, on obtient une cavité *hémisphérique*.

Une configuration importante et souvent utilisée est la cavité *confocale,* où les deux miroirs sont identiques et dont les rayons de courbure coïncident avec la longueur de la cavité ($R_1 = R_2 = L$). Ce type de cavité permet de produire des faisceaux les plus fins possibles.

Il existe aussi des cavités *concave-convexes* constituées de deux miroirs sphériques : un concave et un convexe. Cela permet de ne pas trop focaliser le faisceau, ce qui est parfois important dans les lasers de grande puissance pour ne pas détruire le milieu amplificateur. «



Différentes cavités à deux miroirs :
1. plane.
2. concentrique.
3. hémisphérique.
4. confocale.
5. concave-convexe.

Stabilité

Une cavité constituée de deux miroirs ne peut confiner la lumière que dans certaines positions des miroirs. Dans ces cas, on dit que la cavité est *stable*. Si elle est *instable*, un rayon présent dans la cavité en sortira après quelques réflexions sur les miroirs, et sera perdu. Il est possible de calculer la condition de stabilité de telles cavités :

Seules certaines gammes de valeurs pour R1, R2 et L produisent des résonateurs stables dans lesquels un recentrage périodique du faisceau intracavité est produit. Si la cavité est instable, la taille du faisceau augmentera sans limite, pour éventuellement atteindre une taille supérieure à celle des miroirs de la cavité et disparaître. En utilisant des méthodes telles que l'analyse matricielle par transfert de rayons, il est possible de calculer un critère de stabilité :

$$0 \leq \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) \leq 1$$

Les valeurs qui satisfont l'inégalité correspondent à des résonateurs stables.
La stabilité peut être montrée graphiquement en définissant un paramètre de stabilité, g pour chaque miroir :

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}, \qquad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$$

et tracer g1 contre g2 comme indiqué. Les zones délimitées par la ligne g1 g2 = 1 et les axes sont stables. Les cavités aux points exactement sur la ligne sont marginalement stables ; De petites variations dans la longueur de la cavité peuvent rendre le résonateur instable, aussi les lasers utilisant ces cavités sont-ils en pratique souvent utilisés juste à l'intérieur de la ligne de stabilité.

La courbe $g_1 = f(g_2)$ est tracée ci-dessous. Une courbe est dite stable si le rayon la traversant sur un trajet (aller-retour) reste confiné près de l'axe optique de la cavité.

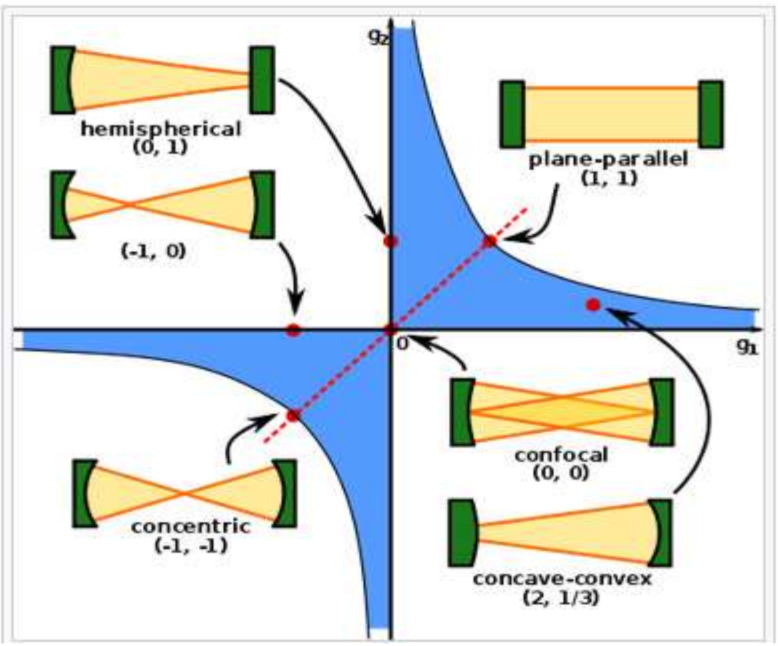


Fig. Diagramme de stabilité.

Modes de résonance d'une cavité

Dans une cavité vide (ne contenant pas le milieu actif), la lumière va faire plusieurs allers- retours en subissant des réflexions sur les miroirs. Les ondes issues de cette lumière vont interférer constructivement ou destructivement entre elles et seules quelques longueurs d'ondes et les ondes qui leurs sont associées vont être présentes dans la cavité. Ces ondes ou ces longueurs d'ondes sont appelées les modes de résonance de la cavité et dépendent également du type de la cavité choisie.

❖ ***Modes longitudinaux***

Les ondes qui n'échappent pas à la cavité ou qui ne se détruisent pas par interférences destructives ont des longueurs d'ondes qui sont en relation directe avec la longueur de la cavité L. Ces modes de résonance ou propres sont tel que :

$$\mathbf{q\lambda = 2L}$$

où q est un entier, cette condition est prise sur un aller-retour dans la cavité, le schéma ci-dessous montre quelques ondes parcourant la cavité de longueur L, on remarque bien qu'au bout de quelques allers-retours les modes non résonnants auront bien une intensité nulle.

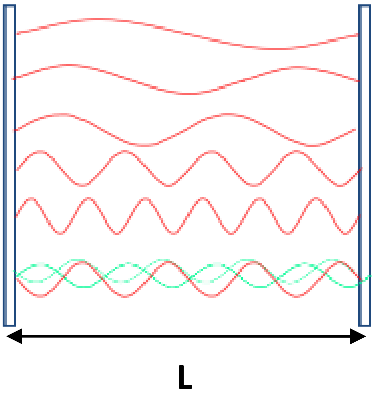


Figure 5 : ondes dans la cavité

$$\nu = q\frac{c}{2\,L}$$

où ν représente la fréquence des modes propres longitudinaux de la cavité. Les modes propres de la cavité sont représentés sur la figure ci-dessous, on représente également l'intervalle spectral libre $\Delta\nu$ qui est l'écart en fréquence entre deux modes propres longitudinaux successifs de la cavité.

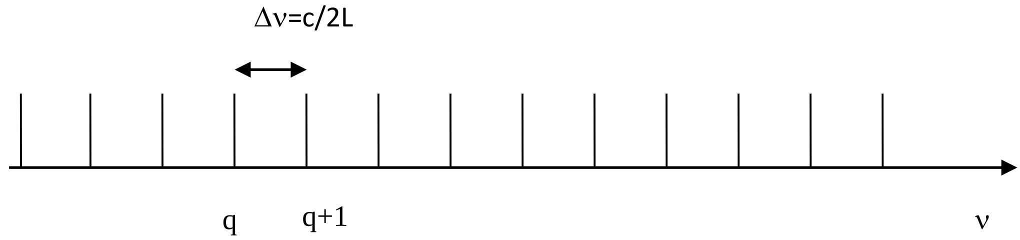


Figure 6 : Modes longitudinaux de la cavité

❖ ***Modes Transverses Electro-Magnétiques***

En réalité la cavité a trois dimensions, l'onde se propage dans la cavité selon l'axe des z mais cette onde est représentée par une gaussienne tant qu'on reste dans l'approximation de Gauss (onde sphérique qui s'approche de l'onde plane si les faisceaux ne sont pas trop écartés de l'axe de propagation (écart maximum de 30°)). Une onde est dite gaussienne si son amplitude est caractérisée par une fonction gaussienne.

En partant d'une onde plane monochromatique se propageant sur l'axe des z :

$$\psi(x, y, z) = A(x, y, z)e^{ikz} = A(\rho, z)e^{ikz}$$

$$\text{Avec } \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

ρ représente la distance du front d'onde par rapport à l'axe des z.

Pour que le faisceau représentant cette onde soit gaussien il faut que :

$$A(\rho, z) = A_0(z)\, e^{-\frac{\rho^2}{w(z)^2}}$$

W(z) est une distance (se rappeler que le rapport dans l'exponentielle est sans dimensions), elle représente le rayon de la section droite du faisceau gaussien à la distance z. Une gaussienne est représentée par :

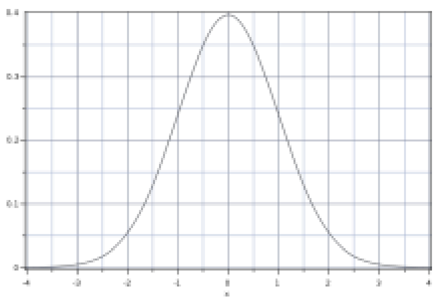


Figure 7 : Allure d'une gaussienne

Cette onde gaussienne associe à chaque mode longitudinal q (représente l'onde qui se propage selon z) des modes Transverses Electro-Magnétiques notés TEM_{np}. Ces modes transverses représentant la distribution gaussienne en x et y de l'onde. Le mot transverse implique que le mode décrit est distribué dans une direction transverse ou perpendiculaire à l'axe de propagation.

Plusieurs modes TEM_{np} peuvent être observés, La répartition de l'intensité de quelques uns de ces modes dans le plan (x,y) est représentée sur la figure ci-dessous :

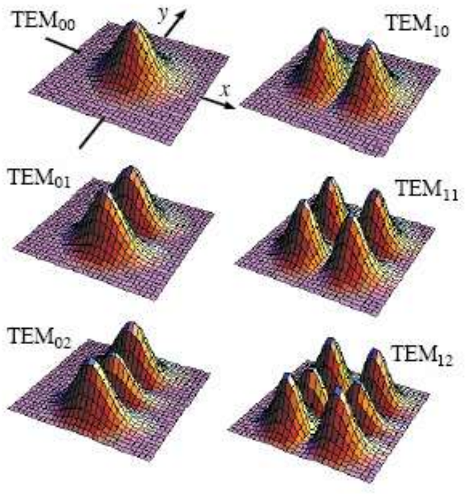
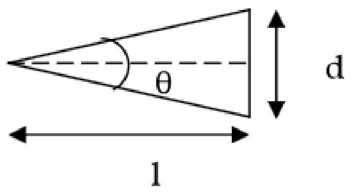


Figure 8 : Répartition en intensité (selon les axes x et y) pour quelques modes TEM_{np}

Les indices n et p indiquent respectivement le nombre de minima (intensité zéro) relatifs respectivement aux coordonnées x et y. Pour le mode TEM_{00} pas de minima dans les deux directions, pour le mode TEM_{10} un minimum dans la direction x et aucun minimum dans la direction y (Figures 8).

Remarque :
En réalité, un faisceau LASER présente une très légère divergence. On considère une source LASER. A une distance l = 3m de la source, le diamètre du faisceau est d = 5 mm. En déduire l'angle de divergence θ du faisceau :



On a tan : $\theta/2 = d/2 = 8{,}3.10^{-4}$; soit $\theta = 0{,}095° = 1{,}67.10^{-3}$ rad.
On remarque que : $\theta/2$ (en rad) ≈ tan $\theta/2$
Ce qui est généralisable au cas des angles très petits. Pour des angles très petits, tan θ ≈ θ (en rad). On pourra directement écrire :
$\tan \theta/2 = \theta/2 = d/2l$
Soit : $\theta = d/2l = 1{,}67.\ 10^{-3}$ rad.

Conditions sur la cavité

Les deux parties précédentes montrent que le rayonnement laser est finalement un “concentré de lumière” spatial et spectral et que la cavité y est pour beaucoup. Il y a cependant certaines conditions à respecter pour qu'un laser puisse effectivement fonctionner. On trouve une condition sur le gain et les pertes de la cavité et une condition sur la fréquence qui peut se reporter sur la longueur de la cavité.

Condition sur le gain

On peut définir le gain effectif d'un milieu amplificateur par le rapport entre la puissance de sortie Ps sur la puissance d'entrée Pe : $G = \frac{P_s}{P_e}$

Ces deux puissances (exprimées en watt ou en photons par seconde) étant portées par le faisceau laser avant et après le passage du milieu amplificateur (figure 13).

Figure 13 : Puissance en entrée et en sortie du milieu amplificateur.

On peut également définir les coefficients de réflexion (en puissance optique) des miroirs de la cavité : R1 et R2. On suppose qu'il n'y a pas d'autres pertes que les réflexions sur les miroirs (figure 14).

Lorsque le laser fonctionne en continu, il émet une puissance de sortie constante indépendante du fait que les photons circulant dans la cavité augmentent en nombre au passage du milieu amplificateur puis diminuent lors de la réflexion sur les miroirs. Ainsi, lorsque le laser fonctionne en continu, un aller et retour dans la cavité ne modifie pas la puissance portée par le faisceau laser (le nombre de photons gagnés est égal au nombre de photons perdus).

En appelant P la puissance du laser juste avant le miroir M1.

La puissance après un aller et retour peut s'écrire : $P_{AR} = G_+ R_2 G_- R_1 P$.

G+ et G- étant les gains effectifs dans le sens "+" et le sens "-". Le sens "+" correspond par définition à la direction du faisceau laser en sortie. Le sens "-" est l'autre direction.

Il est nécessaire de différencier les gains effectifs selon le sens de propagation de l'onde car celui-ci dépend de la puissance incidente qui n'est pas la même dans un sens ou dans l'autre (les coefficients de réflexion sur les miroirs ont des valeurs différentes)

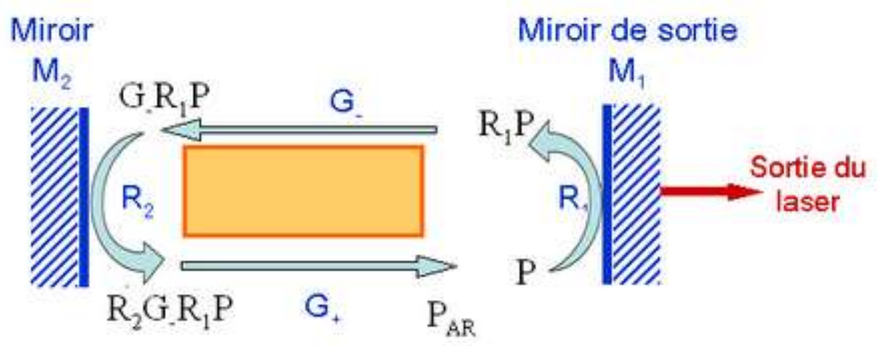


Figure 14 : Milieu amplificateur mis en cavité : effet des miroirs et du gain sur l'onde laser.

Lorsque le laser émet en continu, on a $P=P_{AR}$. Le produit G_+G_- qui représente le gain sur un aller et retour doit donc vérifier : $G_+G_-=1/(R_1 R_2)$.

Si $G_+G_-<1/R_1R_2$, le laser ne peut pas osciller.

Si $G_+G_->1/R_1R_2$, la puissance dans la cavité augmente à chaque tour. L'augmentation n'est pas infinie car le nombre d'atomes du niveau du haut étant donné par le pompage, le nombre de photons stimulés est fini. Ainsi, supposons le nombre maximal de photons qu'il est possible de récupérer de façon stimulée par seconde soit égal à N. Le gain effectif peut s'écrire : G=(Pe+N)/Pe où Pe est la puissance juste avant le milieu amplificateur (en nombre de photons par seconde). Si Pe augmente, le gain effectif diminue et tend vers l'unité. On appelle ce phénomène la saturation du gain. Ainsi, lorsque la puissance dans la cavité augmente de façon importante, le produit G+G- diminue et fini par se stabiliser à la valeur $G_+G_-=1/(R_1R_2)$.

Les miroirs de la cavité doivent donc être choisis de telle sorte que le gain par aller et retour G_+G_- soit supérieur à $1/R_1R_2$: on dit aussi que le gain doit être supérieur aux pertes de la cavité (représentées par les transmissions des miroirs).

Condition sur la fréquence

Les fréquences pouvant exister dans la cavité s'écrivent : $\vartheta = \frac{kc}{2L}$. Il faut également qu'elles se trouvent dans la bande de gain du milieu amplificateur. Le produit G_+G_- a en effet une certaine largeur spectrale donnée par la physique du milieu amplificateur (par exemple, cette largeur est de l'ordre de 1 GHz pour un laser hélium néon). La condition sur le gain peut donc se traduire par une certaine plage spectrale $\Delta\vartheta$ dans laquelle les fréquences vont pouvoir mener à une oscillation. On peut donc traduire les conditions sur le gain et sur la fréquence au niveau d'un même graphe (figure 15).

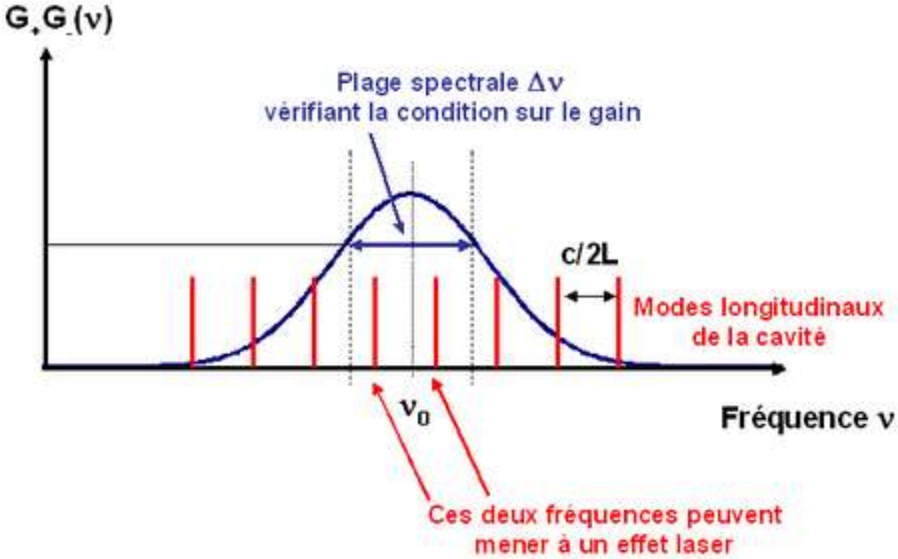


Figure 15 : Conditions sur le gain et la fréquence (dans le cas montré ici, deux fréquences sont susceptibles d'osciller dans le laser).

Dans le peigne de fréquences imposées par la cavité, seules celles qui vérifient la condition sur le gain ont une chance de mener à une oscillation laser. Les autres ne peuvent pas exister. En général, la plage spectrale $\Delta\vartheta$ est plus grande que c/2L. Ainsi, l'ensemble des fréquences qui peuvent osciller peut être assez grand (quelques dizaines à quelques centaines de fréquences) : le nombre dépend de la largeur de la plage spectrale $\Delta\vartheta$ par rapport à l'intervalle spectral imposé par la cavité Fabry Pérot (c/2L).

Cependant, dans certains cas, la plage spectrale $\Delta\vartheta$ est plus petite que c/2L (figure 16). Ce cas arrive lorsque le milieu amplificateur émet dans une bande très fine (par exemple avec des lasers CO_2) ou alors lorsque la cavité est très petite (par exemple avec des micro-lasers dont la cavité a une longueur inférieur au millimètre). Il peut alors arriver qu'aucune fréquence ne soit capable d'osciller. Dans ce cas, il faut ajuster la longueur de la cavité pour permettre à une fréquence de se trouver dans la bande d'amplification.

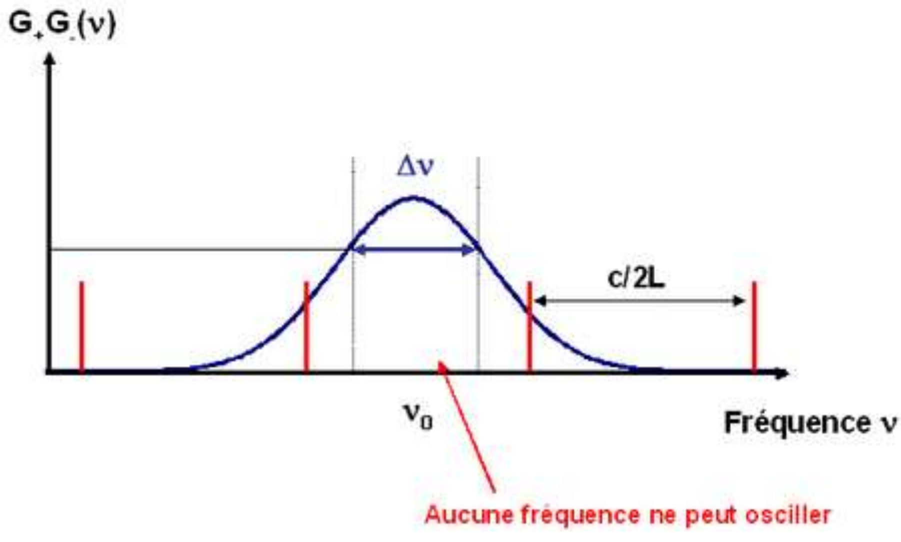


Figure 16 : Cas extrême où la plage spectrale vérifiant la condition sur le gain est plus petite que l'intervalle spectral c/2L.