

## SETDS

### Exercice 1

1/La proposition suivante est –elle fausse ou vraie, justifier votre réponse :

Si de la lumière violette de longueur d'onde  $\lambda = 400 \text{ nm}$  ne cause pas d'effet photoélectrique dans un métal, alors il est certain que de la lumière rouge avec  $\lambda = 700 \text{ nm}$  peut provoquer un effet photoélectrique dans ce métal.

2/L'énergie d'ionisation du Na extrêmement pur est 2.75 eV.

a- Calculez l'énergie cinétique maximale que peuvent avoir des photoélectrons émis par Na exposé à une radiation ultraviolette de 200 nm.

b- Calculez la plus grande longueur d'onde qui peut causer un effet photoélectrique dans le Na pur.

### Exercice 2

Calculez la longueur d'onde de de Broglie associée à un électron se déplaçant à  $v = 1/137$ ème de la vitesse de la lumière (les électrons ayant cette vitesse sont considérés comme étant non relativistes), dans quelle région spectrale peut-on trouver cet électron.

Données :  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  et  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  et  $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

### Exercice 3

On considère un niveau du bas situé à une énergie égale à  $200 \text{ cm}^{-1}$  du niveau fondamental. Il n'y a pas d'autre niveau à proximité. Donner la fraction de population qui se trouve dans ce niveau par rapport à la population du niveau fondamental, pour une température de 300K.

On rappelle que la constante de Boltzmann vaut :  $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$

On donne également le passage de l'unité en  $\text{cm}^{-1}$  à l'unité en joules :  $E(\text{J}) = 100 h c E(\text{cm}^{-1})$

avec  $h$  la constante de Planck :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ .

### Exercice 4

1/En vous servant de l'équation de Boltzmann pour un système non dégénéré, calculer la relation entre les populations des niveaux 1 et 2 correspondantes à un écart énergétique de 0.5 eV (visible) et de 2 eV (UV) à la température ambiante, en donner une interprétation.

2/ Déterminer, dans le domaine visible et l'UV les relations entre les coefficients d'Einstein pour l'émission spontanée et l'émission stimulée  $A_{21}$  et  $B_{21}$  ? On rappelle que :

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3}$$

Conclure.

3/ Si on excite un système dans le visible, dans quels domaines du spectre électromagnétique peut-il émettre ?

## Exercice 5

*Les deux parties de l'exercice peuvent-être traitées indépendamment.*

Le laser à rubis est un laser à solide qui fonctionne sur le principe des lasers à 3 niveaux. Son milieu actif est constitué d'un cristal d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dopé à environ 0.05% d'ions de chrome  $\text{Cr}^{3+}$ .

Une lumière issue d'un flash (pompage) porte le  $\text{Cr}^{3+}$  du niveau fondamental  $E_1$  à un groupe de niveaux excités  $E_3$ . Les  $\text{Cr}^{3+}$  retombent par transition non radiative à un niveau intermédiaire  $E_2$ . L'émission induite correspondant à la raie Laser se fait du niveau  $E_2$  vers le niveau  $E_1$ .

1/ Représenter par des flèches les différentes transitions citées ci-dessus, sur un diagramme énergétique en indiquant le nom des différents niveaux ( $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ ), le nom des transitions (pompage, transition rapide et effet laser) ainsi que la stabilité de ces niveaux (stable, métastable, instable)

2/ Le passage du niveau  $E_1$  au groupe de niveaux  $E_3$  correspond à une bande d'absorption de longueur d'onde :

$$\lambda_i = 540 \text{ nm} \leq \lambda \leq \lambda_s = 660 \text{ nm}$$

a- Donner l'expression de l'encadrement en énergie  $\Delta E$  relatif à cette bande en prenant le niveau  $E_1$  comme référence énergétique. Calculer en eV cet encadrement énergétique.

b- Sachant que le niveau  $E_2$  est à 1.786 eV, calculer la longueur d'onde  $\lambda$  de la raie laser.

Données :  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  et  $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  et  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

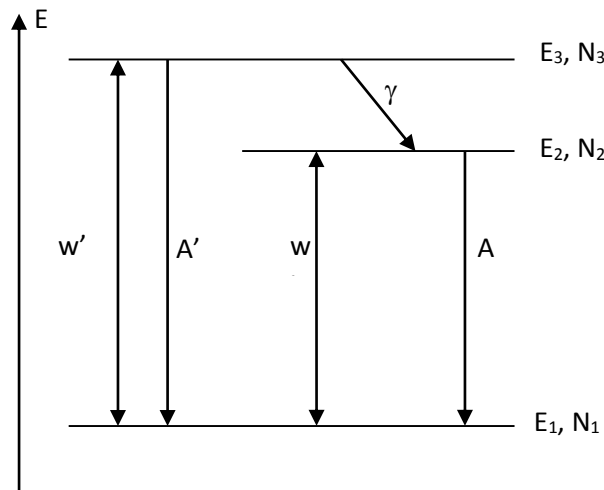
3/ Soit :  $w' = B' u'_v$  et  $w = B u_v$

Avec :  $B'_{13} = B'_{31} = B'$  et  $B_{12} = B_{21} = B$

$u'_v$  représente la densité du rayonnement en résonance avec la transition 13 et  $u_v$  est la densité du rayonnement qui résonne avec la transition 12.

Afin de faciliter l'écriture des équations dans la partie I du problème tout sera exprimé en fonction de  $w'$ ,  $w$ ,  $A'$ ,  $A$  et  $\gamma$ .

En vous servant du diagramme ci-dessous

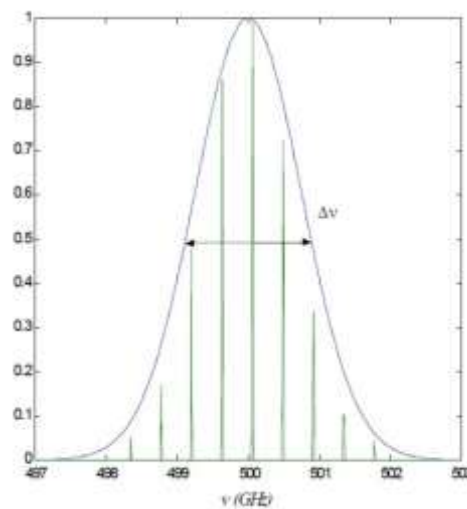


- Expliquer brièvement à quels processus d'interaction matière rayonnement sont liés les coefficients  $w'$ ,  $A'$ ,  $w$ ,  $A$  et  $\gamma$ .
- L'émission induite a-t-elle été mise en évidence en premier théoriquement ou expérimentalement. Qui est le physicien qui l'a proposé et dans quel but ?
- Ecrire les équations relatives à la dynamique des populations  $N_1$ ,  $N_2$  et  $N_3$  correspondantes respectivement aux niveaux énergétiques  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ .

- d- Que deviennent ces équations en régime stationnaire. Déterminer alors une relation entre  $N_1$  et  $N_2$ .
- e- Exprimer le rapport  $N_2/N_1$  quand  $A'$  et  $w$  sont presque nuls et  $\gamma \gg w'$ . Donner alors la condition de l'inversion de population, l'expliquer en quelques mots.
- 4/ a- En vous servant de la condition trouvée dans la question (3e), expliquer le désavantage des lasers à 3 niveaux.
- b- Dessiner un schéma illustrant le principe de fonctionnement d'un laser à 4 niveaux en indiquant devant chaque niveau d'énergie le mot précisant son degré de stabilité (stable, instable ou métastable), la(les) transition(s) rapide(s), la transition laser et le pompage. Expliquer en quelques mots comment ce type de lasers peut y remédier au désavantage des lasers à 3 niveaux.

### Exercice 6

Sur la figure ci-dessous, nous considérons les modes d'une diode laser He-Ne qui émet à  $\lambda=600\text{nm}$ , la largeur spectrale de la raie est  $\Delta\lambda_0=2\text{nm}$  (largeur à mi-hauteur). La cavité de cette diode laser a une longueur  $L = 0.35 \text{ mm}$ .



- 1/ Calculer la fréquence  $\nu$  de ces modes, leur largeur spectrale  $\Delta\nu_0$  et l'intervalle spectral libre  $\Delta\nu$ .
- 2/ Sachant que les seuls modes de la cavité dont le gain dépasse les pertes sont ceux dont l'intensité est supérieure à  $I_0/2$ , combien de modes observera-t-on donner la fréquence et l'ordre  $p$  de ces modes.

### Exercice 7

Un laser émet à  $\lambda=1 \mu\text{m}$  et a une cavité de longueur  $L = 30 \text{ cm}$ .

1-

- a- calculer la fréquence  $\nu$  de ce laser en GHz et l'ordre  $p$  de ce mode.
- b- calculer en GHz l'intervalle spectral libre  $\delta\nu$ ; en déduire en GHz la fréquence relative au mode  $(p-1)$  et celle relative au mode  $(p+1)$ .

2-Déterminer le nombre de modes sélectionnés par ce laser, sachant que la largeur à mi-hauteur de sa bande d'émission (centrée sur la longueur d'onde  $\lambda$ ) vaut  $\Delta\lambda = 1 \text{ pm}$ .

3-Nous souhaitons augmenter le nombre de modes de ce laser, quelles longueurs de la cavité permettent de sélectionner au moins 3 modes.

## Exercice 8

1. Expliquer en quelques lignes la signification des termes suivants :

- émission spontanée
- émission stimulée
- pompage optique
- inversion de population
- faisceau directif

2. Un laser Hélium-Néon de puissance 2mW émet une lumière  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$

a) Quelle différence d'énergie en eV y-a-t-il entre les deux niveaux ?

b) En déduire le nombre de photons émis par seconde.

3. Le faisceau laser a une divergence  $\theta = 1 \text{ mrad}$ . Quel est le diamètre de la tache observée sur un écran situé à 10 m de la source supposée ponctuelle ?

4. Une seule des affirmations, concernant le laser Hélium-Néon ci-dessus (question 2) est juste. Choisir la proposition vraie en la justifiant

a/ La lumière émise est verte

b/ Ce laser émet  $6,4 \cdot 10^{15}$  photons par seconde

c/ Ce laser fonctionne en régime pulsé

d/ Ce laser est un laser à 3 niveaux.

Données :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

-----Bonne chance-----

## Solution des exercices

### Exercice 1

1/ 'Si de la lumière violette de longueur d'onde  $\lambda = 400$  nm ne cause pas d'effet photoélectrique dans un métal, alors il est certain que de la lumière rouge avec  $\lambda = 700$  nm peut provoquer un effet photoélectrique dans ce métal'.

Cette proposition est fausse car les photons de couleur violet sont plus énergétiques que les photons rouges, s'ils n'arrivent pas à extraire des électrons d'un métal alors il faut des photons plus énergétiques et non l'inverse.

2/a- à une radiation ayant  $\lambda = 200$  nm correspond une énergie  $E = \frac{hc}{\lambda} = 6.2$  eV, pour pouvoir extraire les électrons il faut dépasser le seuil d'ionisation ou vaincre l'énergie de liaison

L'énergie cinétique maximale que peuvent avoir les photoélectrons est alors :

$$\frac{mV^2}{2} = h\nu - W_{\text{seuil}} = 3.46 \text{ eV}.$$

b- La plus grande longueur d'onde qui peut causer un effet photoélectrique correspond à l'énergie seuil, c'est-à-dire extraire des électrons sans pour autant leur communiquer de l'énergie cinétique donc  $\frac{hc}{\lambda} = W_{\text{seuil}} = 2.75 \text{ eV} = 4.4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  d'où  $\lambda = 452 \text{ nm}$

### Exercice 2

$\lambda = \frac{h}{mV} = 0.332 \text{ nm}$  l'onde associée à cet électron est dans les rayons X.

### Exercice 3

On utilise la loi de Boltzmann :

$$N_2 = N_1 \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{KT}\right)$$

Ici on considère que le niveau fondamental à l'énergie nulle. La formule devient donc en appelant "0" le niveau fondamental et "1" le niveau du bas :

$$N_1 = N_0 \exp\left(-\frac{E_1}{KT}\right)$$

Avec la conversion  $\text{cm}^{-1} \rightarrow \text{joules}$ , on trouve  $E_1 = 3.97 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ .

$E_1/kT = 0.96$ , d'où  $N_1/N_0 = 0.38$ .

38% de la population du niveau fondamental se trouve dans le niveau du bas.

### Exercice 4

1/ l'équation de Boltzmann est :  $\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{-(E_1 - E_2)}{k T}}$

\*Dans le visible :  $\Delta E = E_2 - E_1 = 0.5 \text{ eV} = 0.8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  donc  $\Delta E/kT = 19.3$

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{19.3}$$

\*Dans le visible :  $\Delta E = E_2 - E_1 = 2 \text{ eV} = 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  donc  $\Delta E/kT = 77.3$

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{77.3}$$

Le niveau 1 est peuplé et le niveau 2 ne l'est presque pas dans le visible, en allant vers les petites longueurs d'onde (UV) la population du niveau 1 devient de plus en plus grande à température ambiante ( $27^\circ\text{C} = 300\text{K}$ ). A la température ambiante on ne risque pas d'augmenter énormément la population du niveau 2.

2/

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} = \frac{8 \pi h}{\lambda^3}$$

Pour le visible  $\lambda$  de l'ordre de  $0.5 \mu\text{m}$ , pour l'IR  $\lambda = 1 \mu\text{m}$  et pour l'UV  $\lambda = 0.1 \mu\text{m}$  (nous avons pris ici l'IR proche et l'UV proche)

Visible:  $A/B = 10^{-13}$ , IR:  $A/B = 10^{-14}$ , UV:  $A/B = 10^{-11}$

En allant vers les grandes longueurs d'onde on accroît la probabilité de l'émission provoquée donc on peuple plus le niveau 2.

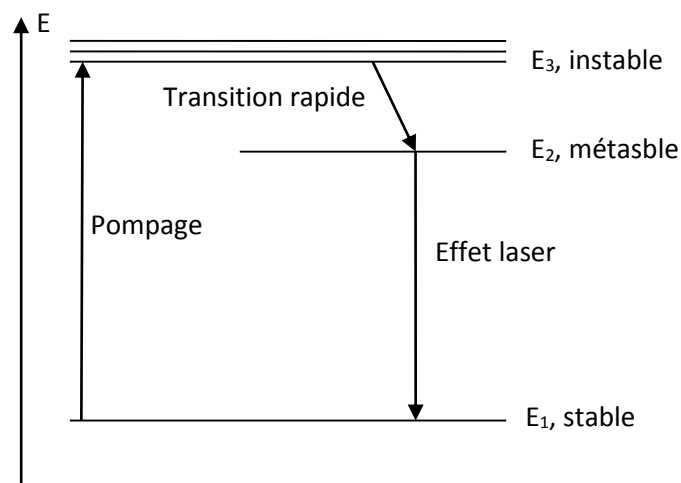
3/ L'énergie absorbée suite à une excitation dans le visible ramène le système d'un niveau d'énergie  $E_i$  vers un niveau d'énergie  $E_f$  et est tel que :

$$\Delta E = E_f - E_i = hc/\lambda$$

Lors de l'émission d'un photon le système peut au plus retourner l'énergie qu'il a reçu ou moins, moins d'énergie pour l'émission entraîne une longueur d'onde plus grande par exemple l'infrarouge.

## Exercice 5

1-



2-

a-  $\Delta E = E_{3i} - E_1 = \frac{hc}{\lambda_i}$  donc

$$\frac{hc}{\lambda_s} \leq \Delta E \leq \frac{hc}{\lambda_i}$$

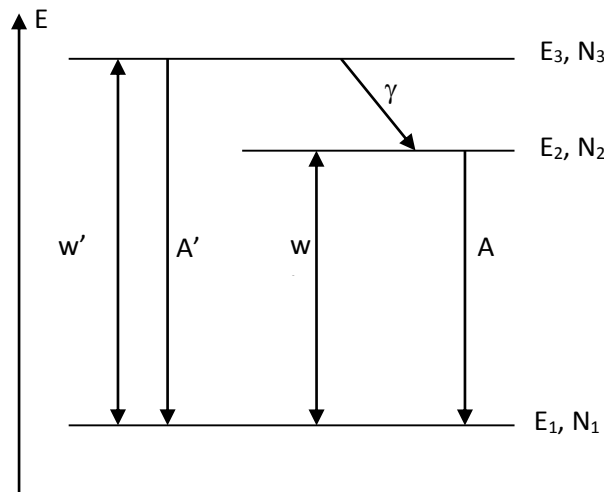
$$1.9 \text{ eV} \leq \Delta E \leq 2.3 \text{ eV}$$

b-  $\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 695.6 \text{ nm}$

3/ En vous servant du diagramme ci-dessous et sachant que

$$w'_{ij} = B'_{ij} u'_v \text{ et } w_{ij} = B_{ij} u_v$$

où  $u'_v$  représente la densité du rayonnement en résonance avec la transition 13 et  $u_v$  est la densité du rayonnement qui résonne avec la transition 12.



a-  $w'$  et  $w$  sont liés à la probabilité d'absorption ou d'émission induite relatives aux transitions 13 et 12,  $A'$  et  $A$  sont liés à l'émission spontanée des niveaux 3 vers 1 et 2 vers 1 respectivement et  $\gamma$  est la probabilité d'émission non radiative de la transition rapide 3 vers 2.

b- L'émission induite a été mise en évidence en premier théoriquement, Einstein l'a introduite afin de retrouver la loi du corps noir de Planck.

c-

$$(1) \quad \frac{dN_1}{dt} = -(w' + w)N_1 + (w + A)N_2 + (w' + A')N_3$$

$$(2) \quad \frac{dN_2}{dt} = wN_1 - (w + A)N_2 + \gamma N_3$$

$$(3) \quad \frac{dN_3}{dt} = w'N_1 - (w' + A' + \gamma)N_3$$

d- En régime stationnaire :

$$\frac{dN_i}{dt} = 0$$

Où  $i = 1, 2, 3$

(3) :

$$N_3 = \frac{w'}{w' + A' + \gamma} N_1$$

(2) ou (1) :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{w(w' + A' + \gamma) + \gamma w'}{(w' + A' + \gamma)(w + A)}$$

e- Pour  $A'$  et  $w$  presque nuls et  $\gamma \gg w'$  alors :

$$\frac{N_2}{N_1} \simeq \frac{w'}{A}$$

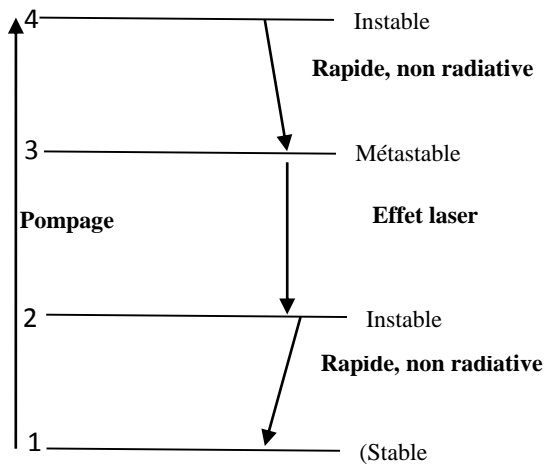
La condition de l'inversion de population est donc :

$$W' > A$$

Ce qui indique qu'il faut un pompage fort et il faut que ce pompage dépasse le taux d'émission spontanée du niveau 2 vers 1 afin de favoriser l'émission induite et par la suite l'effet laser.

4/ a-Dans le cas des lasers à 3 niveaux, il est nécessaire de maintenir un pompage fort, car dès que l'émission laser démarre le niveau 2 se vide par émission stimulée et on pourra ainsi perdre l'inversion de population si on n'a pas un pompage très fort qui dépeuple le niveau 1 et une émission rapide qui peuple le niveau 2.

b-Afin de remédier aux désavantages des lasers à 3 niveaux, il faut rajouter un niveau (2) instable qui se vide rapidement vers le niveau (1) et ainsi on maintient l'inversion de population entre 3 et 2 sans avoir besoin d'un pompage fort.



## Exercice 6

1/  $\nu = c/\lambda = 500 \text{ THz}$ ,  $\Delta\nu_0 = -c \Delta\lambda/\lambda^2 = 1.5 \text{ THz}$  et  $\Delta\nu = c/2L = 0.43 \text{ THz}$

2/ le nombre de modes  $N$  qu'on peut voir à partir de cette cavité est  $N = \Delta\nu_0 / \Delta\nu = 3 \text{ modes}$

Qui sont les 3 les plus intenses situés à (selon la courbe)  $[499.5 ; 500 \text{ et } 500.5] \text{ THz}$  d'ordres respectifs  $p$  (1166, 1167 et 1168) (le diagramme de la figure est en THz et non en GHz)



## Exercice 7

Un laser a une cavité de longueur  $L = 30$  cm émet à  $\lambda = 1$   $\mu\text{m}$ .

1-a/ la fréquence de ce laser est :  $\nu = c/\lambda = 3.10^5 \text{GHz}$ , les modes observés sont tel que :

$$\nu = pc/2L \text{ d'où } p = 2L \nu/c = 6.10^7.$$

1-b/ l'intervalle spectral libre est  $\delta\nu = c/2L = 0.5$  .GHz ; les fréquences  $\nu_{p-1}$  et  $\nu_{p+1}$  sont :

$$\nu_{p-1} = \nu - \delta\nu = 299999,5 \text{ GHz}$$

$$\nu_{p+1} = \nu + \delta\nu = 300000,5 \text{ GHz}$$

2/ La largeur à mi-hauteur fréquentielle de la bande d'émission est :

$$\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda^2 = 0,3 \text{GHz} \text{ donc un seul mode sera sélectionné.}$$

3-Pour avoir plus de modes il faut diminuer l'intervalle spectral libre, la largeur à mi-hauteur étant 0.

3Hz pour avoir au moins 3 modes il faut d  $\delta\nu$  soit au plus égal à 0.15 GHz.

$$\delta\nu = c/2L < 0.15 \text{ Hz} \text{ donc } L > 50 \text{ cm}$$

## Exercice 8

1°/ Voir cours.

2°/ a/

•

$$\frac{hc}{\lambda} = E_2 - E_1$$

$$E_2 - E_1 = \frac{6,62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{632,8 \times 10^{-9} \times 1,6 \times 10^{-19}} = 1,9615 \text{ eV}$$

- n étant le nombre de photons émis par seconde, on a :  $P = n (E_2 - E_1)$ , car une puissance est une énergie par unité de temps.

$$\text{D'où } n = \frac{2 \times 10^{-3}}{1,9615 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 6,37 \times 10^{15} \text{ photons par seconde}$$

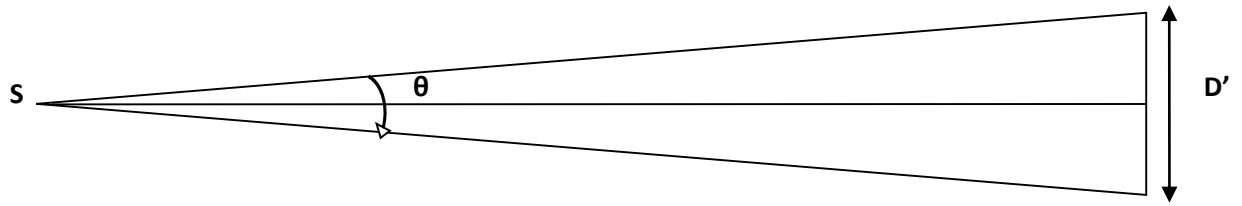
b/ Pour les angles petits exprimés en radians  $\theta \approx \tan\theta$

Soit D' le diamètre de la tache observée, on a

$$\frac{D'}{2} = L \times \tan \frac{\theta}{2} \quad \text{où :}$$

L représente la distance entre la source ponctuelle et l'écran

Soit  $D' = L \times \theta$  d'où  $D' = 10^{-3} \times 10 = 1 \text{ cm}$



3°/ Le laser émet  $6,4 \cdot 10^{15}$  photons par seconde ; même démonstration que dans la question 2

Il n'émet pas de la lumière verte parce qu'elle est rouge ; ce n'est pas un laser en régime pulsé puisqu'il émet en continu.

Ce n'est pas un laser à 3 niveaux, mais un laser à 4 niveaux car les atomes intervenant dans toutes les transitions sont différents : l'hélium pour le pompage et le néon pour la transition laser.