

1. Introduction

La simulation électrique est une méthode largement employée dans l'industrie électronique et microélectronique en particulier. En effet, la complexité des calculs manuels caractérisant la prise en compte de divers phénomènes physiques régissant le fonctionnement des dispositifs rend le recours à la simulation électrique très nécessaire.

Nous présentons dans ce chapitre la procédure générale de la simulation analogique des circuits électronique ainsi que divers types d'algorithmes de modélisation des systèmes composés des circuits analogiques.

2. Notions sur la simulation analogique

- Un simulateur électrique est un programme informatique, qui à partir de la description d'un circuit et de ses variables d'excitation permet de calculer n'importe quelle caractéristique ou variable électrique (tension, courant, impédance,...) en n'importe quel endroit d'un circuit et quelles que soient les excitations appliquées.
- Le logiciel SPICE est la référence en matière de simulateur analogique des circuits intégrés, développé à Berkeley [1]. Il a donné lieu à de nombreuses versions industrielles basées sur le même langage de description structurelle comme PSPICE, LTSPICE, ORCAD-SPICE,...etc. Une bibliothèque de composants qui sont modélisés dans le code même du logiciel de simulation est fournie comportant des éléments passifs (résistances, capacités, inductances, inductances mutuelles), des composants semi-conducteurs (diodes, transistors bipolaires, à effet de champ JFET et MOSFET), des sources idéales indépendantes de tension et de courant et enfin des sources idéales contrôlées.
- Grâce à un logiciel de simulation électrique, on peut vérifier la conformité des résultats expérimentaux sans passer par la phase d'élaboration du prototype, surtout pour les circuits de grande complexité comportant un grand nombre d'éléments non linéaires.

3. Procédure interne d'un simulateur électrique

3.1 Principe de base d'un simulateur

En général, les langages de simulation analogique se servent de modèles d'équations représentant le comportement physique de différents composants. La précision de ces modèles dépend de la complexité des équations et aussi des nombre de paramètres.

Les simulateurs analogiques sont consacrés à analyser le contenu fréquentiel et temporel des circuits. De ce fait, ils disposent des algorithmes de résolution numériques des équations différentielles.

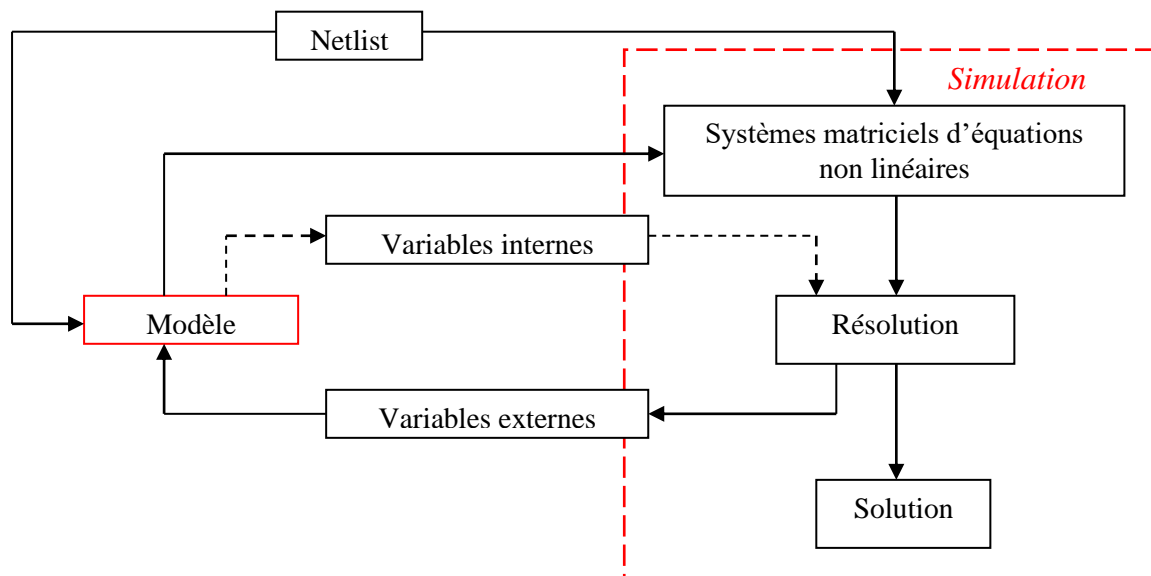


Figure II.1: Principe général d'un simulateur électrique.

Figure II.1 montre que les circuits sont décrits par une liste des interconnexions, appelée *Netlist*, indiquant comment sont connectés les composants. À chaque modèle, un système d'équations décrivant les lois aux différents nœuds (tension et courant) est associé. Le simulateur résout ces systèmes d'équations non linéaires par des méthodes d'intégration numérique, des techniques itératives et des méthodes de résolution matricielles.

3.2 La mise en équation des circuits électriques

Un circuit électrique constitué d'un ensemble de branches, peut être décrit par un système d'équations satisfaisant aux équations de Kirchhoff des courants et des tensions, ainsi qu'aux équations des composants. Chaque composant, considéré comme une interconnexion de branches, exprime les relations des tensions ou courants de ses branches, en fonction des inconnues du circuit.

À partir de la figure II.2, le modèle du composant amplificateur composé par deux branches *AB* et *CD* et par conséquent se caractérise par deux relations définissant les courants qui y circulent.

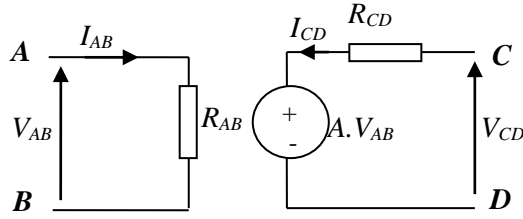


Figure II.2: Modèle d'un amplificateur linéaire.

Pour exprimer le système d'équations correspondant à ce réseau électrique, l'algorithme de l'*analyse nodale* est souvent utilisé. En effet, cette méthode conduit à un système d'équations très simple, dont les variables indépendantes du système sont les tensions des nœuds, calculées par rapport à un nœud de référence (la masse). Dans ce cas, le système d'équations est composé des équations de Kirchhoff des courants en chaque nœud, à l'exception du nœud de référence. Le système d'équations est donc exprimé comme suit :

$$\begin{cases} I_{AB} = \frac{V_{AB}}{R_{AB}} \\ I_{CD} = \frac{V_{CD} - A.V_{AB}}{R_{CD}} \end{cases} \quad (1)$$

Cette méthode présente cependant une limitation dans le cas d'utilisation de sources de tension dont le courant qui les traverse est une inconnue. Pour remédier ce problème, l'utilisation des méthodes hybrides, telles que l'*analyse nodale modifiée* (Modified Nodal Analysis ou MNA) s'est avéré nécessaire: cette méthode, utilisée dans SPICE, offre un bon compromis simplicité/généralité. Les variables indépendantes du système sont constituées des tensions des nœuds et des courants circulant dans les sources de tension et dans tous les composants dont les équations de branche ne peuvent être représentées sous la forme explicite :

$$i = Y.v \quad (2)$$

où Y : représente l'admittance de la branche.

Les équations du système sont donc constituées des équations de Kirchhoff des courants et des équations de branches pour lesquelles le courant est une inconnue. Enfin, quelle que soit la méthode utilisée, la taille du système à résoudre dépend directement du nombre de nœuds du réseau électrique.

4. Algorithmes de modélisation des circuits analogiques

Dans un circuit analogique, on trouve différents types d'éléments linéaires (résistances), non linéaires (diodes, transistors,...) et/ou des éléments à mémoire (capacités, bobines,...). Du fait des comportements différents de ces éléments, plusieurs types d'analyse peuvent alors

être réalisés par le simulateur. Dans chaque type d'analyse, la résolution des systèmes d'équations est effectuée selon des algorithmes adaptés.

4.1 Etude du point de fonctionnement et analyse DC

Ces deux types d'analyse consistent à déterminer la valeur des tensions et des courants du circuit électrique en régime permanent (indépendamment du temps) et en continu (DC). Le système d'équations extrait est souvent non-linéaire et doit être résolu par des algorithmes itératifs de type *Newton-Raphson* ou de *relaxation* [2].

a. Algorithme de Newton-Raphson

Dans les programmes de type SPICE, l'algorithme de *Newton-Raphson* représente une méthode itérative adaptée aux circuits analogiques fortement couplés. Cet algorithme est souvent utilisé pour la résolution des équations non-linéaires à une inconnue ($f(x)=0$) et il est couramment nommé *la méthode de la tangente*. Le principe de cet algorithme consiste à choisir pour une variable inconnue à l'itération $p+1$ (x^{p+1}) la racine ξ de l'application affine tangente en x^p à la fonction f :

$$f(x^p) + f'(x^p) \cdot (\xi - x^p) = 0 \quad (3)$$

Cette méthode peut être étalée à la résolution d'un système d'équations non-linéaires en remplaçant l'équation scalaire précédente par un système linéaire où x est le vecteur inconnu et désigne le Jacobien de f . Cependant, La fonction f' calculée dans le cas des circuits électriques comporte un grand nombre de termes nuls. Par conséquent, au lieu de recourir au Jacobien, chaque relation de branche du circuit est linéarisée une par une pour construire un nouveau réseau basé sur des schémas équivalents des éléments linéarisés.

La figure II.3 illustre l'exemple du schéma équivalent linéarisé d'une diode (composant fortement non-linéaire). Ce schéma est constitué d'une conductance g_{eq} et d'une source de courant i_{eq} dont ses valeurs à une itération donnée dépendent des résultats de l'itération précédente.

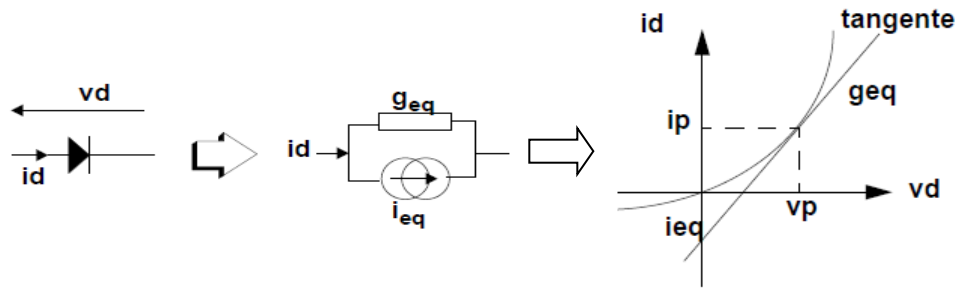


Figure II.3: Schéma équivalent linéarisé d'une diode.

Dans ce cas, le courant traversant la diode doit être modélisé comme suit :

$$i_d = i_{eq} + g_{eq} \cdot v_d \quad (4)$$

Avec :

$$\begin{cases} g_{eq} = \left. \frac{\partial i_d}{\partial v_d} \right|_{v_p} \\ i_{eq} = i^p - g_{eq} \cdot v^p \end{cases} \quad (5)$$

Le nouveau système linéarisé est ensuite résolu par une simple élimination de *Gauss* ou par factorisation triangulaire *L.U.* (*Lower/Upper*).

L'inconvénient major de cet algorithme est lié à la nécessité de la définition analytique des dérivées partielles de chaque relation de branche. Cette contrainte représente un obstacle à l'écriture éventuelle de modèles comportementaux.

b. Relaxation

Dans le cas des circuits peu couplés (circuits composés de transistors MOS), les algorithmes de *relaxation*, tels que celui de *Gauss-Seidel* [2], donnent de bons résultats de modélisation. Ils consistent en un découplage des variables qui sont calculées une par une en fixant les autres à leurs valeurs précédentes.

Par exemple, l'algorithme de *Gauss-Seidel* calcule les composantes du vecteur inconnu x à l'itération $p+1$ (x^{p+1}), dans l'ordre des indices croissants: chaque x_i^{p+1} est solution de l'équation scalaire $f_i(x_1^{p+1}, x_2^{p+1}, \dots, \xi, x_{i+1}^p, \dots, x_n^p) = 0$, où f_i est la $i^{ème}$ composante de la matrice F du système et ξ est une inconnue. On remarque que cette équation met en jeu les composantes calculées à l'itération courante $x_1^{p+1}, x_2^{p+1}, \dots, x_{i-1}^{p+1}$ et ceux calculées à l'itération précédente $x_{i+1}^p, x_{i+2}^p, \dots, x_n^p$. Enfin, cette équation scalaire peut être résolue soit:

- par un pas de la méthode de *Newton* (algorithme de *Gauss-Seidel-Newton*):

$$x_i^{p+1} = x_i^p - \frac{f_i(x_1^{p+1}, x_2^{p+1}, \dots, x_i^p, x_{i+1}^p, \dots, x_n^p)}{\frac{\partial}{\partial x_i} f_i(x_1^{p+1}, x_2^{p+1}, \dots, x_i^p, x_{i+1}^p, \dots, x_n^p)} \quad (6)$$

- par la méthode du *point fixe* ou la méthode de la *sécante*. Au contraire de *Newton*, ces deux algorithmes ne nécessitent pas de dérivées partielles ce qui est intéressant pour la modélisation comportementale.

4.2 Analyse temporelle

L'analyse temporelle consiste en la résolution d'un système d'équations différentielles ordinaires et non-linéaires en un certain nombre de pas de temps. Dans ce cas, on distingue aussi des méthodes itératives et des méthodes de relaxation selon le niveau de découplage des variables.

a. Méthodes itératives

La procédure itérative d'une simulation temporelle SPICE est décrite par la figure II.4. Dans ce cas, un système d'équations algébriques non-linéaires (*discrétisées*) est élaboré à chaque pas de temps, en fonction des valeurs précédemment calculées en utilisant des *algorithmes d'intégration*. La largeur des pas de temps est déterminée dynamiquement par le simulateur en fonction de certains critères de précision:

- Lorsque l'erreur de la solution à un pas de temps donné est inférieure à une certaine valeur, le simulateur tente d'augmenter le prochain pas de temps Δt , afin de réduire la durée de la simulation.
- Lorsque les critères de convergence ne sont pas vérifiés, le pas de temps qui avait été initialement choisi est réduit et une nouvelle itération est effectuée.

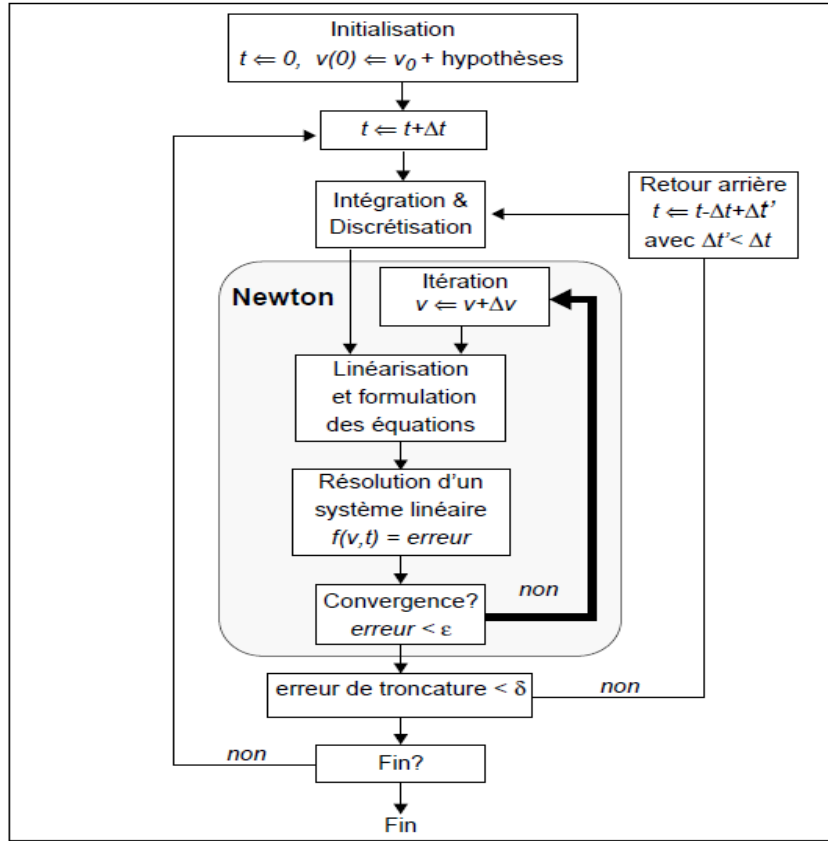


Figure II.4: Schéma d'une simulation temporelle SPICE [1] [3].

Les algorithmes d'intégration se classent en deux catégories: intégration explicite, nommée *Euler-directe* (*forward-Euler*) qui est particulièrement instable, ou implicite (*backward-Euler*, *Gear*, intégration *trapézoïdale*). Ces algorithmes sont caractérisés par leur précision et stabilité.

Le schéma de l'algorithme d'intégration de type *backward-Euler* s'exprime par les développements de Taylor de x_{n+1} (valeur de x à l'instant t_{n+1}) et de sa dérivée $\frac{dx_{n+1}}{dt}$ en fonction des grandeurs calculées à l'instant précédent t_n (x_n et $\frac{dx_n}{dt}$) :

$$x_{n+1} = x_n + h_n \cdot \frac{dx_{n+1}}{dt} - \frac{h_n^2}{2} \cdot \frac{d^2x_n}{dt^2} (\xi) \quad (7)$$

où h_n correspond au pas de temps du simulateur entre t_n et t_{n+1} et le terme du second ordre constitue l'*erreur de troncature* qui caractérise la précision de la méthode.

Par exemple, l'équation du courant traversant une capacité ($i = C \cdot \frac{dV}{dt}$) est transformée selon ce schéma à l'équation discrétisée à l'instant t_{n+1} suivante :

$$i_{n+1} = \frac{C}{h_n} \cdot (V_{n+1} - V_n) \quad (8)$$

b. Méthodes de relaxation

En cas des méthodes de relaxation, le découplage des variables peut être effectué soit au niveau du système d'équations non-linéaires soit au niveau supérieur du système d'équations différentielles.

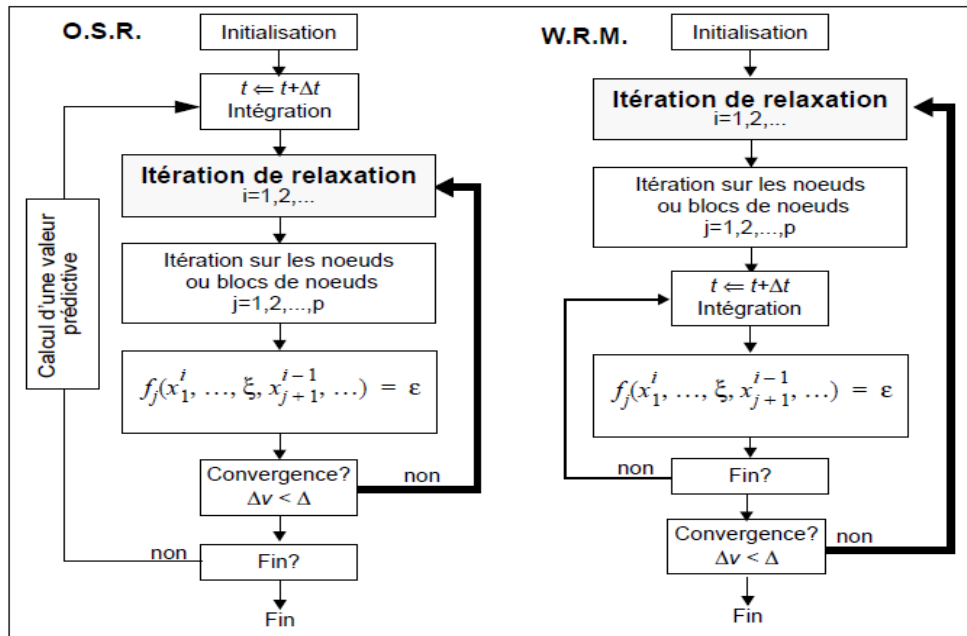


Figure II.5 : Algorithmes de relaxation: *O.S.R.* et *W.R.M.*

Le premier cas correspond à l'algorithme de relaxation *O.S.R.* de Eldo présenté en Figure II.5 [4]. L'ordre d'imbrication des boucles est: *temps*, *relaxation*, *noeuds*. Une valeur prédictive est calculée à la fin de chaque pas de temps comme condition initiale pour le suivant.

Le second cas constitue l'algorithme *W.R.M.* ou *Waveform Relaxation Method*, utilisée par le simulateur *Relax* [4] (Figure II.5). Ici, l'ordre d'imbrication des boucles est: *relaxation*, *noeuds*, *temps*. Chaque variable est une fonction du temps $x_j(t)$, définie à chaque pas de temps de la simulation, et qui est déterminée à partir des autres variables elles-aussi fonctions du temps. Par rapport au schéma précédent, la boucle de relaxation est simplement déplacée à un niveau supérieur. Cependant, ce type de méthode requiert la mémorisation de toutes les fonctions $x_j(t)$ et en pratique, la simulation est décomposée en plusieurs fenêtres temporelles successives.

4.3 Analyse fréquentielle ou AC

L'analyse AC effectuée par un simulateur de type SPICE correspond à une *étude linéaire* de la réponse fréquentielle du circuit pour des sources sinusoïdales de même fréquence, mais de phases éventuellement différentes. Chaque élément non-linéaire est tout

d'abord remplacé par un modèle équivalent *linéarisé*, dont les valeurs sont déterminées par une analyse initiale du point de fonctionnement. Le système d'équations différentielles est alors transformé en un système d'équations algébriques appartenant au domaine complexe par transformation de Fourier et en effectuant les substitutions: $\frac{dv}{dt} \rightarrow j\omega V$, où ω est la pulsation des stimuli en rad/s. Les termes réactifs, dépendant de ω , sont ensuite évalués aux diverses fréquences de l'analyse.

5. Conclusion

Ce chapitre a été destiné à la simulation analogique des circuits électroniques. Les différentes méthodes de modélisation d'un simulateur électrique de type 'SPICE' ont été expliquées dans le cas de divers modes d'analyse des circuits électriques.