TP 3 : Analyse fréquentielle

Objectif : l'objectif de TP est l'étude de la réponse harmonique en utilisant les diagrammes de Bode, Nyquist, Black-Nichols, et l'étude de la stabilité d'un système en boucle fermée (FTBF) à l'aide de sa réponse harmonique en boucle ouverte (FTBO).

L'étude de la réponse en fréquence concerne l'étude de la réponse du système lorsqu'il est soumis aux entrées sinusoïdales de fréquences différentes. On sait que la réponse permanente d'un système linéaire à une entrée sinusoïdale de fréquence f est une sinusoïde de même fréquence mais avec une amplitude et une phase modifiées. L'étude de la réponse en fréquence consiste précisément en la détermination de la variation de l'amplitude et de la phase entre la sinusoïde de sortie par rapport à celle de l'entrée. La réponse en fréquences peut être obtenue par résolution des équations différentielles ou par la fonction de transfert en remplaçant la variable complexe s par $j\omega$, donc : $H(s) = H(j\omega)$. La réponse en régime permanent d'un système linéaire stable de fonction de transfert H(s) à un signal d'entrée sinusoïdale de pulsation ω : $x(t) = A \cdot \sin(\omega t)$ est donnée par l'expression : $y(t) = A \cdot |H(j\omega)| \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ dans laquelle $|H(j\omega)|$ est le module de la fonction de transfert et $\varphi = Arg(H(j\omega))$, son argument. Le module représente le gain du système pour des signaux d'entrée sinusoïdaux de fréquence ω. L'argument $\varphi(\omega)$ représente le déphasage. On peut écrire $H(j\omega)$ sous cette forme : $H(j\omega) = Réel(\omega) + j \cdot Im(\omega)$;
$Réel(\omega)$ est le réel de $H(j\omega)$ et $Im(\omega)$ est son imaginaire.

$G = 20 \cdot \log_{10} |H(j\omega)| = 20 \cdot \log_{10} \sqrt{Réel^2(\omega) + Im^2(\omega)}$ à l'échelle logarithmique.

$$\varphi = Arg(H(j\omega)) = atan\left(\frac{Im(\omega)}{Réel(\omega)}\right)$$

Enoncé de la règle du revers :

1- un système sera stable si, en parcourant le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte dans le sens croissant des fréquences ω, on laisse le point critique (-1) à gauche.

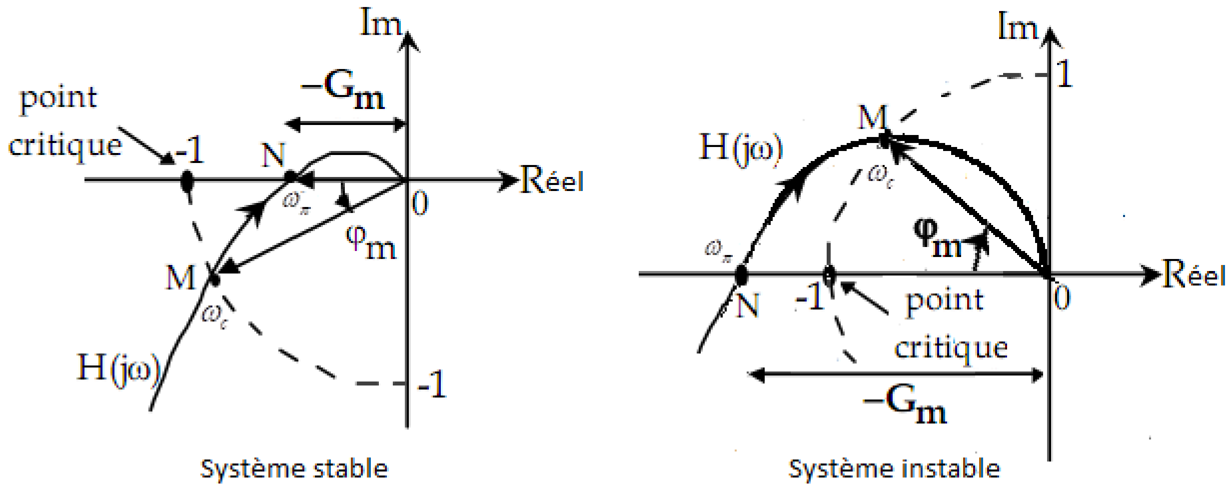
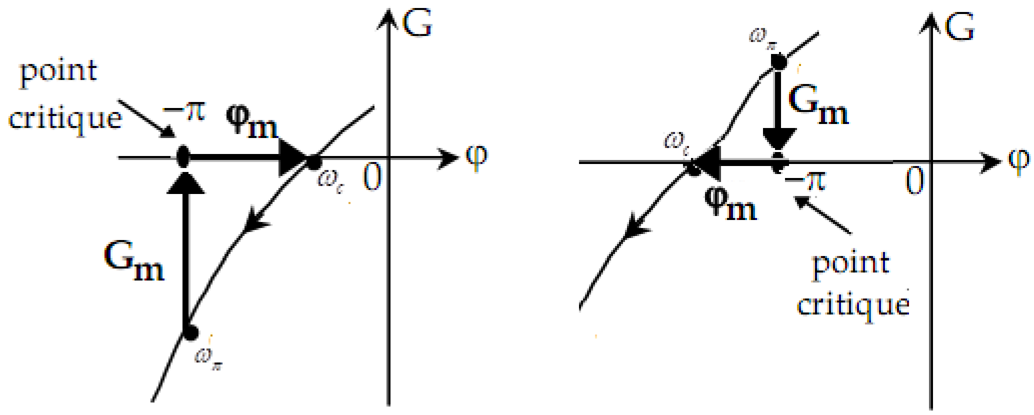


Diagramme de Nyquist d'un système stable et instable

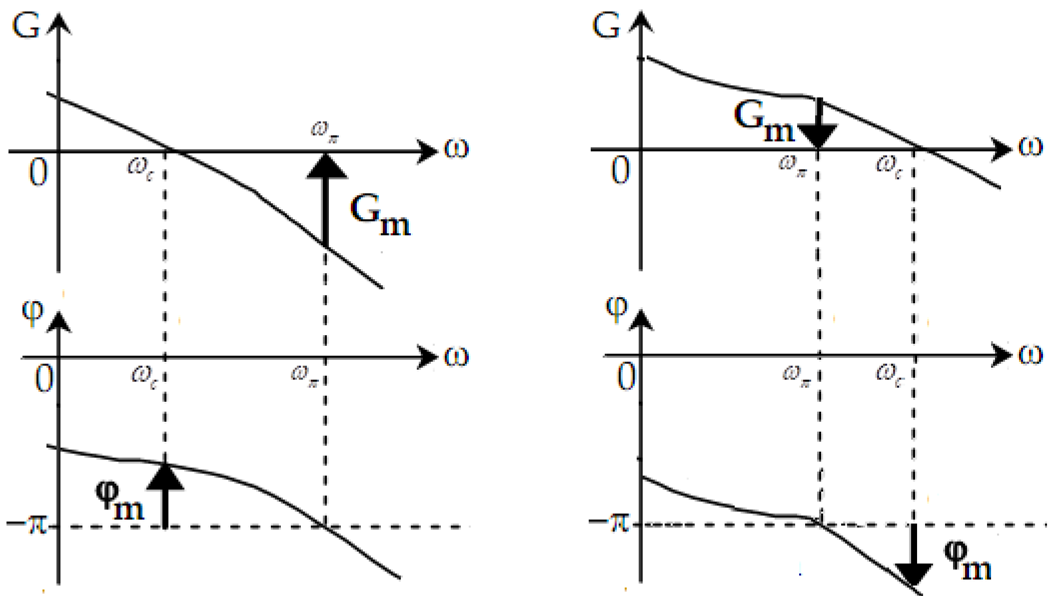
2- un système sera stable si, en parcourant le lieu de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte dans le sens croissant des fréquences ω, on laisse le point critique ($-\pi$) à droite.



Système stable Système instable

Diagramme de Black-Nichols d'un système stable et instable

3- un système sera stable si, en parcourant le lieu de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte dans le sens croissant des fréquences ω, si $\omega_c < \omega_\pi$.



Système stable Système instable

Diagramme de bode d'un système stable et instable

Marge de gain (G_m) : soit la pulsation ω_π pour laquelle $Arg(H(j\omega)) = -\pi$. La marge de gain représente le gain qu'il faut rajouter au système pour le rendre instable :

$G_m = -20 \cdot \log_{10} |H(j\omega_\pi)|$.

Marge de phase (φ_m) : soit la pulsation ω_c pour laquelle $20 \cdot \log_{10} |H(j\omega)| = 0\ dB$.

La marge de phase est :

$\varphi_m = \pi + Arg(H(j\omega_c))$.

PARTIE DE SIMULATION

Soit les deux fonctions de transfert en boucle ouverte suivantes :

$$H_1(s) = \frac{K(1+0.5s)}{\left(s^2+s+1\right)\cdot(s+1)\cdot s} \quad K =$$

$$H_2(s) = \frac{10K}{s\left(1+0.1s\right)^2} \text{ avec } K = \quad , \quad ,$$

1. Tracer les lieux de Bode, Nyquist et de Black-Nichols, pour la fonction de transfert $H1(s)$.

   Le système est-il- stable ?
2. Déterminer, pour le lieu de Bode et pour la fonction de transfert $H2(s)$ les paramètres suivantes :
   a. La pulsation de coupure ω_c.
   b. La pulsation d'inversion de phase ω_π.
   c. La marge de gain G_m et la marge de phase φ_π.
3. Etudier la stabilité graphique en boucle fermée pour chaque valeur de K.
4. Conclusion.

Les instructions Matlab a utiliser sont :

bode(H1,'m');grid pour tracer le lieu (diagramme) de Bode de H1.
nyquist(H1,'r'); pour tracer le lieu (diagramme) de Nyquist de H1.
nichols(H1,'g'); pour tracer le lieu (diagramme) de Black-nichols de H1.

[Mg,Mp,Wp,Wc]=margin(H2): calcule les paramètres suivantes :
Mg: la marge de gain à l'échelle normale. Son unité à l'échelle logarithmique est le décibel (dB) utiliser la commande : **Mg_dB=20*log$_{10}$(Mg)** en dB
Mp: la marge de phase en dégrée(°).
Wp: la pulsation d'inversion de phase en (Rad/s).
Wc: la pulsation de coupure en (Rad/s).

margin(H2): trace le lieu de bode, ainsi indique les paramètres précédentes sur la figure de lieu de bode.