TP - Traitement du Signal

Présence aux T.P. : La présence aux T.P. est obligatoire. Toute absence devra être valablement justifiée et donnera lieu à un rattrapage.

Modalités d'évaluation : A l'issue des 3 séances de T.P. aura lieu un examen de T.P. Cet examen est individuel (et non par binôme) et pratique (programmation sur machine).

Préparations théoriques : Les préparations théoriques sont indispensables à la compréhension du T.P.

1. Les signaux numériques usuels

1.1 L'impulsion unité

Afin de générer l'impulsion unité on peut écrire le programme suivant :

```
%impulsion unité
t=-10:10;
x=[zeros(1,10),1,zeros(1,10)];
stem(t,x);
axis([-10 10 -0.5 1.5]);
title('Impulsion unité');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
```

Ecrire et tester le programme précèdent. Expliquer à quoi servent les différentes fonctions.

1.2 L'échelon unité

Ecrire et tester le programme suivant.

```
%echelon unité
t=-10:10;
x=[zeros(1,10),ones(1,11)];
stem(t,x);
axis([-10 10 -0.5 1.5]);
title('Echelon unité');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
```

1.3 Créer un script Signal_Rectangle.m pour afficher une fonction échelon définie entre −2 et 2 secondes par pas de 10ms.

1.4 Dans la même fenêtre, dans un deuxième graphique situe en dessous du précèdent, afficher une fonction porte (figure 2), en utilisant deux fonctions échelon.

2. Transformée de Fourier

2.1 Le script **suivant** contient un script qui calcule la transformée de Fourier d'un rectangle.

```
N=1024;
w=25;
x=0:N-1; % définition du vecteur x
y=(x>N/2-w)&(x<N/2+w); % vecteur y = rectangle de largeur 2w
Y=fft(y); % calcul de la transformée de Fourier
fx=(0:N-1)/(max(x)-min(x));% définition de l'axe des fréquences
% affichage des résultats
subplot(3,1,1), plot(x,y)
axis([0 N 0 1])
title('y(x)')
subplot(3,1,2), plot(fx,abs(Y))
title('|Y(fx)|')
subplot(3,1,3), plot(fx,angle(Y))
title('phase de Y(fx)')
```

Ecrire et tester le programme précèdent. Expliquer à quoi servent les différentes fonctions.

2.2 Cette partie est basée sur le calcul de la transformée de Fourier d'une fonction simple. On étudiera la fonction f(t) :

$x(t)=e^{-a|t|}$ $\quad\quad a>0$

Représentation temporelle et fréquentielle

2.2.1- Tracer le signal $x(t)$ entre –5 et 5 pour a = 1, avec un pas de temps Te = 0.01 s.

2.2.2- Calculer, de manière formelle, sa transformée de Fourier $X(f)$ et tracez la sur une autre figure entre -5 Hz et 5 Hz avec un pas de fréquence Fe = 0.01 Hz.

2.2.3- Tracer le module et la phase de la transformée de Fourier (fonctions *abs* et *angle*).

Calcul d'une transformée de Fourier

2.2.4- Pour approximer la Transformée de Fourier continue d'un signal $x(t)$, représenté suivant un pas Te, on utilise la commande

*>> fx= fftshift(Te * fft(x)) ;*

On remarquera que la TF est une fonction complexe et que la fonction ainsi obtenue décrit la TF de $x(t)$ entre –1/(2 Te) et 1/(2 Te) par pas de 1/(nTe) où n est le nombre de points constituant le signal $x(t)$.

La commande *fft* codant les fréquences positives sur les n/2 premières valeurs du signal et les valeurs négatives entre n/2+1 et n, la commande **fftshift** permet de les inverser.

Tracer le spectre en amplitude de la TF de $x(t)$ entre –5 et 5 Hz. Justifier les différences avec le résultat du (2).

2.2.5- La transformée de Fourier Inverse s'obtient par la commande

>> xt=abs (ifft(fx)/Te) ;

Il est nécessaire de considérer le module de la transformée de Fourier inverse car la TF et la TF inverse sont des opérateurs à valeurs complexes.

Retrouve-t-on exactement le signal de départ ?

6- Illustrer la propriété de décalage fréquentiel de la TF en représentant le module de la TF de

$x(t) \times e^{i2p f_o t}$ avec fo=5 Hz

Représenter le module, la partie réelle et la partie imaginaire du signal temporel.

3. Echantillonnage d'un signal

On considère un signal sinusoïdal défini par :

$s(t) = \sin(2\pi f_0 t)$ avec f_0=1Hz.

3.1 On choisit d'échantillonner ce signal à la fréquence fe=4 Hz. Vérifier que cette fréquence d'échantillonnage est correcte, du point de vue théorique (en justifiant la réponse). Ecrire un programme permettant de générer et d'afficher quelques périodes du signal s(t).

3.2 Afficher son spectre à l'aide de la fonction fft (l'algorithme FFT, pour Fast Fourier Transform, est un algorithme de calcul rapide de la TFD, Transformée de Fourier Discrete), par exemple de la manière suivante :

tfd=fft(s,N)/N; %TFD du signal s, sur N échantillons

Remarque : tfd est une variable, on peut l'appeler comme on veut.

Observer l'effet du sous-échantillonnage en faisant varier la fréquence du signal aux valeurs suivantes

f_0=fe/10, f_0=fe/4, f_0=fe/2, f_0=fe*3/4, f_0=fe*10/9

Interpréter les résultats en raisonnant sur le spectre.

Commandes susceptibles de vous être utiles

Rappel : Une aide en ligne de toutes les fonctions Matlab sont disponibles grâce à la commande *: help nom_de_fonction*

`plot`	permet de tracer une fonction
`xlabel`	rajoute une légende à l'axe des abscisses
`ylabel`	rajoute une légende à l'axe des ordonnées
`title`	rajoute un titre à une figure
`axis`	permet de modifier la valeur des axes
`fft`	calcule une transformée de Fourier Rapide
`ifft`	calcule une transformée de Fourier inverse
`linspace(a,b,n)`	génère un vecteur de n valeurs équidistantes entre a et b
`abs`	calcule une valeur absolue ou un module dans le cas complexe
`real`	extrait la partie réelle d'un nombre complexe
`imag`	extrait la partie imaginaire d'un nombre complexe