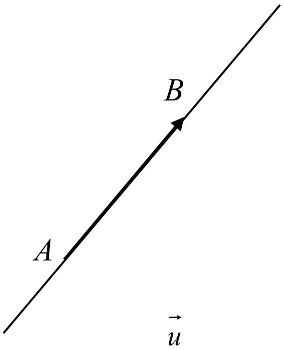
الفصل الأول: الأشعة و التحليل البعدي

1. مفاهيم عامة حول الأشعة



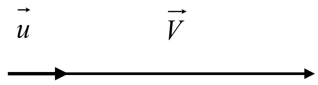
تعريف الشعاع: يعرف الشعاع على أنه قطعة مستقيمة موجهة معرفة بالمنحى، الاتجاه و الطويلة.

مثال : الشعاع $\overrightarrow{AB}$ موجه من A إلى B.

يرمز للطويلة بالرمز $\|\overrightarrow{AB}\|$ و هو طول القطعة المستقيمة و هي تعبر عن القيمة العددية للمقدار.

مثال: شعاع السرعة $\vec{v}$، شعاع التسارع $\vec{a}$ .....

شعاع الوحدة: هو عبارة عن شعاع طويلته تساوي 1، يرمز له بالرمز $\vec{u}$.



يمكن كتابة أي شعاع $\vec{V}$ بدلالة شعاع الوحدة $\vec{u}$ كما يلي: $\vec{V} = \|\vec{V}\|\vec{u}$ و منه:

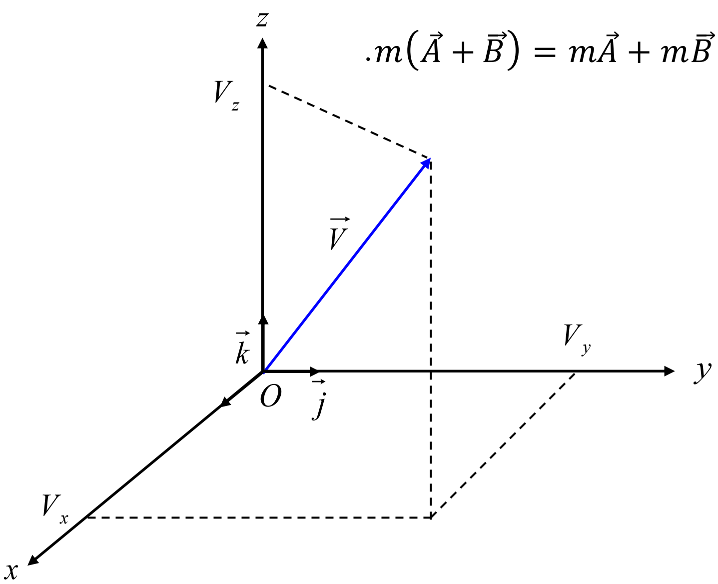
$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|}$$

خواص:

- حصيلة أو مجموع شعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو الشعاع $\vec{C}$ بدايته بداية $\vec{A}$ و نهايته نهاية $\vec{B}$.
- $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$
- جداء عدد حقيقي m مع الشعاع $\vec{A}$ هو الشعاع $m\vec{A}$ طويلته $\|m\vec{A}\| = m\|\vec{A}\|$، لهما نفس الاتجاه إذا كان $m > 0$ و متعاكسان إذا كان $m < 0$.

6) إذا كانت $\vec{A}$، $\vec{B}$ و $\vec{C}$ أشعة. m و n عددان حقيقيان فإن:

أ) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$ ب) $(m+n)\vec{A} = m\vec{A} + n\vec{A}$ ج) $m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$.



المركبات السلمية للشعاع:

ليكن $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ معلم متعامد و متجانس.

يكتب الشعاع $\vec{V}$ كما يلي $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$

حيث تمثل (V_x, V_y, V_z) مركبات الشعاع $\vec{V}$.

- **طويلة الشعاع** $\vec{V}$: $\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$.
- **شعاع الوحدة:**

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{V_x\vec{i} + V_x\vec{i} + V_x\vec{i}}{\sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2 + {V_z}^2}}$$

$$\vec{u} = \frac{V_x}{\sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2 + {V_z}^2}}\vec{i} + \frac{V_y}{\sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2 + {V_z}^2}}\vec{j} + \frac{V_z}{\sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2 + {V_z}^2}}\vec{k}$$

عمليات على الأشعة: ليكن $\vec{V_1}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}$ و $\vec{V_2}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\\z_2\end{pmatrix}$

جمع الأشعة: $\vec{V_1}+\vec{V_2}=(x_1+x_2)\vec{\imath}+(y_1+y_2)\vec{\jmath}+(z_1+z_2)\vec{k}$.

طرح الأشعة: $\vec{V_1}-\vec{V_2}=(x_1-x_2)\vec{\imath}+(y_1-y_2)\vec{\jmath}+(z_1-z_2)\vec{k}$.

– لتكن النقطتين $M_1(x_1,\ y_1,\ z_1)$ و $M_2(x_2,\ y_2,\ z_2)$ يُعرف الشعاع

$$\overrightarrow{M_1M_2}=(x_2-x_1)\vec{\imath}+(y_2-y_1)\vec{\jmath}+(z_2-z_1)\vec{k}$$

الجداء السلمي ($produit\ scalaire$).

الجداء السلمي بين شعاعين $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ و الذي نرمز له بالرمز $\vec{V_1}.\vec{V_2}$ هو مقدار سلمي يمكن أن يكون موجب أو سالب أو معدوم و الذي يُعرف بالعبارة:

$$\vec{V_1}.\vec{V_2}=\|\vec{V_1}\|\|\vec{V_2}\|cos(\vec{V_1},\vec{V_2})$$

$\theta=(\vec{V_1},\vec{V_2})$ الزاوية بين الشعاعين.

العبارة التحليلية للجداء السلمي: ليكن $\vec{V_1}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}$ و $\vec{V_2}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\\z_2\end{pmatrix}$.

$$\vec{V_1}.\vec{V_2}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

خواص الجداء السلمي:

1) $\vec{V_1}.\vec{V_2}=\vec{V_2}.\vec{V_1}$

2) $\vec{V_1}.(\vec{V_2}+\vec{V_3})=\vec{V_1}.\vec{V_2}+\vec{V_1}.\vec{V_3}$

3) $\vec{V_1}.\vec{V_2}=0 \iff \vec{V_1}\perp\vec{V_2}$

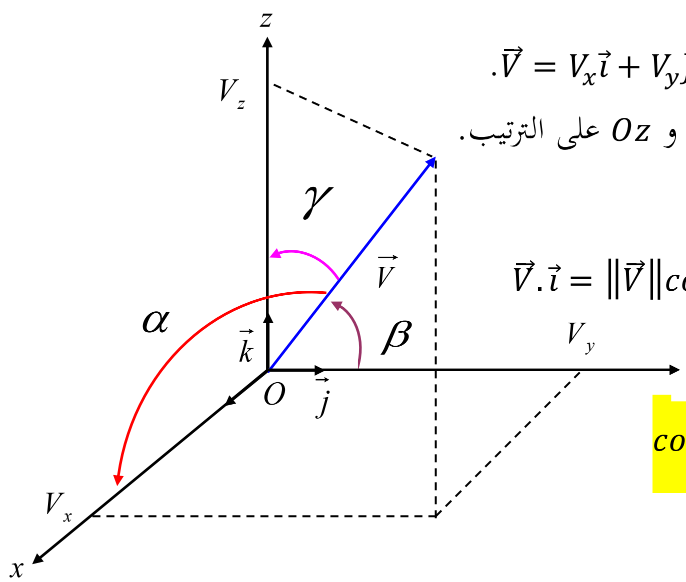
4) $\vec{V}=V_x\vec{\imath}+V_y\vec{\jmath}+V_z\vec{k} \Rightarrow \vec{V}.\vec{V}={V_x}^2+{V_y}^2+{V_z}^2$

جيوب تمام الاتجاهية:

ليكن $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ معلم متعامد و متجانس، و الشعاع $\vec{V}=V_x\vec{\imath}+V_y\vec{\jmath}+V_z\vec{k}$.

لتكن α، β و γ الزوايا التي يصنعها الشعاع $\vec{V}$ مع المحاور Ox، Oy و Oz على الترتيب.

لدينا:



$$\vec{V}.\vec{\imath}=\|\vec{V}\|cos\alpha \Rightarrow cos\alpha=\frac{\vec{V}.\vec{\imath}}{\|\vec{V}\|}$$

$$cos\alpha=\frac{V_x}{\|\vec{V}\|}$$

بنفس الطريقة نجد $cos\beta$ و $cos\gamma$:

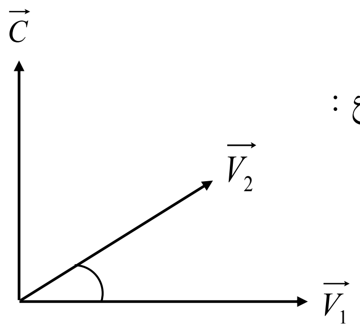
$$cos\beta = \frac{V_y}{\|\vec{V}\|}$$

$$cos\gamma = \frac{V_z}{\|\vec{V}\|}$$

* تشكل القيم $cos\alpha$، $cos\beta$ و $cos\gamma$ جيوب تمام الاتجاهية للشعاع $\vec{V}$ مع المحاور Ox، Oy و Oz على الترتيب (تحدد اتجاه الشعاع مع هذه المحاور).

ملاحظة: $cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$.

الجداء الشعاعي ($produit\ vectorielle$).



يُعرف الجداء الشعاعي بين شعاعين $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ و الذي نرمز له بالرمز $\vec{V_1} \wedge \vec{V_2}$ على أنه الشعاع :

$$\vec{C} = \vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = \|\vec{V_1}\|\|\vec{V_2}\| sin(\vec{V_1},\vec{V_2})\vec{u}$$

العمودي على كل من $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$.

$\vec{u}$: شعاع وحدة $\vec{C}$ العمودي على كل من $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$.

ملاحظة: طويلة الجداء الشعاعي تساوي إلى مساحة متوازي الأضلاع المحدد بالشعاعين $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$.

العبارة التحليلية للجداء الشعاعي: ليكن $\vec{V_1}\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ و $\vec{V_2}\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$.

$$\vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}\vec{\imath} - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}\vec{\jmath} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$\vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = (y_1z_2 - y_2z_1)\vec{\imath} - (x_1z_2 - x_2z_1)\vec{\jmath} + (x_1y_2 - x_2y_1)\vec{k}$$

خواص الجداء الشعاعي:

1) $\vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = -\vec{V_2} \wedge \vec{V_1}$

2) $\vec{V_1} \wedge (\vec{V_2} + \vec{V_3}) = \vec{V_1} \wedge \vec{V_2} + \vec{V_1} \wedge \vec{V_3}$

3) $\vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = \vec{0} \iff \vec{V_1} // \vec{V_2}$

الجداء المختلط ($produit\ mixte$).

يعرف الجداء المختلط لثلاثة أشعة $\vec{V_1}$، $\vec{V_2}$ و $\vec{V_3}$ بالعلاقة : $\vec{V_1}.(\vec{V_2} \wedge \vec{V_3})$ و هو قيمة سلمية.

ملاحظات: 1) تمثل القيمة المطلقة للجداء المختلط حجم متوازي السطوح المحصور بين هذه الأشعة الثلاثة.

2) $\vec{V_1}.(\vec{V_2} \wedge \vec{V_3}) = \vec{V_2}.(\vec{V_1} \wedge \vec{V_3}) = \vec{V_3}.(\vec{V_1} \wedge \vec{V_2})$.

3) إذا كان $\vec{V_1}.(\vec{V_2} \wedge \vec{V_3}) = 0$ فإن الأشعة الثلاثة تقع في نفس المستوي:

2. التحليل البعدي ($Analyse\ dimentionnelle$).

المقادير الفيزيائية: يمكن تقسيم المقادير الفيزيائية إلى نوعين: أساسية و مشتقة.

أ) **المقادير الأساسية:**

توجد في الفيزياء أربعة مقادير أساسية هي: **الطول، الكتلة، الزمن** و **شدة التيار** . إن هذه المقادير الفيزيائية لا تحتاج إلى مقادير أخرى للتعبير عنها، في حين أن المقادير الأخرى هي مقادير مشتقة. و قد أضيفت مقادير أخرى في النظام SI و هي: **درجة الحرارة، شدة الضوء** و **كمية المادة**.

ب) **المقادير المشتقة:** هي المقادير التي يُعبر عنها بدلالة المقادير الأساسية السابقة، مثل: السرعة، التسارع، القوة، العمل ..الخ

بعد مقدار فيزيائي ($Dimension\ d'un\ grandeur\ physique$).

إن لكل مقدار فيزيائي بعد يُعبِر عنه دون استعمال وحدات القياس، ويُعرَف بعد مقدار ما بطبيعته الفيزيائية كالطول، الكتلة.....و تسمى العلاقة التي تربط بعد مقدار فيزيائي ما بدلالة أبعاد المقادير الأساسية بمعادلة الأبعاد.

يُرمز لأبعاد المقادير الأساسية الأربعة كالتالي:

الطول ($Longueur$): نرمز له بالرمز L. **الكتلة** $Masse$: نرمز لها بالرمز M.

الزمن $Temps$: نرمز له بالرمز T. **شدة التيار** ($Intensité\ du\ courant$): نرمز له بالرمز I.

معادلة الأبعاد لمقدار فيزيائي:

ليكن G مقدار فيزيائي، تكتب معادلة الأبعاد لمقدار فيزيائي بشكل عام بدلالة الأبعاد الأساسية الأربعة بالعلاقة التالية:

$$[G] = M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta}$$

حيث: α، β، γ و δ أعداد حقيقية.

ملاحظة: معادلة الأبعاد لمقدار بدون بعد هي: $[G] = 1$.

تطبيق: أوجد بعد كل من **السرعة** و **التسارع**

$$* \ v = \frac{x}{t} \Rightarrow [v] = \frac{[x]}{[t]} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

$$* \ a = \frac{v}{t} \Rightarrow [a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

الجدول التالي يعطي معادلات الأبعاد لبعض المقادير الفيزيائية

$grandeur\ physique$	$formule$	$dimension$
$Surface$	$S = a.b \Rightarrow [S] = [a].[b] = L.L$	$[S] = L^2$
$Volume$	$V = a.b.c \Rightarrow [V] = [a].[b].[c]$	$[V] = L^3$
$Vitesse$	$v = \frac{x}{t}$	$[v] = LT^{-1}$
$accéleration$	$a = \frac{v}{t}$	$[a] = LT^{-2}$

أهمية معادلة الأبعاد: تكتسي معادلة الأبعاد أهمية كبيرة تكمن فيما يلي:

– تستخدم معادلة الأبعاد للتأكد من تجانس العلاقات و بالتالي تجنب الأخطاء.

– كما تستخدم معادلة الأبعاد لاستنتاج بعض القوانين الفيزيائية.

تمرين 1 : أوجد بعد المقادير الفيزيائية التالية: القوة F، الضغط P، الكتلة الحجمية ρ.

$$* F = m.a \Rightarrow [F] = [m][a] = M(LT^{-2}) = MLT^{-2}$$

$$* P = \frac{F}{S} \Rightarrow [P] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

$$* \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow [\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{M}{L^3} = ML^{-3}$$

تمرين 2 : نفرض أن تسارع نقطة مادية كتلتها m تنتقل على مسار دائري نصف قطره r بسرعة منتظمة v متناسبة مع r و v بحيث $a = Kr^n v^m$، K ثابت. أوجد قيم n و m.

$$On\ a:\ a = Kr^n v^m \Rightarrow [a] = [K][r]^n[v]^m$$

$$LT^{-2} = L^n(LT^{-1})^m$$

$$LT^{-2} = L^n L^m T^{-m}$$

$$LT^{-2} = L^{(n+m)}T^{-m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n + m = 1 \quad ....(1) \\ -m = -2 \Rightarrow \boxed{m = 2} \end{cases}$$

$$de\ (1) : n = 1 - m = \boxed{-1}$$

$$donc:\quad \boxed{a = Kr^{-1}v^2}$$