السداسي الأول/ ديسمبر 2020

التمرين الأول:

ليكن في معلم م.م $R(Oxyz)$ الأشعة التالية:

$$\overrightarrow{V_1} = 2\vec{\imath} + \lambda\vec{\jmath} - \vec{k},\ \overrightarrow{V_2} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 2\vec{k},\ \overrightarrow{V_3} = 4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + 3\vec{k}$$

λ وسيط.

1) أوجد قيمة λ حتى يكون الشعاعين $\overrightarrow{V_1}$ و $\overrightarrow{V_2}$ متعامدين. اوجد في هذه الحالة $\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2}$.

نأخذ $\lambda = 3$ لبقية التمرين.

2) أحسب طويلة كل شعاع. اوجد شعاع الوحدة $\overrightarrow{u_1}$ للشعاع $\overrightarrow{V_1}$.

3) أحسب $\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2}$ و استنتج قيمة الزاوية المحصورة بينهما.

4) لتكن α، β و γ الزوايا التي يصنعها الشعاع $\overrightarrow{V_1}$ مع المحاور Ox، Oy و Oz على التوالي. باستخدام الجداء السلمي $\overrightarrow{V_1}.\vec{\imath}$ بين أنّ:

$$cos\alpha = \frac{x_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|}$$

– استنتج عبارة $cos\beta$ و $cos\gamma$. احسب قيم الزوايا α، β و γ.

– أحسب مساحة متوازي الأضلاع المحصور بين الشعاعين $\overrightarrow{V_1}$ و $\overrightarrow{V_2}$.

5) أحسب حجم متوازي السطوح المبني على الأشعة $\overrightarrow{V_1}$، $\overrightarrow{V_2}$ و $\overrightarrow{V_3}$.

Réponses: **1)** $\lambda = 2$ **3)** $\left(\overrightarrow{V_1},\overrightarrow{V_2}\right) = 97.73°$ **5)** $V = 2\ (u.V)$

التمرين الثاني:

أ) اوجد بعد المقادير الفيزيائية التالية:

القوة، الضغط، الطاقة الحركية $E_c = 1/2mv^2$.

Réponses: $[F] = MLT^{-2}$; $[P] = ML^{-1}T^{-2}$; $[E_c] = ML^2T^{-2}$

ب) نفرض أن تسارع نقطة مادية كتلتها m تنتقل على مسار دائري نصف قطره r بسرعة منتظمة v متناسبة مع r و v بحيث $a = Kr^n v^m$، K ثابت. أوجد قيم n و m.

Réponses: $n = -1$; $m = 2$

التمرين الأول:

$$\overrightarrow{V_1} = 2\vec{\imath} + \lambda\vec{\jmath} - \vec{k},\ \overrightarrow{V_2} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 2\vec{k},\ \overrightarrow{V_3} = \mu\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + 3\vec{k}$$

λ و μ وسيطين.

1) ايجاد قيمة λ حتى يكون الشعاعين $\overrightarrow{V_1}$ و $\overrightarrow{V_2}$ متعامدين:

$$\overrightarrow{V_1} \perp \overrightarrow{V_2} \Rightarrow \overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2} = 0$$

$$\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ \lambda \\ -1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = 6 - 2\lambda - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = 2}$$

حساب $\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2}$:

$$\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{\imath} - 7\vec{\jmath} - 10\vec{k}$$

نأخذ $\lambda = 3$ لبقية التمرين.

$$\overrightarrow{V_1} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - \vec{k},\ \overrightarrow{V_2} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 2\vec{k},\ \overrightarrow{V_3} = 4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + 3\vec{k}$$

2) طويلة كل شعاع :

$$* \ \|\overrightarrow{V_1}\| = \sqrt{14}\ ;\ \|\overrightarrow{V_2}\| = \sqrt{17};\quad \|\overrightarrow{V_3}\| = \sqrt{34}$$

شعاع الوحدة $\overrightarrow{u_1}$ للشعاع $\overrightarrow{V_1}$:

$$\overrightarrow{u_1} = \frac{\overrightarrow{V_1}}{\|\overrightarrow{V_1}\|} = \frac{2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - \vec{k}}{\sqrt{14}}$$

3) حساب $\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2}$:

$$\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = -2$$

– استنتاج قيمة الزاوية المحصورة بينهما :

$$cos(\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_2}) = \frac{\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2}}{\|\overrightarrow{V_1}\|\|\overrightarrow{V_2}\|} = -0.1345$$

$$\Rightarrow \boxed{(\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_2}) = 97.73°}$$

4) تبيان أنّ:

$$cos\alpha = \frac{x_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|}$$

$$* \ \overrightarrow{V_1}.\vec{\imath} = \|\overrightarrow{V_1}\| cos\alpha \Rightarrow cos\alpha = \frac{\overrightarrow{V_1}.\vec{\imath}}{\|\overrightarrow{V_1}\|}$$

$$\overrightarrow{V_1}.\vec{\imath} = x_1 \Rightarrow \boxed{cos\alpha = \frac{x_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|}}$$

– استنتاج عبارة $cos\beta$ و $cos\gamma$:

$$* \ cos\beta = \frac{y_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|}$$

$$* \ cos\gamma = \frac{z_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|}$$

– حساب قيم الزوايا α، β و γ :

$$* \ cos\alpha = \frac{x_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|} = \frac{2}{\sqrt{14}} = 0{,}53 \Rightarrow \boxed{\alpha = 58°}$$

$$* \ cos\beta = \frac{y_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|} = \frac{3}{\sqrt{14}} = 0{,}80 \Rightarrow \boxed{\beta = 36{,}67°}$$

$$* \ cos\gamma = \frac{z_1}{\|\overrightarrow{V_1}\|} = \frac{-1}{\sqrt{14}} = -0{,}267 \Rightarrow \boxed{\gamma = 74{,}5°}$$

– حساب مساحة متوازي الأضلاع المبني على الشعاعين $\overrightarrow{V_1}$ و $\overrightarrow{V_2}$:

$$S = \|\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2}\|$$

$$\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2} = 4\vec{\imath} - 7\vec{\jmath} - 13\vec{k} \ \Rightarrow \boxed{S = 15.3\ (u.s)}$$

5) حساب حجم متوازي السطوح المبني على الأشعة $\overrightarrow{V_1}$، $\overrightarrow{V_2}$ و $\overrightarrow{V_3}$:

$$V = |\overrightarrow{V_3}.(\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2})| = 2\ (u.V)$$

التمرين الثاني:

أ) اوجد بعد المقادير الفيزيائية التالية:

القوة، الضغط، الطاقة الحركية $E_c = 1/2mv^2$.

$* \ F = ma \ \Rightarrow \ [F] = [m].[a] = MLT^{-2}$

$* \ P = \dfrac{F}{S} \ \Longrightarrow \ [P] = \dfrac{[F]}{[S]} = ML^{-1}T^{-2}$

$* \ E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 \ \Longrightarrow \ [E_c] = [m][v]^2 = ML^2T^{-2}$

ب) لدينا $a = Kr^n v^m$،

- إيجاد قيم n و m:

$a = Kr^n v^m \ \Rightarrow \ [a] = [K][r]^n[v]^m$

$LT^{-2} = L^n(LT^{-1})^m$

$LT^{-2} = L^{n+m}T^{-m}$

$$\begin{cases} n + m = 1 \\ \boxed{m = 2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{n = -1}$$