السداسي الأول/ ديسمبر 2020

التمرين الأول:

تعطى الإحداثيات الديكارتية لنقطة مادية متحركة كما يلي:

$$x = 2t\ ,\ \ y = 4t^2 - 4t$$

1) أوجد معادلة المسار 2) أوجد عبارة شعاع السرعة و طويلته و التسارع و طويلته.

3) أحسب التسارع المماسي a_T و الناظمي a_N 4) أحسب نصف قطر انحناء المسار.

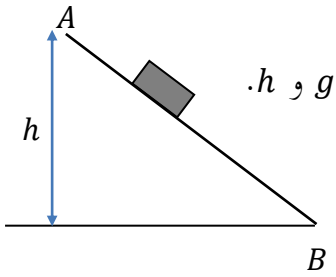
Réponses: **1)** $y = x^2 - 2x$ **2)** $\vec{v} = 2\vec{i} + (8t-4)\vec{j};\ \ v = 2\sqrt{16t^2 - 16t + 5};\ \vec{a} = 8\vec{j}$

3) $a_T = 16\dfrac{2t-1}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}};\ \ a_N = \dfrac{8}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}$

4) $R = \dfrac{(16t^2 - 16t + 5)^{3/2}}{2}$

التمرين الثاني:

تتحرك نقطة مادية كتلتها m على مستوي أملس مائل بزاوية α طوله l و ارتفاعه h. تبدأ الكتلة الحركة من A بدون سرعة ابتدائية.



1. باستعمال المبدأ الأساسي للتحريك أوجد عبارة السرعة v_B عند النقطة B بدلالة g و h.
2. أوجد عبارة رد الفعل.

Réponses: **1)** $v = \sqrt{2gh}$; **2)** $N = mgcos\alpha$

التمرين الأول:

$$x = 2t, \quad y = 4t^2 - 4t$$

1) معادلة المسار

$$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = x^2 - 2x}$$

و هي معادلة قطع مكافئ.

2) شعاع السرعة و التسارع.

شعاع السرعة:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath}$$

$$* \ v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t) = 2$$

$$* \ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^2 - 4t) = 8t - 4$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v} = 2\vec{\imath} + (8t - 4)\vec{\jmath}}$$

$$* \ \|\vec{v}\| = \sqrt{4 + (8t - 4)^2}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{64t^2 - 64t + 20}$$

$$\boxed{\|\vec{v}\| = 2\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}$$

شعاع التسارع:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$* \ a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(2) = 0$$

$$* \ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(8t - 4) = 8$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = 8\vec{\jmath}}$$

$$\|\vec{a}\| = 8 \ m/s^2$$

3) أحسب شعاع التسارع المماسي a_T و الناظمي a_N:

$$* \ a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2\sqrt{16t^2 - 16t + 5}\right)$$

$$a_T = 2\frac{32t - 16}{2\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}$$

$$\boxed{a_T = 16\frac{2t - 1}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}}$$

$$* \ a_N = \sqrt{a^2 - {a_T}^2}$$

$$a_N = \sqrt{64 - 256\frac{4t^2 - 4t + 1}{16t^2 - 16t + 5}}$$

$$a_N = \sqrt{64\left(1 - 4\frac{4t^2 - 4t + 1}{16t^2 - 16t + 5}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_N = \frac{8}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}}$$

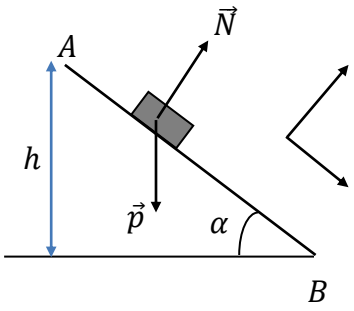
5) حساب نصف قطر الانحناء:

$$a_N = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_N}$$

$$R = \frac{4(16t^2 - 16t + 5)}{\frac{8}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{(16t^2 - 16t + 5)^{3/2}}{2}}$$

التمرين الثالث:



1) باستعمال المبدأ الأساسي للتحريك أوجد سرعة الجسم بدلالة g و h.

$$\vec{p} + \vec{N} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على المحورين Ox و Oy نجد :

$$Ox/\ \ psin\alpha = ma\ \ ....(1)$$

$$Oy/\ \ -pcos\alpha + N = 0\ ....(2)$$

$$de(1):\ \ psin\alpha = ma \Longrightarrow mgsin\alpha = ma$$

$$\Longrightarrow a = gsin\alpha$$

$$\frac{dv}{dt} = gsin\alpha \Longrightarrow \frac{dv}{dx}.\frac{dx}{dt} = gsin\alpha$$

$$v\frac{dv}{dx} = gsin\alpha \Longrightarrow vdv = gsin\alpha dx$$

$$\int_0^v vdv = \int_0^l gsin\alpha dx$$

$$\left[\frac{1}{2}v^2\right]_0^v = gsin\alpha[x]_0^l \Rightarrow \frac{1}{2}v^2 = (gsin\alpha)l$$

$$v = \sqrt{2glsin\alpha}$$

$$sin\alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow lsin\alpha = h$$

$$donc : \boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

2. **عبارة رد الفعل.**

$$de\ (2):\ -pcos\alpha + N = 0$$

$$N = pcos\alpha = \boxed{mgcos\alpha}$$