

## **TD N<sup>0</sup> 1 : formulation d'un problème d'optimisation**

### **Exercice 1 : Problème de menuisier**

Un menuisier désire de fabriquer des tables et des chaises. Il dispose de 50 unités de bois et 90 heures de travail. La fabrication d'une table nécessite 10 unités de bois et 10 heures de travail. La fabrication d'une chaise nécessite 5 unités de bois et 10 heures de travail. Une table vendue procure au menuisier un profit de 800 unités monétaires. Une chaise vendue procure au menuisier un profit de 500 unités monétaires.

On s'intéresse à la détermination de nombre des tables et des chaises, devrait il produire afin de maximiser son profit. On demande de formuler mathématiquement ce problème.

### **Exercice 2 : Problème d'entreprise.**

Une entreprise fabrique sur une machine travaillant 45 heures par semaine trois produits P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> et P<sub>3</sub>. L'article P<sub>1</sub> laisse un profit net de 4 unités monétaires, L'article P<sub>2</sub> laisse un profit net de 12 unités monétaires et L'article P<sub>3</sub> laisse un profit net de 3 unités monétaires. Les rendements de la machine sont respectivement pour les trois produits et dans le même ordre sont : 50,25 et 75 articles par heure. On sait d'autre part grâce à une étude de marché, que les possibilités de vente ne dépassent pas 1000 articles de P<sub>1</sub>, 500 articles de P<sub>2</sub> et 150 articles de P<sub>3</sub> par semaine. On suppose le problème de répartir la capacité de production entre les trois produits dans une semaine. Trouver la formulation mathématique de ce problème.

### **Exercice 3 : Un problème de transport**

Une entreprise stocke un produit dans deux dépôts A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> situés dans deux villes différentes. Les quantités stockées sont respectivement 120 et 200 unités. Ces deux dépôts alimentent trois points de vente B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> et B<sub>3</sub> situés également dans deux villes différentes. Les quantités demandées par les trois points de vente sont respectivement de 80, 90 et 150 unités. Les coûts unitaires de transport sont inscrits dans le tableau suivant :

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	12	15	20
A <sub>2</sub>	18	10	16

Le problème qui se pose à l'entreprise est celui de savoir comment repartir et distribuer les produits de magasin de stockage vers les points de vente avec un coût de transport minimum.

### **Exercice 01 : Problème d'une compagnie**

Une compagnie fabrique trois produits et dispose 4 postes de travail.

Le temps de production (En heures) par unité produite varie d'un poste de travail à un autre selon les données ci-dessous.

<b>Produit</b>	<b>Poste de travail</b>	1	2	3	4
1		5	7	4	10
2		6	12	8	15
3		13	14	9	17

De même le bénéfice par unité produite varie d'un poste à un autre selon les données ci-dessous :

<b>Produit</b>	<b>Poste de travail</b>	1	2	3	4
1		10	8	6	9
2		18	20	15	17
3		15	16	13	17

Une semaine de travail effectif est de 35 heures pour chaque poste de travail. On s'intéresse à la quantité de chaque produit qui devrait être produite sachant que la demande est d'au moins 100 unités de produit 1, 150 unités de produit 2 et 100 unités de produit 3,  
Trouver la formulation mathématique du problème ?

#### **Exercice 5 problème d'identification**

Un physicien a observé qu'une certaine quantité dépend d'un paramètre  $t$ . Il a de bonne raison de penser que  $Q(t)$  est décrit par la loi  $Q(t) = a + bt + ct^2$ . Il souhaite de déterminer les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  (ces paramètres sont positives).

Pour des valeurs  $t_1, t_2, \dots, t_k$ , il a effectué des mesures qui lui ont donné des valeurs

$Q_1, Q_2, \dots, Q_k$

Il désire de déterminer a, b et c de manière que la quantité:  $\max_{1 \leq i \leq k} (|a + bt_i + ct_i^2 - Q_i|)$ .

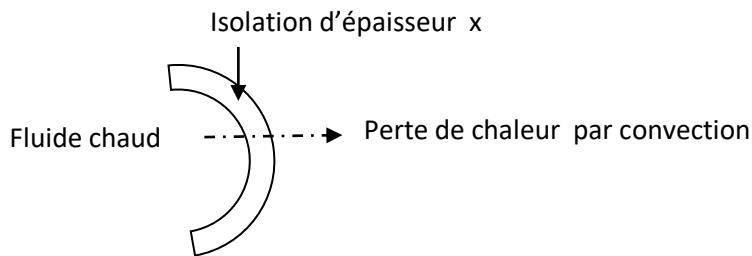
Soit aussi petite que possible. Ecrire ce problème sous forme d'un problème d'optimisation linéaire.

**Exercice 6 : problème d'épaisseur optimale de l'isolation**



Figure1 Pipeline

Soit un pipeline (figure 1) dans laquelle est circule un liquide qu'on souhaite maintenir à une certaine température. Pour limiter de chaleur par convection, on dispose des couches d'une matière isolant sur les parois externe du pipeline Isolation d'épaisseur x



La perte d'énergie est approximée par l'expression suivante :  $Q = \frac{A \cdot DT}{x/k + 1/hc}$

DT : La différence de température entre l'intérieure du pipeline et l'aire ambiant. X : épaisseur du pipeline. hc : coefficients de transfert de chaleur par convention.

K : conductivité thermique. Q : la quantité d'énergie perte par heure. A : aire du pipeline.

Le coût d'installation par unité de surface peut être représenté par :  $F_0 + F_1 x$ .

F0 : coût fixe ; F1 coût incrémental par unité d'épaisseur.

L'argent dépensé pour couvrir le pipeline d'une couche isolante doit être remboursé en cinq années (en cinq parts égales).

On chercher à déterminer l'épaisseur d'une couche isolants.

Ecrire ce problème sous forme d'un problème d'optimisation.