Université de Jijel
Faculté des sciences et de la technologie
Département d'automatique

TD 03: Optimisation non linéaire

Exercice 01:

Soit le problème d'optimisation suivant :

Minimiser $f(x)= x_1x_2$

avec les contraintes :

$$25 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0$$

En utilisant les paramètres de Lagrange Résoudre ce problème.

Exercice 02:

Soit le problème d'optimisation suivant :
Dans soit R^2 soient les contraintes :

$$-(x_1-1)^2 + x_2 \leq 0$$
$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$

1. Dessiner l'ensemble C satisfaisant des contraintes
2. Montrer que le point $x_1=1$; $x_2=0$ est réalisable mais pas régulier ?

Exercice 03 :

Considérons le programme mathématique

Minimiser $f(x)= -x_1^2 +2x_1+x_2$

avec les contraintes :

$$x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1 \quad x_2 \geq 0$$

Résoudre le programme en s'aidant uniquement des conditions de KKT.

Exercice 04 :

On se place dans R^2 , et on note $x=[x_1\ x_2]^T$. On considérer la fonction f de R^2 dans R définie par :$f(x)=\frac{1}{2} x^TBx+b^Tx= \frac{1}{2}\left(x_1^2+\alpha\ x_2^2\right)+x_1$

Où B est une matrice symétrique 2-2, b un vecteur de R^2 et $\alpha \in R$

a)Préciser B et b; calculer $\nabla f(x)$

b) Donner une condition nécessaire pour que x soit un minimum (local) sans contraintes de f

1) si $\alpha=0$; montrer que f possède un minimum et qu'il y a une infinité de x réalisant ce minimum. Si $\alpha \neq 0$, quel est l'élément x^* pouvant éventuellement réalise le minimum ?

2) On suppose que $\alpha=2$; On veut minimiser la fonction f avec la contrainte supplémentaire :

$$\sqrt{x_1^2+x_2^2} \leq \frac{1}{2}$$

2-1)la fonction f admet-elle un minimum ?

2-2) Ecrire les conditions de Karush-Kuhn-Tuker (KKT) permettant de calculer le minimum éventuel. Résoudre.