

## **Chapitre 4 Organisation, méthode et techniques de mesure**

L'instrument de mesure est un appareil dont la fonction est d'établir le rapport entre une certaine grandeur et une autre grandeur de même nature, constitué essentiellement de deux transducteurs ;

- 1-le capteur ou élément primaire (seul élément en contact direct avec le processus,
- 2-l'élément de mesure ou élément secondaire qui transforme le signal de sortie du capteur et élabore le signal de sortie

### **Mode de mesures**

Deux modes de mesure existent à savoir par déviations et par comparaison

- 1- Les modes par déviation : la mesure s'accompagne d'un changement proportionnel de position des éléments mobiles de l'instrument par rapport à une autre position de référence exp : mesure de pression effectuée au moyen du manomètre de BOURDON et des mesures de températures par le par le thermomètre à thermocouple.
- 2- Les modes par comparaison : on élabore une grandeur connue pour la comparer à une grandeur à mesurer en général, la grandeur de comparaison est opposée à la variable jusqu'à ce que l'écart entre les deux soit nul. C'est le cas des mesures de résistances effectuées au moyen d'un pont de WHEATSTONE.

L'adaptation du capteur et de la chaîne de mesure implique que celle-ci n'ajoute pas au signal initial des incertitudes ou limitations supérieures à celles apportées par le capteur. La qualité du capteur dépend de la bonne concordance entre valeur mesurée et valeur vraie du mesurande et des limites de l'incertitude sur la valeur mesurée.

### **1- LES ERREURS DE MESURE**

Les seuls mesurandes dont les valeurs sont parfaitement connues sont les grandeurs étalons dont les valeurs sont fixées par convention. La valeur de tout autre mesurande ne peut être connue qu'après le traitement par une chaîne de mesure. L'écart entre la valeur mesurée et la valeur vraie est l'erreur de mesure qui est due essentiellement aux imperfections de la chaîne de mesure qui dégradent l'information du signal au cours de son traitement. Une conception rigoureuse de la

chaîne de mesure permet de réduire l'erreur de mesure et donc l'incertitude sur la valeur vraie.

Il existe différents types d'erreurs de mesure que nous présentons dans ce qui suit.

### 1-Les erreurs illégitimes

Elles résultent d'une fausse manoeuvre, d'une mauvaise utilisation ou d'un dysfonctionnement de l'appareil de mesure. Ce sont des fautes commises lors de la mesure et elles ne sont généralement pas prises en compte dans la détermination de cette dernière.

### 2-Les erreurs systématiques

Ce sont des erreurs reproductibles, elles sont constantes et/ou à variation lente par rapport à la durée de mesure. Elles introduisent donc un décalage constant entre la valeur vraie et la valeur mesurée. Ces erreurs peuvent avoir plusieurs causes, dont nous présentons les plus fréquentes.

#### a- *Les erreurs sur la valeur d'une grandeur de référence*

Nous citons à titre d'exemples le décalage du zéro d'un appareil analogique, la valeur erronée de la température de référence d'un thermocouple ou la valeur inexacte de la tension d'alimentation d'un pont. Ces erreurs peuvent être éliminées par la vérification rigoureuse des appareils de mesure.

#### b- *Les erreurs sur la valeur d'une grandeur de référence*

Ce sont des erreurs sur la sensibilité ou sur la courbe d'étalonnage d'un capteur. Le vieillissement d'un capteur, la fatigue mécanique ou l'altération chimique de ses composants, entraînent une modification de sa courbe d'étalonnage initiale. Ces erreurs peuvent être réduites par un réétalonnage fréquent des capteurs.

#### c- *Les erreurs dues au mode ou aux conditions d'emploi*

Les principales sont :

- l'erreur de rapidité qui résulte d'une mesure faite avant que le régime permanent ne soit atteint.
- l'erreur de finesse qui est due à la modification de la valeur du mesurande par la présence du capteur lui-même.

#### d- *Les erreurs dans l'exploitation des données brutes de mesures*

Ce sont des erreurs de correction ou d'interpolation qui résultent d'une appréciation erronée des corrections qu'il peut être nécessaire d'appliquer au résultat brut de la mesure afin d'obtenir une valeur plus juste. Ces erreurs peuvent être des écarts à la linéarité d'un capteur dont la caractéristique n'est pas une droite

...

### 3- Les erreurs accidentelles

Ce sont des erreurs non reproductibles, leurs apparitions et leurs valeurs sont considérées comme aléatoires. Certaines de leurs causes peuvent être connues, mais les valeurs des erreurs qu'elles entraînent au moment de la mesure sont inconnues. Elles sont déterminées à partir de lois statistiques.

#### a- *Les erreurs liées aux indéterminations intrinsèques des caractéristiques instrumentales*

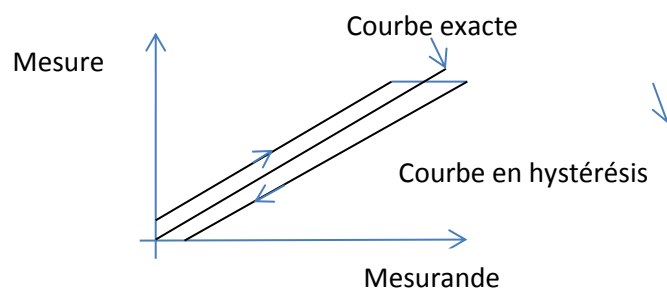
**L'erreur de mobilité  $\varepsilon_m$  :** c'est la variation maximale du mesurande qui n'entraîne pas de variation détectable de la grandeur de sortie du capteur. Exemple : un potentiomètre bobiné pour lequel un déplacement du curseur inférieur à la distance entre deux spires peut n'entraîner aucune variation de la tension de sortie.

**L'erreur de lecture d'un appareil analogique  $\varepsilon_l$  :** elle résulte de la plus ou moins grande habileté de l'opérateur ainsi que de la qualité de l'appareil. Exemple : finesse de l'aiguille.

**L'erreur de résolution  $\varepsilon_r$  :** c'est la variation minimale du mesurande mesuré avec un capteur donné. Elle est la combinaison de l'erreur de mobilité et de l'erreur de lecture :

$$\varepsilon_r = \sqrt{\varepsilon_m^2 + \varepsilon_l^2}$$

**L'erreur d'hystérésis :** Lorsqu'un des éléments de la chaîne de mesure comporte un composant présentant de l'hystérésis (par exemple un ressort), sa réponse dépend de ses conditions d'utilisation antérieure. Cette erreur est évaluée en supposant qu'elle est égale à la moitié de l'écart maximal des valeurs de la grandeur de sortie correspondant à une valeur du mesurande, selon que cette dernière est obtenue par des valeurs croissantes ou décroissantes.



**L'erreur de quantification d'un convertisseur analogique/digital :** l'opération de quantification attribue une valeur unique à l'ensemble des valeurs analogiques comprises dans une plage correspondant à un bit de poids le plus faible (L.S.B). L'incertitude maximale est de  $\pm 1/2$  LSB.

b- *Les erreurs dues à la prise en compte par la chaîne de mesure de signaux parasites de caractère aléatoire*

Le bruit de fond produit par l'agitation thermique des porteurs de charge dans les résistances qui entraînent des fluctuations de tension qui se superposent au signal utile, les fluctuations de tension des sources d'alimentation qui agissent sur les performances des appareils et modifient l'amplitude du signal ... engendrent ce type d'erreurs.

c- *Les erreurs dues à des grandeurs d'influence*

Lorsque les conséquences des variations des grandeurs d'influence n'ont pas été prises en compte lors de l'étalonnage du capteur, on peut considérer que leur contribution est aléatoire. Ce type d'erreurs apparaît lorsque l'appareil de mesure

est utilisé dans des conditions environnementales différentes de celles dans lesquelles il a été étalonné.

## 2 TRAITEMENT STATISTIQUE DES MESURES

Des mesures répétées plusieurs fois donnent des résultats dispersés en raison des erreurs dont elles sont entachées. Il faut donc appliquer un traitement statistique afin de connaître la valeur la plus probable de la grandeur mesurée et de fixer les limites de l'incertitude. Ce traitement s'effectue en plusieurs étapes qui consistent à :

- Etablir la distribution des données, une représentation graphique de la distribution permettra une première évaluation des mesures.
- Caractériser la distribution statistique par la mesure de la tendance centrale (moyenne, mode, médiane).
- Déterminer la dispersion de la distribution par la variation des résultats de mesure par rapport à la valeur moyenne (variance, écart-type).

### a- Caractérisation statistique d'une distribution

Lorsque la mesure d'une même grandeur  $X$  a été répétée  $n$  fois en donnant les résultats  $x_1, x_2 \dots x_n$ , et si on suppose que la valeur  $x_1$  a été obtenue  $n_1$  fois, la valeur  $x_2$  obtenue  $n_2$  fois ...et  $x_n$  obtenue  $n_n$  fois :

Le nombre total d'observations  $n = n_1 + n_2 + \dots n_n$  et la fréquence relative de distribution qui correspond à la probabilité d'apparition des valeurs  $x_1, x_2 \dots x_n$  est donc :

$$f_n(x_1) = \frac{n_1}{n}, f_n(x_2) = \frac{n_2}{n}, \dots f_n(x_n) = \frac{n_n}{n} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^n f_n(x_i) = 1$$

La représentation graphique par histogramme, par la courbe de fréquence relative, ou par le diagramme de fréquence cumulée permet de visualiser la distribution. Plus le nombre d'observations augmente, et plus les fluctuations diminuent.

## 3- Mesures de la tendance centrale d'une distribution

### a- La moyenne

Lorsque la mesure d'une même grandeur  $X$  a été répétée  $n$  fois, donnant les résultats  $x_1, x_2 \dots x_n$ , la valeur moyenne est définie par :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

C'est la mesure de la tendance centrale la plus utilisée,  $\bar{x}$  s'approche de la vraie valeur lorsque le nombre de mesures augmente.

### b- La médiane

Elle correspond à la valeur centrale dans un groupe de données ordonnées.

### c- Le mode

C'est la valeur la plus fréquente, elle correspond au pic de la courbe de fréquence relative.

### 3- Mesures de la dispersion d'une distribution

Deux distributions de données différentes peuvent avoir la même moyenne mais pas la même dispersion.

Il existe plusieurs mesures de dispersion :

a- *Le domaine*

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

b- *La déviation moyenne*

$$d_x = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \right)$$

c- *La variance*

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2 \right)$$

d- *L'écart type (The standard deviation)*

C'est la mesure de dispersion la plus utilisée :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2 \right)}$$

e- *L'erreur standard sur la moyenne*

La probabilité  $P(x_1, x_2)$  d'obtenir comme résultat d'une mesure une valeur du mesurande comprise entre deux valeurs  $x_1$  et  $x_2$  peut s'écrire :

$$P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

où  $p(x)$  est la densité de probabilité pour la valeur  $x$  du mesurande.

Dans le cas de la loi de Gauss :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$$

- La valeur de  $x$  la plus probable est  $\bar{x}$ .

- La probabilité d'apparition d'un résultat de mesure dans les limites indiquées est :

-  $P(x \pm \sigma) = 68.27\%$

-  $P(x \pm 2\sigma) = 95.45\%$

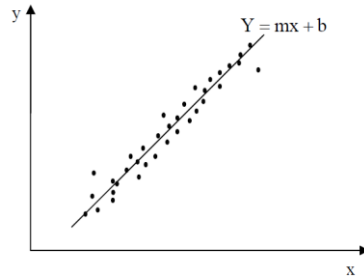
-  $P(x \pm 3\sigma) = 99.73\%$

En général, on prend donc une incertitude égale à 3 fois l'écart type ( $3\sigma$ ).

### 3- REGRESSION LINEAIRE

L'analyse de régression fournit une approche statistique qui permet de corréler des données expérimentales qui dépendent de plusieurs grandeurs mesurées. Si on mesure une variable  $y$  qui décrit le comportement d'un processus et qui dépend de

plusieurs variables  $x_1, x_2 \dots x_n$  indépendantes ; la méthode des moindres carrés permet de relier par une droite des points dispersés  $Y_i = mx_i + b$  et  $y_i = f(x_i)$



Les paramètres  $m$  et  $b$  sont tels qu'ils minimisent l'écart entre le point et la droite :

$$\Delta^2 = \sum (y_i - Y_i)^2, \text{ en calculant } \frac{\partial \Delta^2}{\partial m} = 0 \text{ et } \frac{\partial \Delta^2}{\partial b} = 0$$

2 ()2, on obtient

$$m = \frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{(\sum x)^2 - n \sum x^2} \quad \text{et} \quad b = \frac{\sum y - m \sum x}{n} = \frac{\sum x \sum xy - \sum x^2 \sum y}{(\sum x)^2 - n \sum x^2}$$

La dispersion de  $y$  est une mesure de la corrélation : si la dispersion est faible l'analyse de régression est adaptée pour décrire la variation de  $y$  et si la dispersion est élevée l'analyse de régression n'est pas adaptée.

Le coefficient de corrélation

$$\rho^2 = 1 - \frac{n-1}{n-2} \frac{[y^2] - m[xy]}{[y^2]}$$

Avec

$$[y^2] = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \quad \text{et} \quad [xy] = \sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}$$

Si  $\rho^2 = 1$ ,  $x$  et  $y$  sont parfaitement corrélés et si  $\rho^2 = 0$ ,  $x$  et  $y$  ne sont pas corrélés.

## 5- FIDELITE, JUSTESSE ET PRECISION

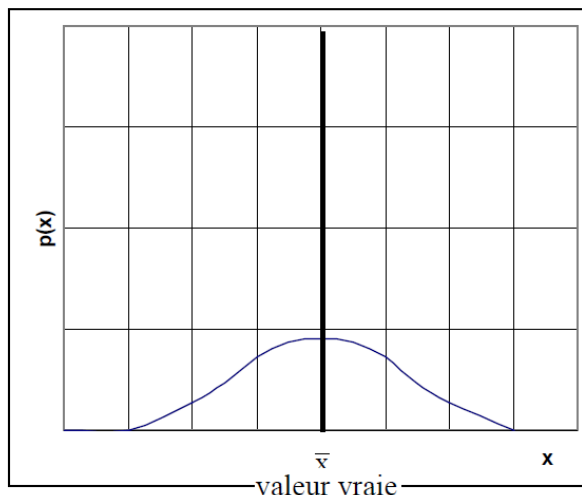
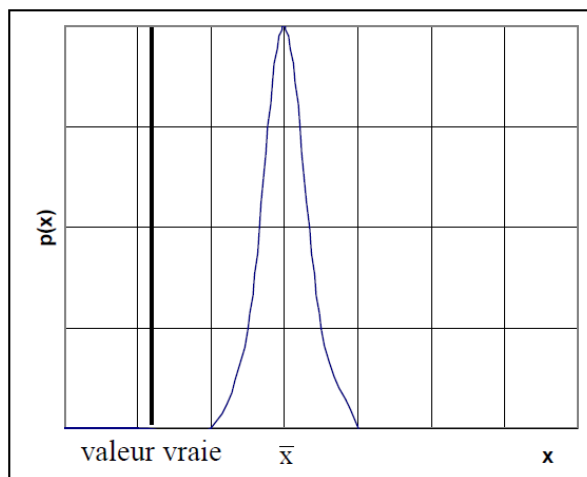
**La fidélité :** elle caractérise un appareil de mesure dont les erreurs aléatoires sont faibles, ce qui se traduit par des résultats de mesure groupés autour de leur valeur moyenne. L'écart type, dont l'importance reflète la dispersion des résultats est souvent considéré comme l'erreur de fidélité et en permet une appréciation quantitative.

**La justesse :** elle caractérise un appareil de mesure dont les erreurs systématiques sont faibles. La valeur la plus probable du mesurande déterminée par un tel appareil de mesure est très proche de la vraie valeur.

**La précision :** elle caractérise un appareil de mesure qui est tel que chaque mesure soit très proche de la valeur vraie du mesurande, un appareil précis est donc à la

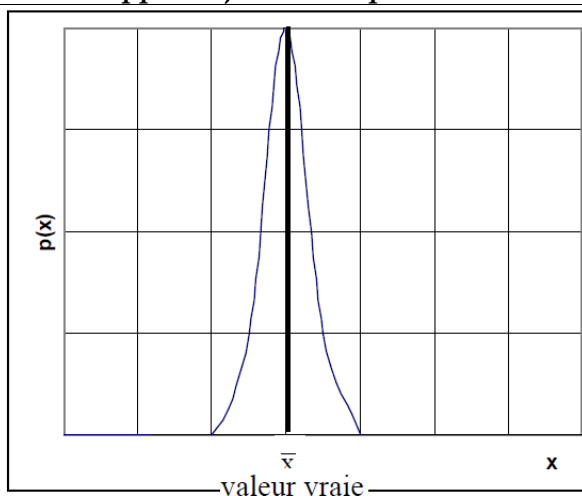
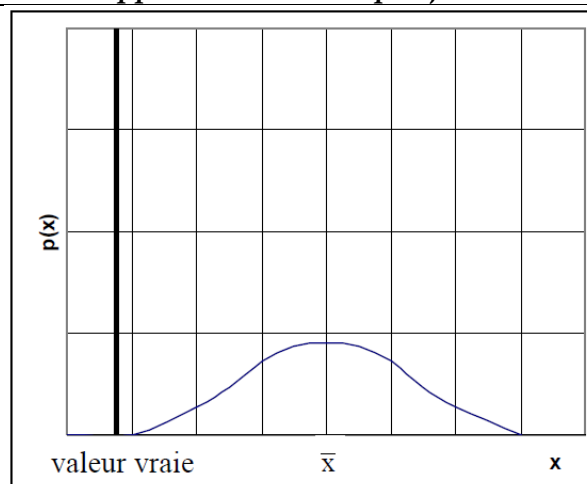
fois juste et fidèle. La précision peut être spécifiée numériquement comme l'intervalle autour de la valeur mesurée, à l'intérieur duquel on est assuré de trouver la valeur vraie.

Fidélité + Justesse  $\Leftrightarrow$  Précision



Erreurs systématiques importantes et erreurs aléatoires faibles :  
**appareil fidèle mais pas juste**

Erreurs systématiques faibles et erreurs aléatoires faibles :  
**appareil juste mais pas fidèle**



Erreurs systématiques et aléatoires élevées :  
**appareil ni juste ni fidèle**

Erreurs systématiques et aléatoires faibles :  
**appareil juste et fidèle donc PRECIS**