Espace probabilisé فضاء الاحتمال

Ensemble des parties d’un ensemble مجموعة أجزاء مجموعة

ليكن الكون Ω لتجربة عشوائية

فإن المجموعة المؤلفة من جميع المجموعات الجزئية الممكنة التشكيل من Ω تسمى مجموعة أجزاء Ω ويرمز لها ب $\wp(\Omega)$

$$A \in \wp(\Omega) \Leftrightarrow A \subset \Omega$$

مثال :

لتكن $\Omega = \{a, b, c\}$ اذن : $\wp(\Omega) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \underbrace{\{a, b, c\}}_{\Omega}\}$

مجموعة الأحداث (Ensemble des évènements)

نعرف مجموعة جزئية $\mathcal{F}$ من $\wp(\Omega)$ كمجموعة الاحداث بحيث تحقق الشروط التالية :

1) $\Omega \in \mathcal{F}$
2) $A \in \mathcal{F} \Longrightarrow \bar{A} \in \mathcal{F}$
3) كل متتالية $(A_n)_{n\geq 0}$ لعناصر المجموعة $\mathcal{F}$ فان $\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$

الاحتمال (Probabilité)

الاحتمال P على Ω هو دالة (تطبيق) من Ω الى المجال $[0, 1]$

$$\mathbf{P} : \boldsymbol{\mathcal{F}} \longrightarrow [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$$

التي تحقق ثلاثة المسلمات التالية :

1) كل حدث A من $\mathcal{F}$ لدينا : $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{P(A)} \leq \mathbf{1}$
2) $\boldsymbol{P(A) = 1}$
3) لدينا $(\boldsymbol{A_n})_{\boldsymbol{n\in N}}$ متتالية من الأحداث منفصلة اثنان، اثنان $\boldsymbol{A_i \cap A_j = \phi}$ و $\boldsymbol{i \neq j}$ فان $\boldsymbol{P(\bigcup_{i\in N} A_i) = \sum_{i\in N} P(A_i)}$

فضاء الاحتمال Espace probabilisé

نسمي فضاء الاحتمال الثلاثية $(\boldsymbol{\Omega, \mathcal{F}, P})$ بحيث :

1) $\boldsymbol{\Omega}$ هو الكون (المجموعة الكلية)
2) $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ هي مجموعة الاحداث من $\boldsymbol{\Omega}$
3) $\mathbf{P}$ هو الاحتمال (تقدير الاحتمال)

خصائص الاحتمال

كل احتمال P في $(\Omega, \mathcal{F})$ يحقق الخصائص التالية :

1) $P(\phi) = 0$
2) $\forall A \in \mathcal{F}, P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
3) $\forall A \in \mathcal{F}, \forall B \in \mathcal{F}, P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
4) $Si \quad A \cap B = \phi, P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
5) $\forall A \in \mathcal{F}, \forall B \in \mathcal{F}, A \subset B \Longrightarrow P(A) \leq P(B)$

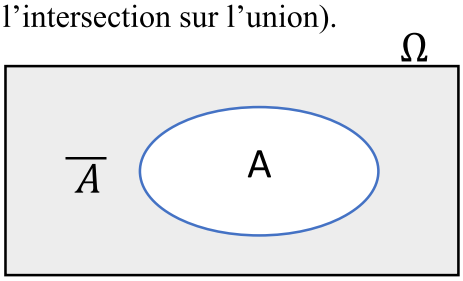
مقارنة بين مفردات نظرية المجموعات ونظرية الاحتمالات:

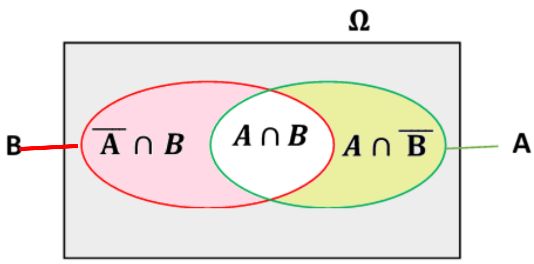
الكتابة في المجموعات	**الكتابة في الاحتمالات**
$\omega \in \Omega$	نتيجة محتملة لتجربة عشوائية
$A \subset \Omega$	A هو حدث
$A \subset B$	$A \Longrightarrow B$ اذا A تحققت اذن B ستتحقق
$A \cup B$	A أو B تتحقق
$A \cap B$	A و B تتحققان
$A \backslash B$	A تتحقق لكن B لا تتحقق
$\overline{A}$	A لا تتحقق
$A \cap B = \phi$ (A et B disjoints منفصلة)	A و B لا يتحققان أبدا في نفس الوقت أو معا
$A = \phi$ (مجموعة خالية)	الحدث المستحيل
$A = \Omega$	الحدث الاكيد

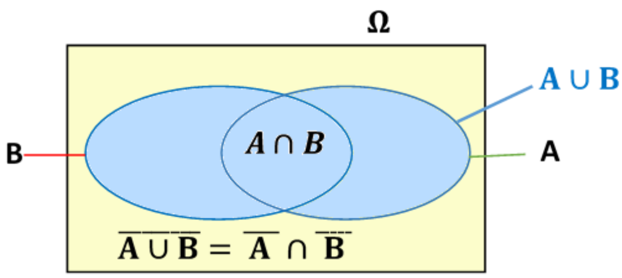
Propriétés

Soient A, B et C trois sous-ensembles de Ω (évènements) on a :

1. $A \cap A = \mathrm{A}$
2. $A \cup A = A$
3. $A \cap B = B \cap A$ (Commutativité de l'intersection).
4. $A \cup B = B \cup A$ (Commutativité de l'union).
5. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (Associativité de l'intersection).
6. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (Associativité de l'union).
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (Distribution de l'union sur l'intersection).
8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (Distribution de l'intersection sur l'union).
9. $\overline{\overline{A}} = A$
10. $\overline{\Omega} = \phi$
11. $\overline{\phi} = \Omega$
12. $A \cup \Omega = \Omega$
13. $A \cap \Omega = A$
14. $A \cup \phi = A$
15. $A \cap \phi = \phi$
16. $A \cup \bar{A} = \Omega$
17. $A \cap \bar{A} = \phi$
18. $\overline{A \cup B} = \overline{\mathrm{A}} \cap \overline{\mathrm{B}}$ (Règle de Morgan).
19. $\overline{A \cap B} = \overline{\mathrm{A}} \cup \overline{\mathrm{B}}$ (Règle de Morgan).







ملاحظة:

- ✓ مراجعة هذه الدروس مع الشرح بالتسجيل الصوتي مهمة . نظرا لهته الظروف الخاصة فعند التدريس حضوريا ان شاء الله ، سنركز على الجانب التطبيقي أكثر(يعني حل التمارين).
- ✓ ستجدون مع المرفق : الشرح بالتسجيل الصوتي أمثلة و تمارين .
- ✓ عادة الدروس تقدم باللغة الفرنسية ، ارتأيت هذه المرة تلخيص باللغة العربية حتى يتسنى لأغلبية الطلبة فهم الدروس لكن الاعمال الموجهة والامتحان ان شاء الله سيكون باللغة الفرنسية.
- ✓ الشرح بالتسجيل الصوتي هو ملخص الدروس باللغة الفرنسية.