

Chapitre1 : Les ossatures structuraux en BA

1. INTRODUCTION

L'ossature d'une construction en Béton armé est constitué de l'ensemble des éléments structuraux (poutres, poteaux, et voiles) qui concourent à sa résistance aux actions autres que gravitaires, en générales horizontales tels que le vent, les séismes, la poussée des terres. Donc, il assure la stabilité de la structure vis-à-vis de ce genre de sollicitations.

L'ossature assure un contreventement due par un ou plusieurs des dispositifs suivants :

- Système de contreventement mixte assuré par des voiles et des portiques (poteaux-poutres) avec justification d'interaction portiques –voiles.
- Système de contreventement de structures en portiques par des voiles en béton armé.
- Système de contreventement constitué par des voiles porteurs en béton armé.
- Structure à ossature en béton armé contreventée entièrement par noyau en béton armé.
- Portiques auto-stables en béton armé avec et sans remplissage en maçonnerie rigide. et autres

Le choix d'un système de contreventement est basé sur plusieurs critères d'ordre structurel et économique.

2. PREDIMENSIONNEMENT DES ELEMENTS STRUCTURAUX :

Le pré- dimensionnement a pour but "le pré calcul "des sections des différents éléments structuraux de la structure. Il sera fait selon BAEL (CBA)et le RPA 99/ version 2003 .Le but et d'arriver à déterminer des épaisseur économique et sécuritaire afin d'éviter un sur coût d'acier et du béton.

2.1. Pré dimensionnement des poteaux :

Les poteaux sont les éléments de la structure, qui transmettent les charges verticales aux fondations. Ils participent au contreventement total ou partiel des bâtiments.

le pré dimensionnement des poteaux se fait par la vérification de la résistance d'une section choisie intuitivement avec une section d'armatures de 1% de la section du béton sous l'action de l'effort normal maximal (le poteau le plus chargé), déterminé par la descente des charges.

Les dimensions à prendre doivent vérifier les inégalités suivantes :

- D'après le RPA99 /version 2003 :
 - Min (b_1 ; h_1) ≥ 25 ou 30cm (suivant la Zone I,II ou III)
 - Min (b_1 ; h_1) $\geq h_e / 20$
 - $1/4 < b_1/h_1 < 4$

- D'après les règles BAE91 :

L'effort normal ultime N_{UL} agissant dans un poteau (compression centré) doit être au plus égale à la valeur suivante :

$$N_{ult} \leq \alpha \cdot Br \cdot [(f_{c28}/0.9\gamma_b) + (A_s \cdot f_e / Br \cdot \gamma_s)]$$

Et d'après les règles BAEL91 :

Elle préconise de prendre la section réduite Br

- N_{ult} : effort normal maximal à l'ELU ($N_u = 1,35 G + 1,5 Q$) calculé en utilisant la règle de dégression verticale.

- Br : section réduite de poteau calculée à partir des dimensions réelles du poteau réduite de 2cm , $[Br = (a - 0,02)(b - 0,02)m^2]$.

- F_{c28} : contrainte de compression du béton à 28 jours (ici on prend $f_{c28} = 25\text{Mpa}$)
- F_e : contrainte limite élastique des aciers (ici on prend $f_e = 400\text{Mpa}$)

- AS : section d'armatures dans le poteau égale à 1% de la section réelle du poteau.
- γ_b : coefficient de sécurité du béton tel que : $\gamma_b = 1,5$ (situation durable ou transitoire).
- γ_s : coefficient de sécurité de l'acier tel que : $\gamma_s = 1,15$ situation durable ou transitoire).
- α : coefficient fonction de l'élancement du poteau calculé par :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2\left(\frac{\lambda^2}{35^2}\right)} \dots \text{pour } \lambda \leq 50$$

$$\alpha = 0,6 \left(\frac{50^2}{\lambda^2} \right) \dots \text{pour } 50 \leq \lambda \leq 70$$

Généralement le pourcentage de l'acier est de 1% de la section :

$$\frac{A_s}{B_r} = \frac{1}{100} \text{ alors : } N_u \leq \alpha \cdot B_r \cdot \left[\frac{f_{c28}}{0,9\gamma_b} + \frac{f_e}{100\gamma_s} \right] \Rightarrow B_r \geq \frac{N_u}{\alpha} \cdot \left[\frac{0,9\gamma_b}{f_{c28}} + \frac{100\gamma_s}{f_e} \right]$$

$$\lambda = 35 \Rightarrow \alpha = 0,708 \Rightarrow B_r \geq 0,064 N_u$$

$$\lambda = 50 \Rightarrow \alpha = 0,603 \Rightarrow B_r \geq 0,075 N_u$$

N_u est déterminé à partir de la descente de charge

La section du poteau est calculée aux états limites ultimes vis-à-vis de la compression du béton selon le **BAEL 91** doit être vérifié à l'ELS selon la formule ci-dessous :

$$\sigma_{ser} = \frac{N_{ser}}{B + nA_s} \leq 0,6 f_{c28}$$

Avec :

N_{ser} : effort normal à l'ELS ($N_{ser} = N_G + N_Q$)

B : section de béton du poteau (a×b)

A_s : section des armatures

n : coefficient d'équivalence ($n = E_s / E_b = 15$)

σ_{ser} : contrainte de compression à l'ELS

2.2. Pré dimensionnement des poutres:

Les poutres seront pré-dimensionnées selon les formules empiriques données par **BAEL91** et vérifiées par la suite selon le **RPA99**.

- D'après le **BAEL91**:

$$L/15 \leq h \leq L/10$$

$$0,2h \leq b \leq 0,7h$$

Avec : L : portée maximale de poutre.

h : hauteur de la section.

b : largeur de la section.

- D'après le **RPA99**:

Les dimensions des poutres doivent respecter :

$$\triangleright b \geq 20 \text{ cm.}$$

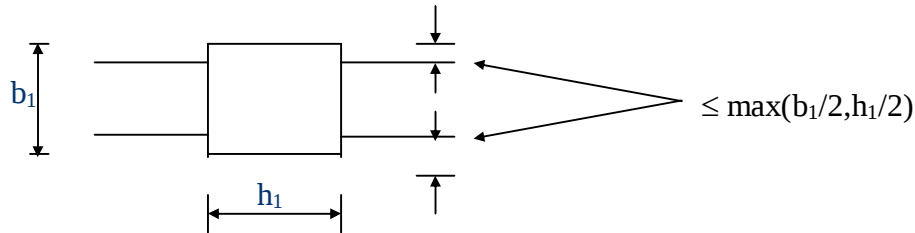
$$\triangleright h \geq 30 \text{ cm.}$$

$$\triangleright h / b \leq 4,0$$

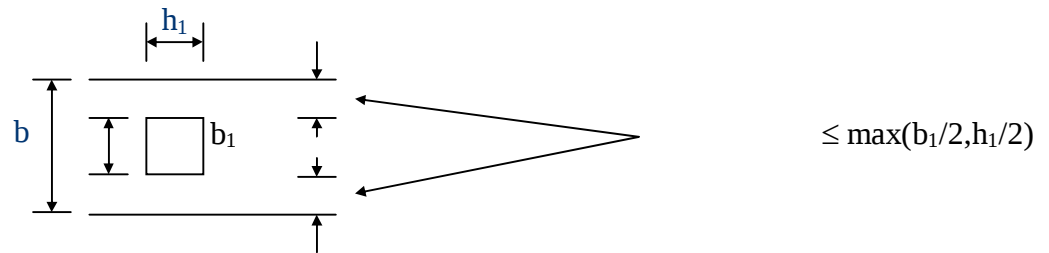
$$\triangleright b_{\max} \leq 1,5 h + b_1$$

h : peut être ramené à 20cm dans les ouvrages contreventés par voiles

Cas a) :



Cas b):



Vérification de la flèche

Nous devons vérifier que : $F_{\max} \leq \bar{F}$

- ♦ $F_{\max} \leq \frac{L}{500}$ si la portée L est au plus égale à 5 m.
- ♦ $F_{\max} \leq \frac{L}{1000} + 0,5$ si la portée L est supérieure à 5 m.

Dans le cas de poutre isostatique avec une charge uniformément répartie, la flèche maximale est donnée

par :
$$F_{\max} = \frac{5 q L^4}{384 EI}$$

Avec:

$F_{\max}$: Flèche maximale de la poutre.

L : portée de la poutre

h : hauteur de la section de la poutre.

q : charge uniformément répartie déterminé à l'ELS.

E : module d'élasticité différée du béton.

I : moment d'inertie de la section $I = \frac{bh^3}{12}$.

2.3. Pré dimensionnement des voiles:

Le pré dimensionnement des murs en béton armé (voiles) justifiés par l'article 7.7.1 du RPA99 ils servent d'une part à contreventer le bâtiment en reprenant les efforts horizontaux (séisme et vent) et d'autre part de reprendre les efforts verticaux qu'ils transmettent aux fondations.

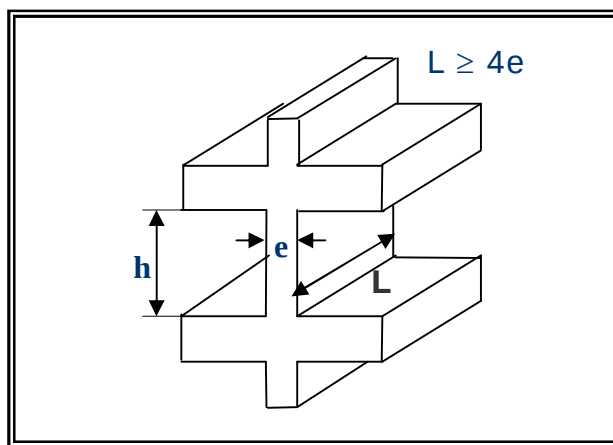
- Les charges verticales, charges permanentes et surcharges.
- Les actions horizontales, effet de séisme et du vent.
- Les voiles assurant le contreventement sont supposés pleins.

D'après le **RPA 99** article 7.7.1 sont considérés comme voiles les éléments satisfaisants à la condition: $L \geq 4e$. Dans le cas contraire, les éléments sont considérés comme des éléments linéaires.

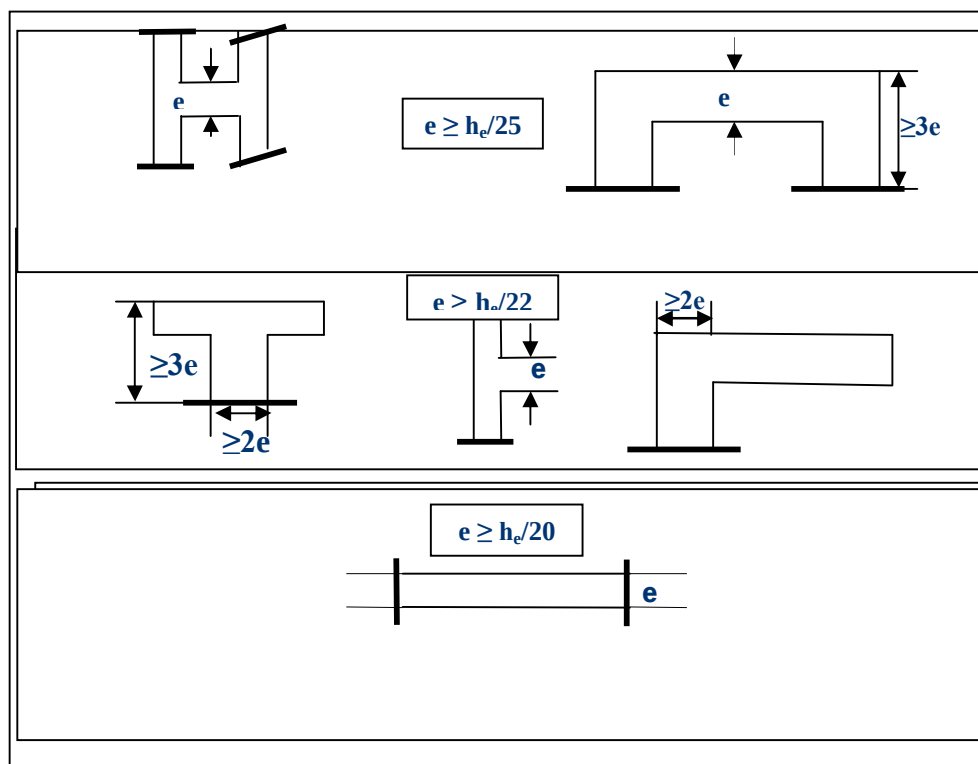
Avec : L : longueur de voile.

e : épaisseur du voile.

L'épaisseur minimale est de 15 cm. De plus, l'épaisseur doit être déterminée en fonction de la hauteur libre d'étage h_e et des conditions de rigidité aux extrémités.



Coupe de voile en élévation.



Coupes de voiles en plan pour différents cas.

$$e \geq (h_e/25, h_e/22, h_e/20).$$

Chapitre 2 : Les fondations superficielles

1. Introductions.

1.1. Rôle des fondations.

Les fondations d'une construction sont constituées par les parties de l'ouvrage qui sont en contact avec le sol, leur rôle principal est de répartir sur le sol les charges transmises par la superstructure et donc d'assurer sa stabilité. Ces charges sont transmises au sol, soit directement (**fondations superficielles**), soit par l'intermédiaire d'autres éléments (**fondations profondes**)

1.2. Stabilité des fondations.

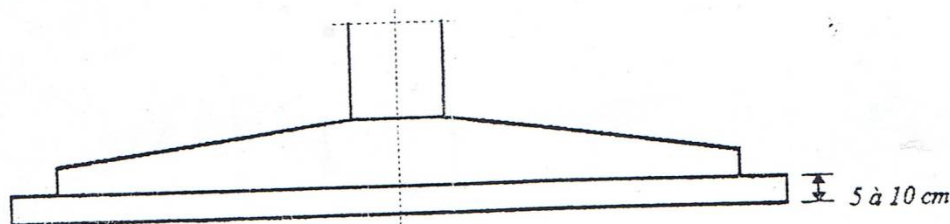
Les éléments de fondations doivent rester en équilibre sous l'action des sollicitations dues à la superstructure (forces verticales, forces horizontales, moments, etc...), et aux sollicitations dues au sol (forces verticales, poussées des terres).

Les tassements uniformes des fondations sont admissibles dans certaines limites; par contre les tassements différentiels sont le plus souvent incompatibles avec la stabilité de l'ouvrage. il est donc nécessaire d'adapter les fondations à la nature du sol qui va supporter l'ouvrage, tout en tenant compte des résultats des études géologique et géotechnique du sol considéré.

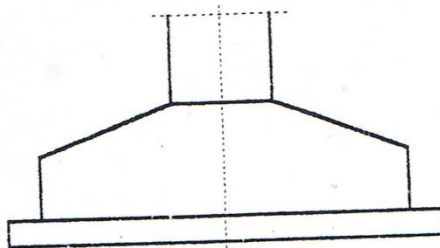
1.3. Types de semelles.

On distingue deux types de semelles:

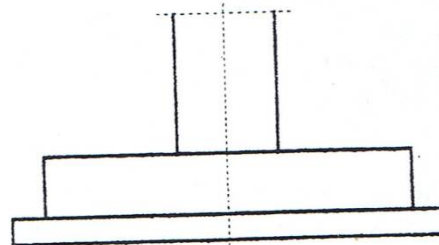
semelle flexible, épaisseur mince.



semelle rigide, pleine ou évidée.



semelle rigide pleine



semelle rigide évidée

Fig. V.1

2. Fondations superficielles.

Les fondations superficielles sont des fondations dont la profondeur ne dépasse pas généralement 2 mètres. Cette catégorie comprend les semelles continues sous murs ou poteaux, les semelles isolées sous poteaux, les quadrillages de semelles continues (ou radiers évidés), les poutres de redressement et les radiers.

2.1. Hypothèses de calcul.

Les fondations superficielles sont calculées à l'état limite de service pour les dimensions extérieures (la portance du sol intègre déjà un coefficient de sécurité de l'ordre de 3); et à l'état limite ultime de résistance pour les armatures. quand la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable, on doit vérifier les aciers à l'état limite de service.

2.2. Action centrique.

2.2.1. Semelle continue sous mur.

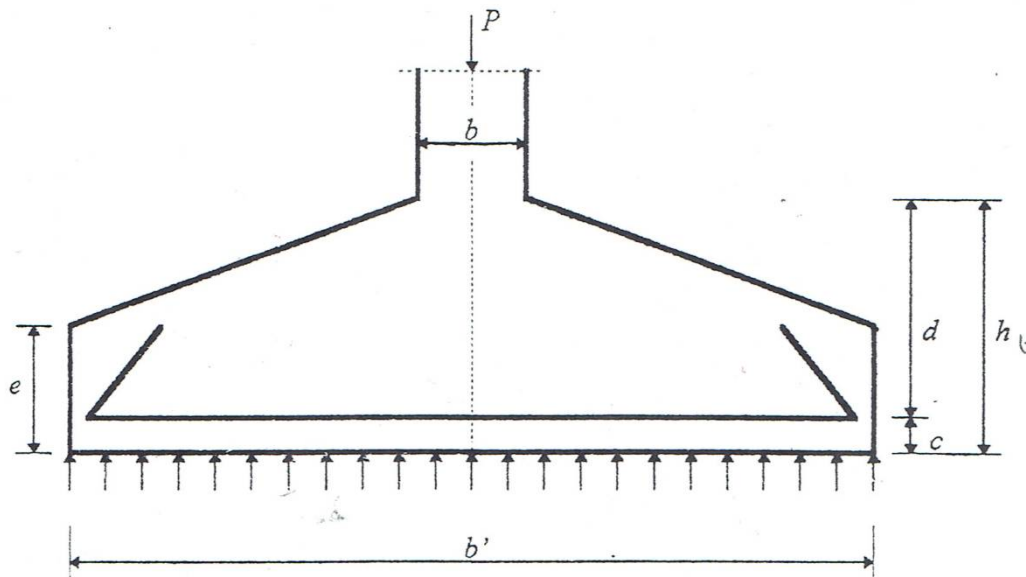


Fig. IV.2

P est la charge à transmettre au sol par mètre linéaire dans le sens longitudinal du mur, cette charge comprend:
le poids de 1,0 m de mur et de semelle,
les charges permanentes sur 1,0 m de mur,
les charges d'exploitations sur 1,0 m de mur,

Pour ce genre de semelle, la seule dimension horizontale à déterminer est la largeur de la fondation, la longueur étant celle du mur à supporter. la contrainte du sol est supposée uniformément répartie et doit vérifier l'inéquation:

$$\frac{P}{b'_{\text{min}}} \leq \sigma_{\text{sol}} \quad \text{d'où:} \quad b' \geq \frac{P_{\text{sur}}}{1000 \cdot \sigma_{\text{sol}}} \quad (\text{mm})$$

avec:

P en N et σ_{sol} en MPa

On divise par 1000, car on considère une bande de 1 m = 1000 mm

Les dimensions de la semelle doivent satisfaire aux conditions suivantes:

La semelle doit avoir une largeur d'au moins 60 cm.

La hauteur utile d est déterminée à partir de la condition de rigidité qui doit satisfaire à la condition suivante:

$$d \geq \frac{b' - b}{4} \quad \begin{array}{l} b : \text{largeur du mur,} \\ b' : \text{largeur de la fondation.} \end{array}$$

La hauteur du bord libre de la semelle, e , doit avoir une valeur comprise entre $h_t/3$ et $h_t/2$, avec la condition que: $e \geq 6 \cdot \phi + 6$,

e et ϕ en cm ϕ : diamètre des armatures

Un béton de propreté d'au moins 5 cm d'épaisseur et dosé au minimum de 150 kg de ciment/m³ de béton est coulé sous la semelle.

2.2.1.1. Calcul des armatures, théorie des bielles comprimées.

Pour le calcul des armatures, on utilise la méthode des bielles mise au point à la suite d'essais et qui consiste à admettre que les efforts provenant du mur sont transmises au sol par des bielles de béton obliques et équilibrées deux à deux par les armatures

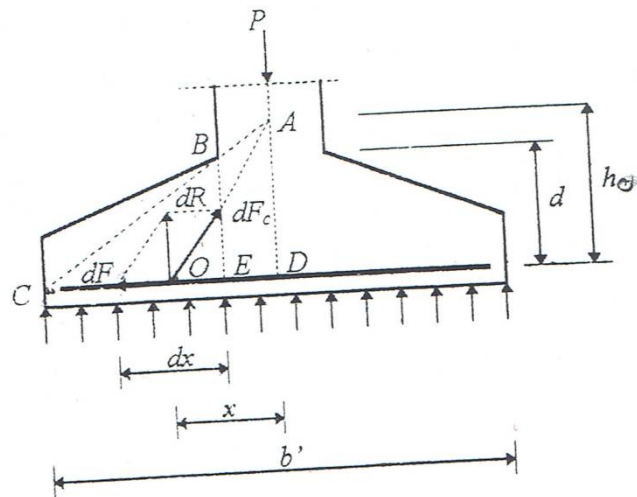


Fig. V.2

dx : la largeur d'un élément de semelle de longueur unité dont le c.d.g. O est situé à x de l'axe du mur.
Le sol à ce niveau, exerce une réaction élémentaire dR

$$dR = \sigma_{sol} \cdot 1000 \cdot dx \quad \text{comme: } \sigma_{sol} = \frac{P}{1000 \cdot b'} \Rightarrow dR = P \cdot \frac{dx}{b'}$$

$$dR \begin{cases} \text{Force de compression suivant l'axe } OA \text{ (bielles de compression), } dF_c \\ \text{Force de traction suivant l'axe des armatures } OC, dF \end{cases}$$

Nous avons, Fig. V.2:

$$\frac{dF}{dR} = \frac{x}{h_0} \quad (\text{triangles semblables}) \quad \text{alors: } dF = dR \frac{x}{h_0} = \frac{P \cdot x}{b' \cdot h_0} dx$$

$$\text{d'où: } F = \frac{P}{b' \cdot h_0} \int_0^{b'/2} x \cdot dx \Rightarrow F = \frac{P \cdot b'}{8 \cdot h_0}$$

F est l'effort de traction maximal par unité de longueur de semelle.

Comme ADC et BEC sont des triangles semblables, nous avons alors:

$$\frac{DC}{AD} = \frac{EC}{BE} \quad \text{alors: } \frac{b'/2}{h_0} = \frac{(b'-b)/2}{d} \Rightarrow h_0 = \frac{d \cdot b'}{b'-b}$$

$$\text{Donc: } F = \frac{P \cdot (b'-b)}{8 \cdot d}$$

$$\text{Comme: } A = \frac{F}{\sigma_s} \quad \text{alors la section d'armatures par unité de longueur de semelle est: } A = \frac{P \cdot (b'-b)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s}$$

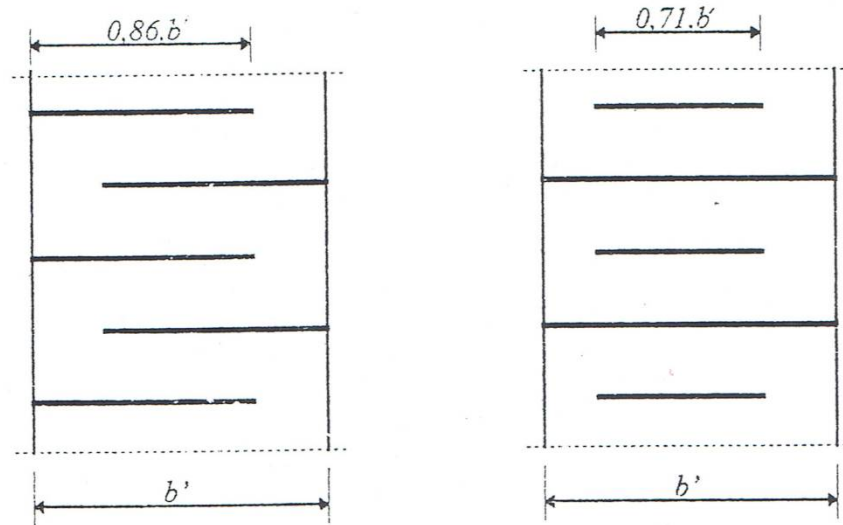
2.2.1.1.1. Longueur des Barres.

En pratique, pour déterminer la longueur des barres, on compare la longueur de scellement l_s à b' .

* Si $l_s > b'/4$ toutes les barres sont prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle et comportent des ancrages courbes.

* Si $b'/8 < l_s \leq b'/4$ les barres sont prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle mais peuvent ne pas comporter des crochets.

* Si $l \leq \frac{h}{8}$ pas de crochets et 1 barre sur 2 est arrêtée à la longueur $0,71.b'$, ou alterner des barres de longueur $0,86.b'$



Pour les armatures de répartition parallèles à l'axe longitudinal du mur, la section totale pour la largeur b' est égale à :

$$A_I = A.b'/4 \quad \text{avec } b' \text{ en mètre (m)}$$

Il n'y a pas lieu de faire de vérification pour le poinçonnement ou pour la contrainte du béton dans les bielles.

Pas d'armatures transversales pour équilibrer l'effort tranchant, car la semelle a été calculée comme un élément rigide.

2.2.2. Semelle rectangulaire sous poteau rectangulaire.

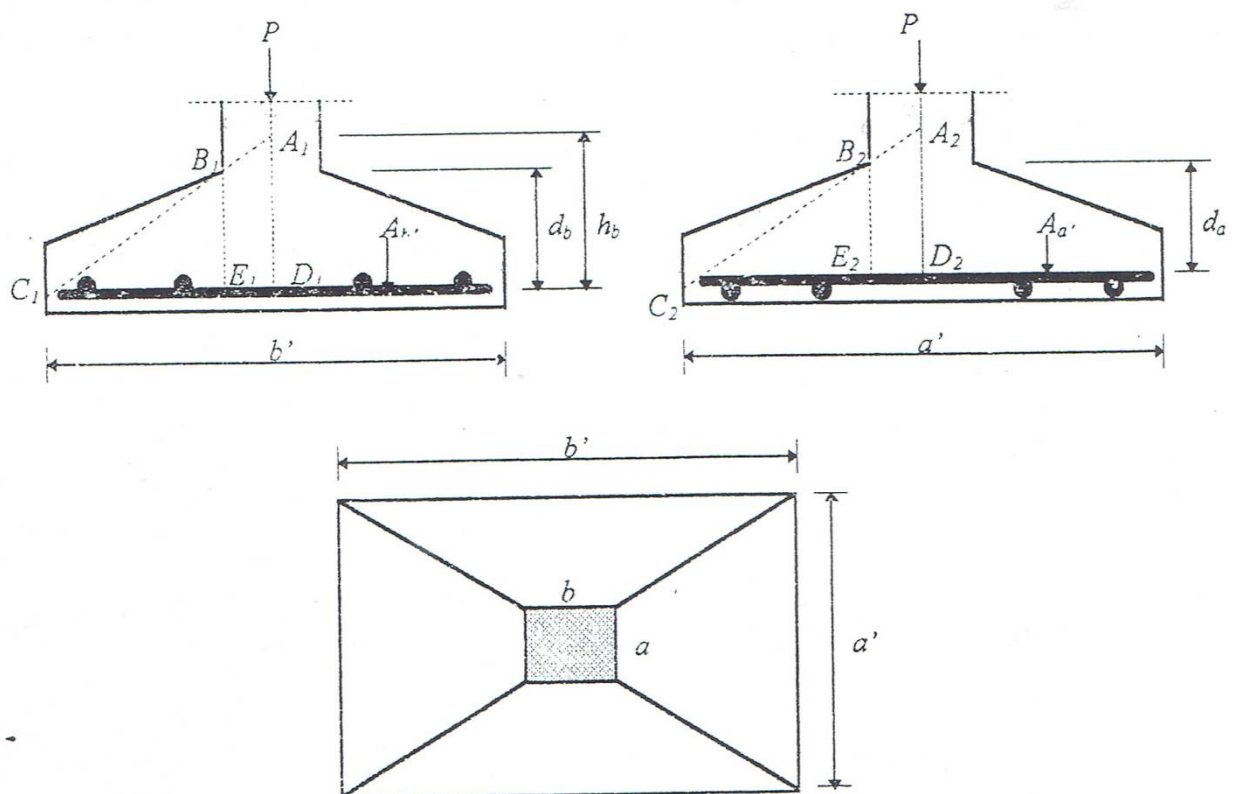


Fig. V.4

2.2.2.1. Calcul de la surface de la semelle.

Nous devons avoir: $a' \cdot b' \cdot \sigma_{sol} \geq P$

on prend $a'/b' = a/b$ pour que la semelle et le poteau aient des sections homothétiques

Les dimensions de la semelle seront calculées telles que:

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$$

$$\text{donc: } a' = \frac{a \cdot b'}{b}$$

et

$$b' \geq \sqrt{\frac{P \cdot b}{a \cdot \sigma_{sol}}}$$

Les conditions suivantes doivent être satisfaisantes:

$$d_b \leq a' - a; \quad d_a \geq (b' - b) / 4, \quad \text{et} \quad e \geq 6 \cdot \phi + 6 \quad (\text{cm})$$

Si le poteau et la semelle n'ont pas des sections homothétiques, la hauteur utile est calculée telle que:

$$d_a \geq \text{Max} \begin{bmatrix} (a' - a) / 4 \\ \text{et} \\ (b' - b) / 4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad d_b \leq \text{Min} \begin{bmatrix} a' - a \\ \text{et} \\ b' - b \end{bmatrix}$$

2.2.2.2 Calcul des armatures, théorie des bielles comprimées.

Pour le calcul des armatures, on utilise, comme pour les cas de la semelle continue sous mur, la méthode des bielles. On détermine l'origine des bielles, pour les armatures parallèles au côté b , comme pour la semelle continue sous mur, on obtient un point A_1 et on a, (Fig. V.4.):

$$\frac{b'}{h_b} = \frac{b' - b}{d_b}$$

De la même manière, on détermine l'origine des bielles pour les armatures parallèles au côté a , et on obtient A_2 et on a:

$$\frac{a'}{h_a} = \frac{a' - a}{d_a}$$

Comme $d_a \neq d_b$ et que $a' = ka$, $b' = kb$ puisque les sections $a'b'$ et $a.b$ sont homothétiques, il en résulte que $h_a \neq h_b$. Par conséquent, dans les hypothèses considérées, on peut admettre, pratiquement, que les points A_1 et A_2 sont confondus en un point A .

Rapportons la semelle à trois axes rectangulaires ayant pour origine O , centre de la semelle, et tels que Oz soit porté par l'axe du pilier, Ox soit parallèle au côté a' et Oy au côté b' ; le plan xOy étant confondu avec le plan moyen des armatures. Portons sur Oz le point A , origine commune des bielles, (Fig. V.5.). Considérons un élément de semelle, de dimensions dx et dy et de centre $C(x,y)$. Le sol exerce sur cet élément une réaction dR :

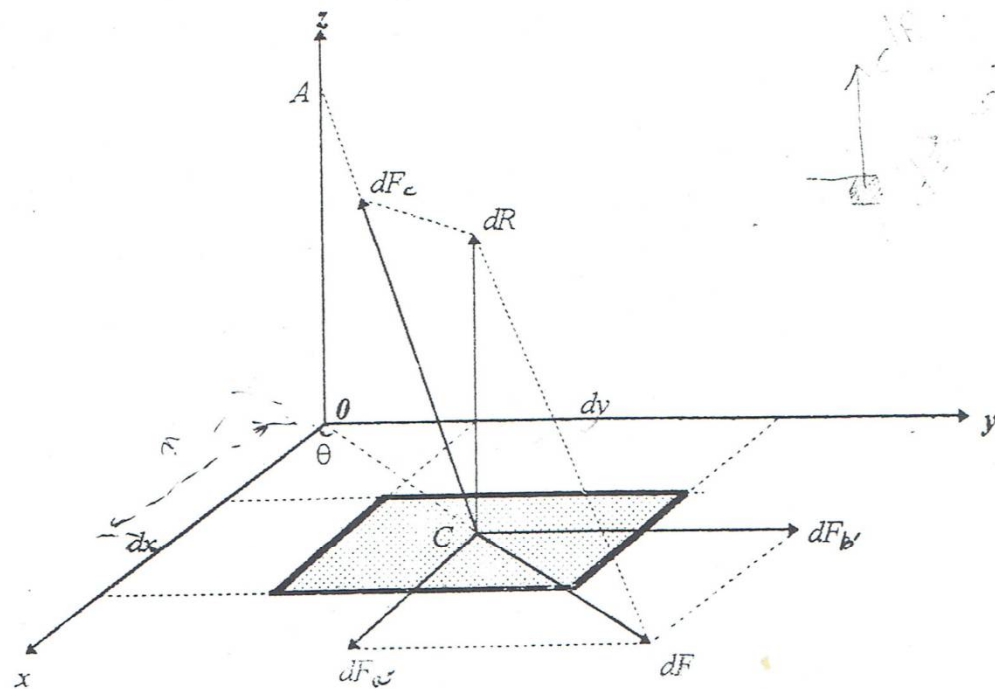


Fig. V.5

On décompose dR en une force de compression dF_c portée par CA , axe de la bielle, et une force de traction dF portée par OC .

$$\frac{dF}{dR} = \frac{OC}{OA} \quad (\text{triangles semblables}) \quad \text{alors:} \quad dF = dR \frac{OC}{OA} = \frac{P}{a' \cdot b' \cdot OA} dx \cdot dy$$

On décompose dF en dF_a et dF_b parallèlement aux axes Ox et Oy .

$$dF_a = dF \cdot \cos \theta = dF \frac{x}{OC} = \frac{P}{a' \cdot b' \cdot OA} x \cdot dx \cdot dy$$

$$F_a = \frac{P}{a' \cdot b' \cdot OA} \int_{-b'/2}^{+b'/2} dy \int_0^{a'/2} x \cdot dx = \frac{P}{a' \cdot b' \cdot OA} b' \cdot \frac{a'^2}{8} = \frac{P \cdot a'}{8 \cdot OA}$$

comme: $\frac{a'}{OA} = \frac{a'-a}{d_a} \Rightarrow F_a = \frac{P(a'-a)}{8 \cdot d_a}$

On trouve de la même manière F_b parallèle au côté b' :

Les armatures A_s // au côté a' : $A = \frac{P \cdot (a'-a)}{8 \cdot d_a \cdot \sigma_s}$

Les armatures A_s // au côté b' : $A = \frac{P \cdot (b'-b)}{8 \cdot d_b \cdot \sigma_s}$

Les armatures ainsi déterminées seront uniformément réparties suivant les deux directions a' et b' , les armatures parallèles au grand côté constituent le lit inférieur du quadrillage.

2.2.2.2.1. Longueur des barres.

Pour déterminer la longueur des barres, on compare la longueur de scellement l_s à celle de b' et à celle de a' et on applique les mêmes règles données en 2.2.1.1.1.

2.2.3. Semelle circulaire sous poteau circulaire.

La semelle a la forme d'un cylindre surmonté d'un tronc de cône; elle peut être armée par un quadrillage de deux nappes orthogonales ou par des cerces et des barres verticales. Nous devons avoir, Fig. V.6:

$$\frac{\pi \cdot D^2}{4} \sigma_{sol} \geq P \quad \text{soit: } D \geq 1,13 \sqrt{\frac{P}{\sigma_{sol}}} \quad \text{avec: } dx \text{ (ou } d) \geq \frac{D - D_p}{4}$$

avec:

D_p : diamètre du poteau D : diamètre de la semelle à la base.

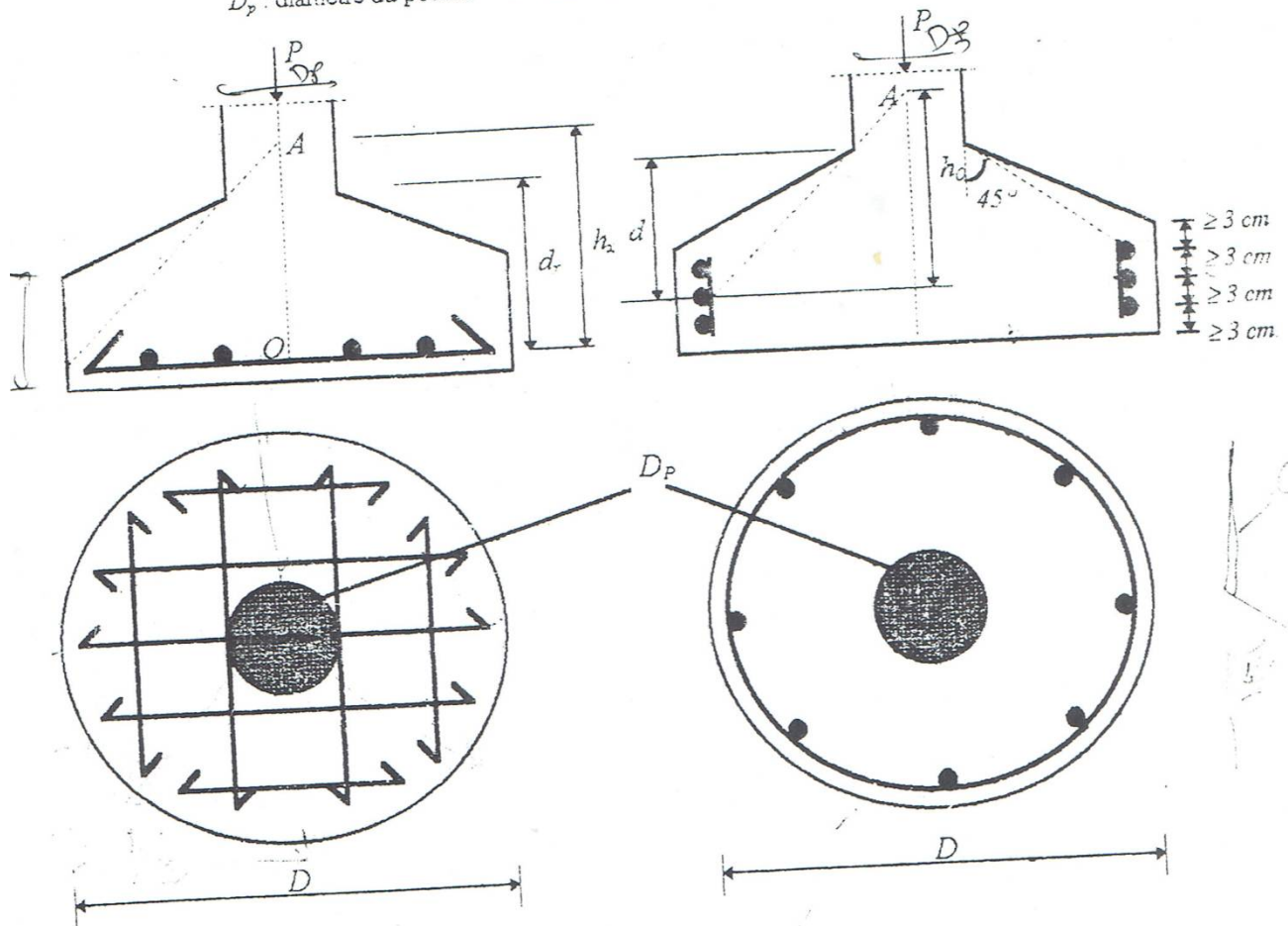


Fig. V.6

si la semelle est armée par deux nappes orthogonales :
 $e \geq 6 \cdot \phi + 6$ (e et ϕ en centimètres)

si la semelle est armée de cerces:
 $e \geq m \cdot \phi + 3(m + 1)$ (m : nombre de cerces, e et ϕ , diamètre des cerces, en centimètres)

2.2.3.1. Semelle armée par des nappes de barres orthogonales.

Comme pour le cas de semelle rectangulaire sous poteau rectangulaire, on peut admettre que l'origine A des bielles est le même pour les deux nappes d'armatures orthogonales. Considérons un élément de la semelle de centre de gravité C . La position de C étant définie par sa distance à O , $OC = \rho$, et par l'angle θ de OC avec Ox . Les dimensions de cet élément sont $d\rho$ et $\rho.d\theta$. Sur l'élément envisagé le sol exerce une réaction dR :

$$dR = \sigma_{sol} \rho \cdot d\rho \cdot d\theta \quad \text{comme: } \sigma_{sol} = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2} \Rightarrow dR = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2} \rho \cdot d\rho \cdot d\theta$$

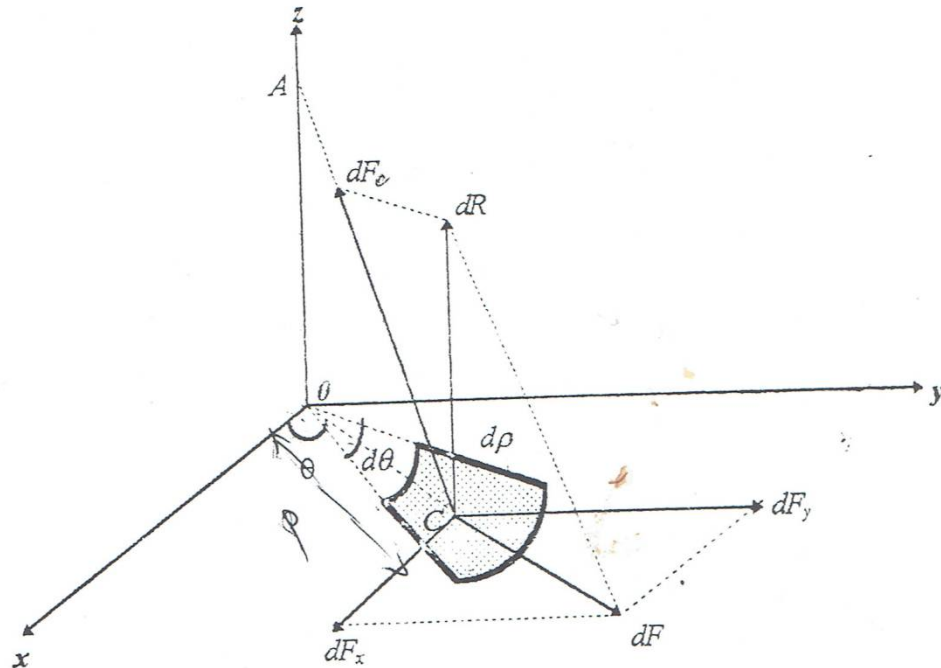


Fig. V.7

On décompose dR en une force de compression dF_c portée par CA , axe de la biellette, et une force de traction dF portée par OC .

$$\frac{dF}{dR} = \frac{OC}{OA} = \frac{\rho}{OA} \quad (\text{triangles semblables}) \quad \text{alors: } dF = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2 \cdot OA} \rho^2 \cdot d\rho \cdot d\theta$$

On décompose dF en dF_x et dF_y parallèlement aux axes Ox et Oy .

$$dF_x = dF \cdot \cos \theta = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2 \cdot OA} \rho^2 \cdot d\rho \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

$$F_x = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2 \cdot OA} \int_{-D/2}^{+D/2} \rho^2 \cdot d\rho \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta \cdot d\theta = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2 \cdot OA} \frac{D^3}{3 \cdot 8} \cdot 2 = \frac{P \cdot D}{3 \cdot \pi \cdot OA}$$

comme: $\frac{D/2}{OA} = \frac{(D - D_p)/2}{d_x} \Rightarrow$

$$F_x = \frac{P(D - D_p)}{3 \cdot \pi \cdot d_x}$$

On trouve de la même manière F_y parallèle au côté b' :

$$F_y = \frac{P(D - D_p)}{3 \cdot \pi \cdot d_y}$$

Nous aurons:

Les armatures du lit inférieur:

$$A_1 = \frac{P(D - D_p)}{3 \cdot \pi \cdot d_x \cdot \sigma_s} \approx A_{\text{avg}}$$

Les armatures du lit supérieur:

$$A_2 = \frac{P(D - D_p)}{3 \cdot \pi \cdot d_y \cdot \sigma_s} = A_1 \cdot \frac{d_x}{d_y} \approx A_{\text{avg}}$$

Les armatures seront munies de crochets et disposées comme indiqué sur les figures V.8 et V.9:

Si $D \leq 1 \text{ m}$, on admet que l'effort est uniformément réparti et on dispose les barres avec un écartement constant dans chaque direction. Toutefois, comme les barres situées aux extrémités sont souvent trop courtes pour être efficaces, on ne prend pas en compte dans la valeur trouvée pour A_1 (ou pour A_2) les deux barres d'extrémité que l'on considère comme des barres de répartition.

Si $1 \text{ m} < D \leq 3 \text{ m}$, on divise deux diamètres perpendiculaires en trois parties égales (Fig. V.8.) et on place:

dans la zone centrale: $0,50 \cdot A_1$ et $0,50 \cdot A_2$

dans chaque zone latérale: $0,25 \cdot A_1$ et $0,25 \cdot A_2$

Si $D > 3 \text{ m}$, on divise deux diamètres perpendiculaires en cinq parties égales (Fig. V.9.) et on place:

dans la zone centrale: $0,30 \cdot A_1$ et $0,30 \cdot A_2$

dans chaque zone intermédiaire: $0,25 \cdot A_1$ et $0,25 \cdot A_2$

dans chaque zone latérale: $0,10 \cdot A_1$ et $0,10 \cdot A_2$

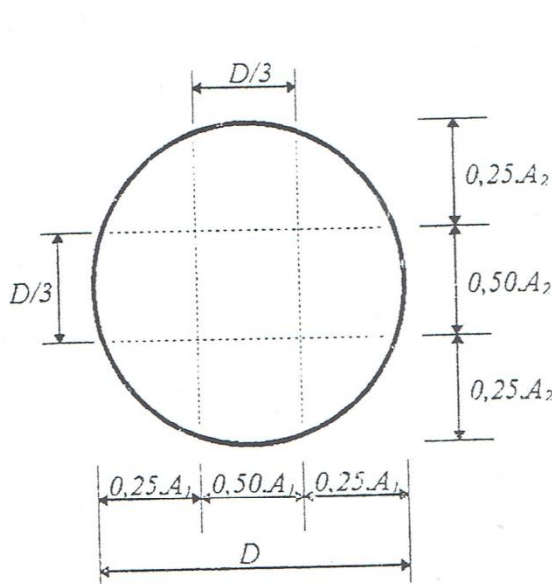


Fig. V.8

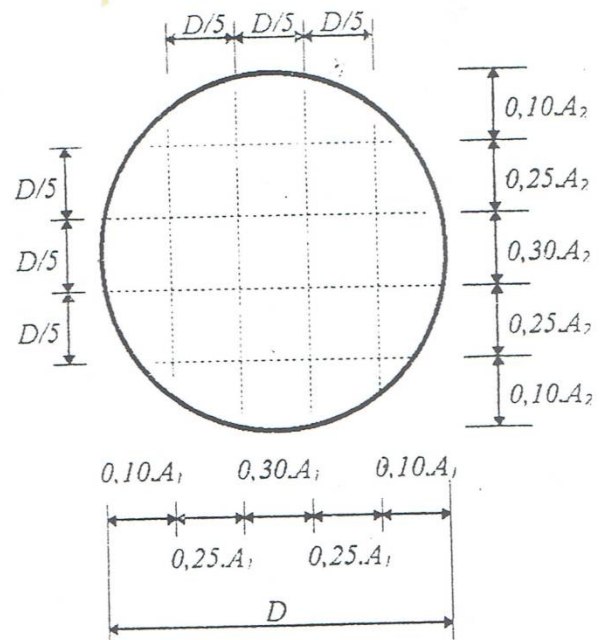


Fig. V.9

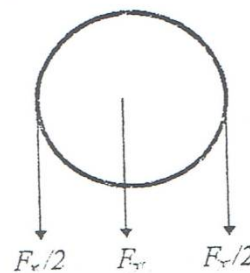
2.2.3.2. Semelle armée par des cerces.

Si nous faisons coïncider le plan xOy , Fig. V.7, avec le plan moyen des cerces, nous avons:

$$F_x = F_y = \frac{P(D - D_p)}{3 \cdot \pi \cdot d}$$

La section totale des cerces A devra donc pouvoir équilibrer un effort $F_x/2$.

$$A = \frac{P(D - D_p)}{6 \cdot \pi \cdot d_s \cdot \sigma_s}$$



2.3. Action excentrique.

2.3.1. Cas général d'une semelle reposant sur le sol.

L'élément supporté par la semelle lui transmet une charge centrée P et un moment de flexion M (moment rapporté au c.d.g. du béton seul de la section située à la base du mur ou du poteau), soit une charge excentrée P située à $e_0 = M/P$ de l'axe du mur ou du poteau. On suppose que la semelle étudiée est rectangulaire ($a'.b'$), le cas des semelles ayant une forme différente pourrait se traiter de la même manière. On peut avoir deux diagrammes des contraintes du sol.

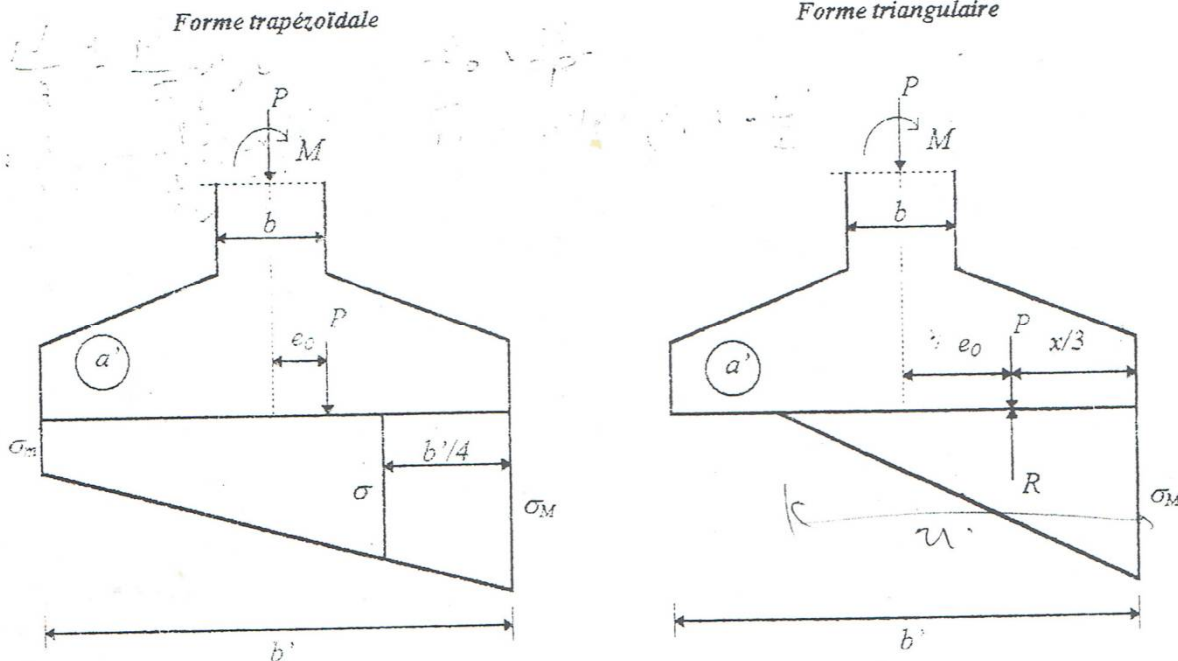


Fig. V.10

* Si $e_0 \leq b'/6$, P tombe à l'intérieur du noyau central de la semelle donc le diagramme des contraintes sera trapézoïdal.

En R.D.M; si on a une section rectangulaire ($a'.b'$) soumise à un effort normal P situé à e_0 de l'axe, on a:

$$\sigma_m = \frac{P}{a'.b'} \left(1 + \frac{6.e_0}{b'}\right) \quad \text{et} \quad \sigma_n = \frac{P}{a'.b'} \left(1 - \frac{6.e_0}{b'}\right)$$

σ est situé au $1/4$ de la largeur de la semelle à partir du point d'application de σ_m .

$$\sigma = \frac{3.\sigma_m + \sigma_n}{4} = \frac{P}{a'.b'} \left(1 + \frac{3.e_0}{b'}\right)$$

On admet que: $\sigma \leq \sigma_{sol}$ alors: $\frac{P}{a'.b'} \left(1 + \frac{3.e_0}{b'}\right) \leq \sigma_{sol}$

Si cette condition n'est pas vérifiée, on augmente les dimensions a' et b' de la semelle.

* Si $e_0 > b'/6$: la force P tombe à l'extérieur du noyau central de la semelle donc le diagramme des contraintes est triangulaire.

La méthode des consoles nous donne:

La résultante des contraintes du sol est égale à:

$$R = \frac{\sigma_m . a' . x}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} R \text{ passe par le c.d.g. du triangle} \\ \text{contraintes à } x/3 \text{ de l'extrémité} \end{array} \right.$$

Comme R s'oppose à P , on aura: $\frac{x}{3} = \frac{b'}{2} - e_0$

et,

$$R = P = \sigma_M \frac{3}{2} \left(\frac{b'}{2} - e_0 \right) \cdot a' \Rightarrow \sigma_M = \frac{2P}{3 \cdot \left(\frac{b'}{2} - e_0 \right) \cdot a'}$$

On admet que:

$$\sigma_M \leq 1,33 \cdot \sigma_{sol}$$

cas général.

$$\sigma_M \leq \sigma_{sol}$$

cas d'un vent dominant ou séisme.

Les formules précédentes permettent de déterminer les dimensions a' et b' de la semelle.

2.3.2. Calcul des armatures.

2.3.2.1. Méthode de Calcul.

Si les 2 conditions suivantes sont simultanément remplies:

$$e_0 \leq b/6 \text{ et } e_0 \leq b'/18$$

La condition $e_0 \leq b'/18$ assure la différence $\sigma_M - \sigma_m \leq \frac{2}{3} \sigma_{moyenne}$ avec $\sigma_{moyenne} = \frac{\sigma_M + \sigma_m}{2}$. On peut pour les semelles reposant sur le sol utiliser la méthode des bielles en remplaçant la charge réelle P par une charge fictive $P' = P(1 + 3 \cdot e_0 / b')$, pour autant que le diagramme du sol reste trapézoïdal, c'est à dire $e_0 \leq b/6$. Si l'une des deux conditions n'est pas remplie, les armatures parallèles au côté b' sont déterminées pour équilibrer un moment M_1 dans la section S_1 située à la distance $0,35 \cdot b$ de l'axe du mur ou du poteau. Les armatures ainsi déterminées sont uniformément réparties suivant le sens a' où le moment est supposé nul. Ces armatures sont ainsi calculées par la méthode des bielles en considérant la charge fictive P' .

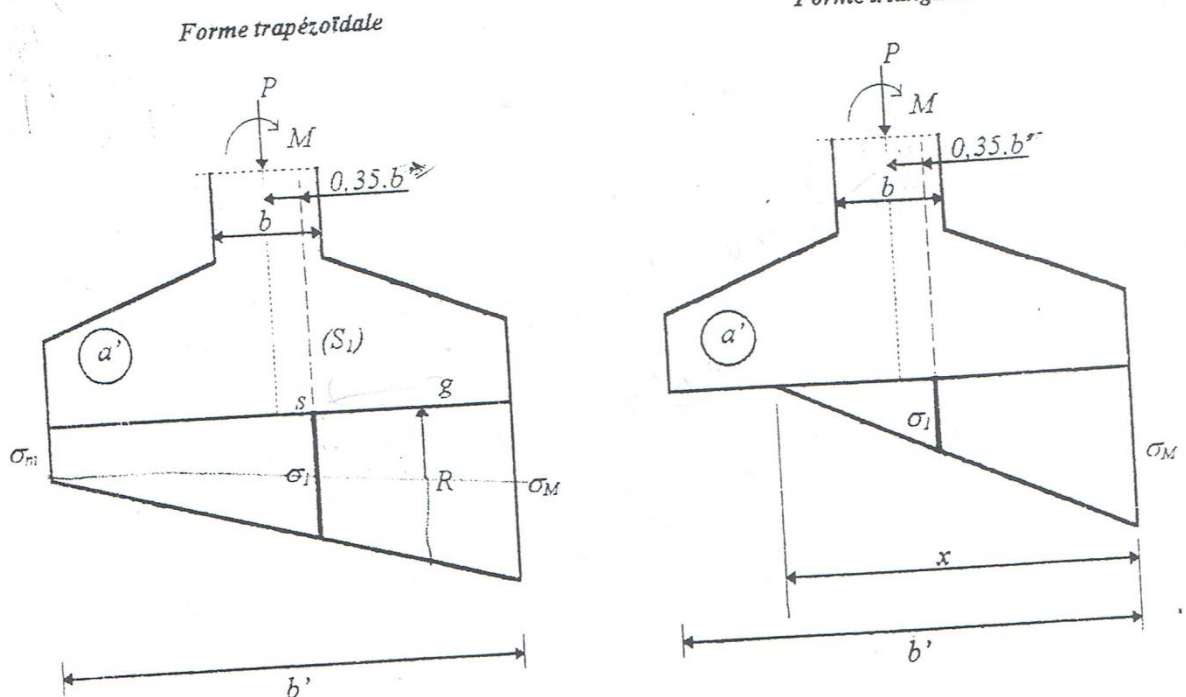


Fig. V.11

R : Résultante des forces agissant à droite de (S_1) , et passant par le centre de gravité g du trapèze.

$$M_1 = R \cdot sg$$

où:

$$R = \left(\frac{b'}{2} - 0,35.b\right) \cdot \left(\frac{\sigma_M + \sigma_1}{2}\right) \cdot a' \quad \text{et} \quad sg = \frac{1}{3} \left(\frac{b'}{2} - 0,35.b\right) \cdot \left(\frac{2.\sigma_M + \sigma_1}{\sigma_M + \sigma_1}\right)$$

donc:

$$M_1 = a' \cdot \left(\frac{b'}{2} - 0,35.b\right)^2 \cdot \left(\frac{2.\sigma_M + \sigma_1}{6}\right)$$

La valeur de σ_1 est:

pour le diagramme trapézoïdal:

$$\sigma_1 = \frac{P}{a' \cdot b'} \left(1 + \frac{4,2 \cdot e_0 \cdot b}{b'^2}\right)$$

pour le diagramme triangulaire:

$$\sigma_1 = \frac{b' + 0,35.b - 3 \cdot e_0}{3 \cdot \left(\frac{b'}{2} - e_0\right)} \sigma_M$$

avec:

$$\sigma_M = \frac{P}{a' \cdot b'} \left(1 + \frac{6 \cdot e_0}{b'}\right)$$



$$\sigma_M = \frac{2 \cdot P}{3 \cdot \left(\frac{b'}{2} - e_0\right) \cdot a'}$$



2.3.2.2. Semelle continue sous mur.

On fixe la largeur b' de la semelle, quitte à la rectifier s'il y a lieu et on vérifie que :

si $e_0 \leq b'/6$

diagramme trapézoïdal

$$b' \geq \frac{P \left(1 + \frac{3 \cdot e_0}{b'}\right)}{1000 \cdot \sigma_{sol}}$$

si $e_0 > b'/6$

diagramme triangulaire

$$\frac{2 \cdot P}{3 \cdot \left(\frac{b'}{2} - e_0\right) \cdot 1000} \leq 1,33 \cdot \sigma_{sol} \quad \text{cas général.}$$

$$\frac{2 \cdot P}{3 \cdot \left(\frac{b'}{2} - e_0\right) \cdot 1000} \leq \sigma_{sol} \quad \text{cas d'un vent dominant, séisme.}$$

2.3.2.2.1. Calcul des armatures.

Si $e_0 \leq b'/6$ et $e_0 \leq b'/18$ on a:

* pour les armatures perpendiculaires au mur par unité de longueur:

$$A = \frac{P \left(1 + \frac{3 \cdot e_0}{b'}\right) (b' - b)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s}$$

* pour les armatures parallèles au mur:

$$A_l = A \cdot b'/4 \quad (\text{c'est la section totale à répartir sur } b')$$

Si l'une des conditions n'est pas remplie, on calculera les armatures perpendiculaires au mur pour équilibrer un moment M_1 défini dans 2.3.2.1 et on prendra $a' = 1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$ dans les formules données.

2.3.2.3. Semelle rectangulaire sous poteau rectangulaire.

On fixe les dimensions a' et b' de la semelle, quitte à les rectifier s'il y a lieu et on vérifie que :

si $e_0 \leq b'/6$

diagramme trapézoïdal

$$a' \cdot b' \geq \frac{P(1 + \frac{3 \cdot e_0}{b'})}{\sigma_{sol}}$$

si $e_0 > b'/6$

diagramme triangulaire

$$2 \cdot a' \geq \frac{P}{(\frac{b'}{2} - e_0) \sigma_{sol}} \quad \text{cas général.}$$

$$1,5 \cdot a' \geq \frac{P}{(\frac{b'}{2} - e_0) \sigma_{sol}} \quad \text{cas d'un vent dominant, séisme.}$$

2.3.2.3.1. calcul des armatures.

Si $e_0 \leq b'/6$ et $e_0 \leq b'/18$, on a :

* pour les armatures parallèles au côté a' :

$$A_{a'} = \frac{P(1 + \frac{3 \cdot e_0}{b'})(a' - a)}{8 \cdot d_a \cdot \sigma_s}$$

* pour les armatures parallèles au côté b' :

$$A_{b'} = \frac{P(1 + \frac{3 \cdot e_0}{b'})(b' - b)}{8 \cdot d_b \cdot \sigma_s}$$

Si l'une des 2 conditions précédentes n'est pas remplie, les armatures $A_{b'}$ sont calculées pour équilibrer le moment M_x (défini dans 2.3.2.1) et comme le moment dans le sens a' n'existe pas, donc les armatures $A_{a'}$ parallèles au côté a' sont égales à :

$$A_{a'} = \frac{P(1 + \frac{3 \cdot e_0}{b'})(a' - a)}{8 \cdot d_a \cdot \sigma_s}$$

2.3.2.4. Semelle circulaire sous poteau circulaire.

On appliquera les mêmes principes que pour la semelle rectangulaire, principes qui conduisent aux résultats suivants :

Le diagramme des contraintes sera trapézoïdal si $e_0 = \frac{D}{8}$

$$\sigma_M = \frac{P}{S} \left(1 + \frac{8 \cdot e_0}{D}\right) \quad \sigma_m = \frac{P}{S} \left(1 - \frac{8 \cdot e_0}{D}\right)$$

avec : S : section du cercle de diamètre D

$$\sigma = \frac{3 \cdot \sigma_M + \sigma_m}{4} = \frac{P}{S} \left(1 + \frac{4 \cdot e_0}{D}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{si } e_0 \leq \frac{D}{32} \quad \sigma_M - \sigma_m &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_M + \sigma_m}{2} \\ \text{si } e_0 \leq \frac{D}{24} \quad \sigma_M - \sigma_m &= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_M + \sigma_m}{2} \end{aligned}$$

Par conséquent, si:

$e_0 \leq \frac{D_p}{8}$ et $e_0 \leq \frac{D}{32}$ (ou éventuellement $e_0 \leq \frac{D}{24}$), on pourra appliquer la méthode des bielles en remplaçant la charge réelle P par la charge fictive P' :

$$P' = P \left(1 + \frac{4 \cdot e_0}{D} \right)$$

2.4. Chaînage des semelles isolées.

Généralement, les semelles isolées de fondation sont reliées entre elles au moyen de poutres dans les deux sens appelées "Longrines". Ces dernières assurent une solidarité efficace des semelles entre elles et augmentent la rigidité de l'infrastructure. Les longrines sont calculées forfaitairement à un effort de traction égale à 1/15ème de l'effort normal maximal dans les poteaux.

La section des armatures est: $A = \frac{1}{15} \frac{P_{\max}}{\sigma_s}$

La section minimale exigée par le R.P.A.88 est 0,6% de la section de la longrine. $A_{\min} = 0,6\% b \cdot h$

2.5. Semelles excentrées - Poutre de redressement.

Une semelle est excentrée lorsque la résultante des efforts verticaux ne coïncide pas avec le centre de gravité de la semelle, (Fig. V.12.).

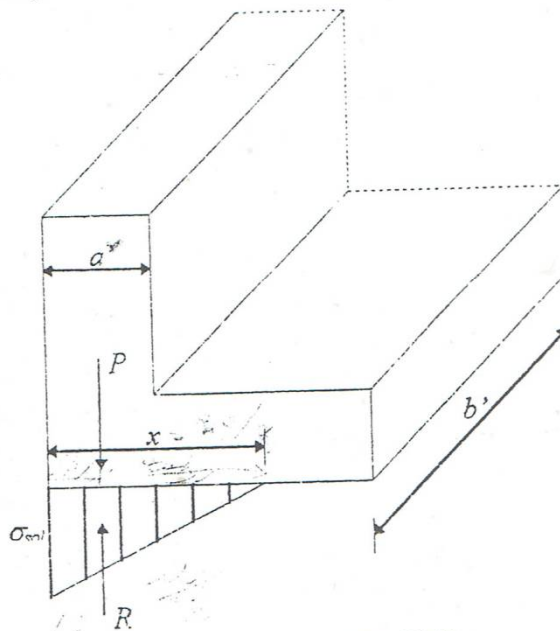


Fig. V.12

Cette excentricité provient de la nécessité de ne pas construire à l'extérieur de la propriété. La reprise de l'excentricité des charges peut être effectuée de différentes manières. On peut d'abord chercher à obtenir l'équilibre au niveau de la semelle, cette équilibre exige que la résultante des pressions sur le terrain R soit égale et directement opposée à l'effort vertical P agissant sur le poteau ou le mur, d'où l'allure de la courbe des pressions avec des contraintes plus élevées à gauche qu'à droite du côté de l'excentrement de la semelle; la

répartition des pressions est donc non uniforme. Si la semelle est assez rigide, on peut admettre une répartition linéaire (triangulaire) et la largeur de la semelle concernée par la compression est uniquement $x = \frac{3}{2}a$, toute la partie de la semelle au delà de x est inutile. Si la pression σ_{sol} est trop forte, la seule manière de la diminuer est d'augmenter la dimension b' dans l'autre sens. Le calcul se fait en utilisant la méthode des consoles dans les deux sens.

$$x = \frac{3}{2}a \quad \Rightarrow \quad R = \frac{1}{2}\sigma_{sol}\left(\frac{3}{2}a\right).b' = P \quad \Rightarrow \quad b' \geq \frac{4}{3}\frac{P}{\sigma_{sol}.a}$$

Souvent l'expression $b' \geq \frac{4}{3}\frac{P}{\sigma_{sol}.a}$ donne des largeurs de semelles très importantes et coûteuses en terme

d'acier, vu l'importance du porte à faux (console). Si en plus l'espacement des poteaux des semelles excentrées n'est pas grand, il en résulte un recouvrement de semelles et donc un dépassement de la contrainte du sol, d'où pour obtenir l'équilibrage, on opte généralement pour une poutre de redressement, c'est à dire que la charge du mur ou poteau est transmise à la semelle qui lui correspond par une poutre trouvant son autre appui dans un élément porteur adjacent, (Fig. V.12.).

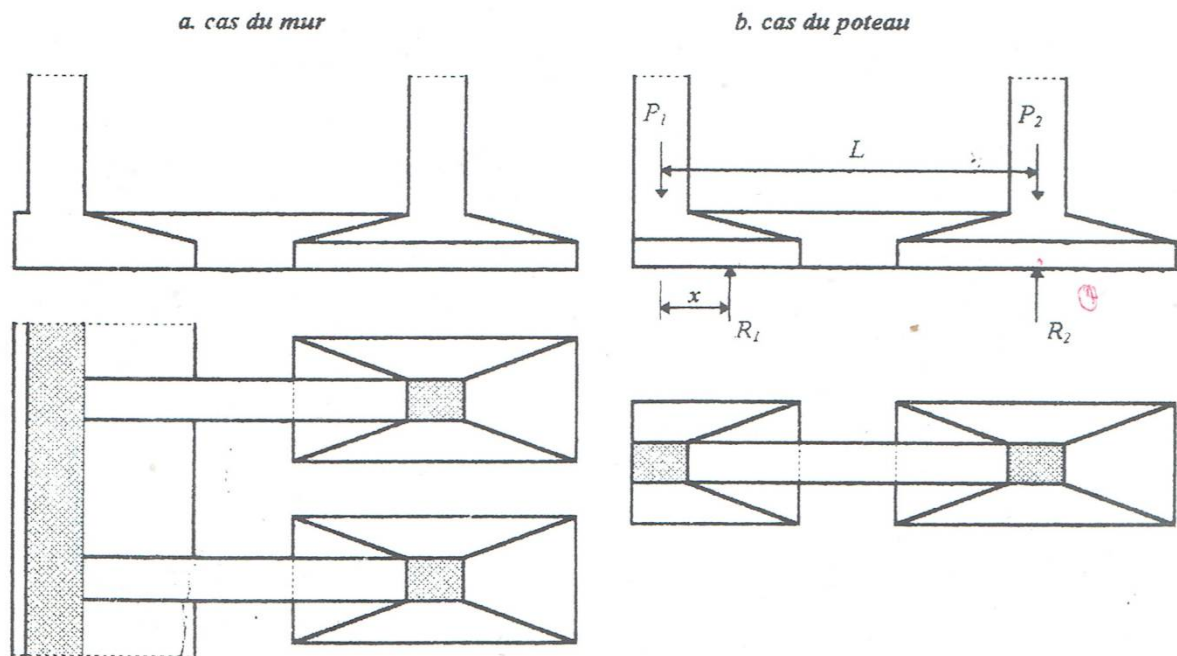


Fig. V.13

Pour le cas de poteaux:

On admet sous chaque semelle une réaction uniforme de sorte que l'on a:

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow R_1(L-x) - P_1.L = 0 \quad \Rightarrow \quad R_1 = P_1 \cdot \frac{L}{L-x} > P_1$$

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = P_1 + P_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_2 = P_2 - P_1 \cdot \frac{x}{L-x} < P_2$$

Le calcul de la semelle sous R_2 est classique, ce qui donne les aciers dans les deux sens. Le calcul de l'autre semelle sous R_1 est effectué dans le sens transversal par la méthode des bielles, en admettant que la poutre joue le rôle d'un appui continu. La poutre est alors à calculer sous le diagramme de charge provenant du poteau et de la semelle. Dans le cas de poutre de redressement pour la charge d'un mur, le calcul de la semelle sous R est souvent fait comme celui d'une dalle reposant sur trois côtés, constitués par le mur et par les poutres.

Une autre méthode donnant un résultat équivalent réside dans la confection d'une poutre de redressement à fort excentrement qui s'appuie sur la semelle de gauche par l'intermédiaire d'une articulation centrée permettant ainsi

un centrage effectif de la charge sur la semelle, (Fig. V.14.). Cette méthode est utilisée dans le cas de l'extension d'un bâtiment existant où ses semelles débordent sur la partie de la future construction. Dans les deux cas, il est nécessaire de prévoir une poutre rigide, peu déformable, en adoptant généralement une hauteur de l'ordre de 1/10ème de la portée.

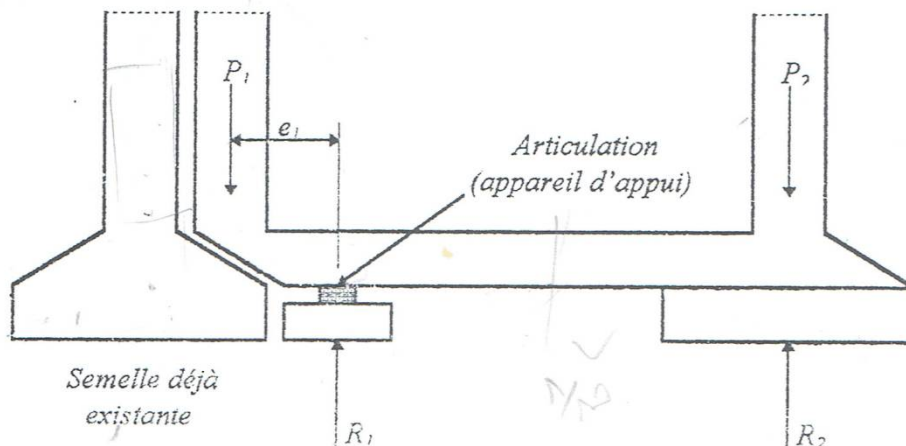


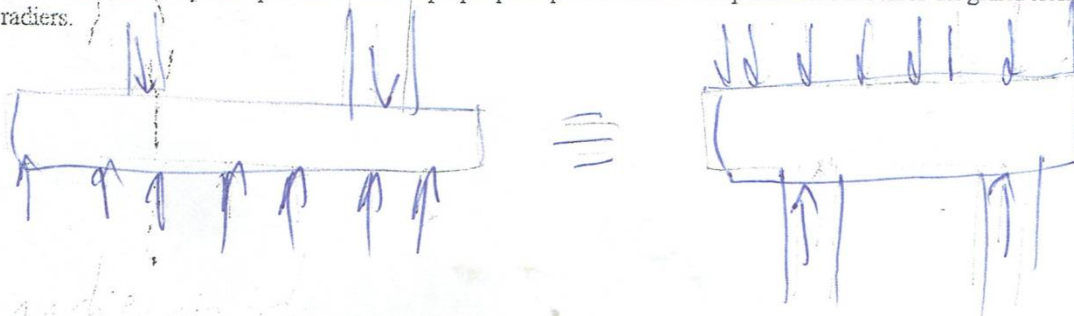
Fig. V.14

2.6. Radier.

Il arrive, lorsqu'on envisage des fondations superficielles, que les charges appliquées, l'arase du bon sol, ou la contrainte admise pour ce dernier font que la distance entre les tranchées de chaque semelle est trop faible pour qu'une bonne exécution puisse en être entreprise, ou du moins se trouve compromise par un comportement médiocre de terrain à la tenue des fouilles. On a alors souvent intérêt à transformer la fondation en une dalle coulée sur le terrain. Cette dalle, qui peut comporter ou non des nervures, est appelée radier et elle joue le rôle de dallage ou de plancher entre les semelles.

On arrive également à cette solution de radier lorsque la réaction capable du terrain appliquée à la surface hors oeuvre de la construction permet juste d'équilibrer les charges apportées par cette dernière. On envisage également des radiers lorsque, de façon occasionnelle ou permanente, le niveau de la nappe phréatique est plus haut que celui du sous sol le plus bas. La difficulté de l'étude d'un radier réside dans la détermination du diagramme (approché ou exact) des réactions du terrain, car cela dépend des coefficients d'élasticité relative de la structure, du radier et du sol. On pourrait envisager d'utiliser la théorie des plaques sur sol élastique

en supposant que l'on connaisse le coefficient k de l'équation de Lagrange $\Delta \Delta w = \frac{k w}{EI}$ mais il faudrait alors pouvoir écrire les conditions aux limites et à l'appui des points porteurs. Une telle façon de procéder est, en général, tellement laborieuse qu'on a presque toujours calculé les radiers en choisissant à priori un diagramme de réaction du sol et en veillant à ce que les éléments de réduction associés à ce diagramme redonnent bien, à l'appui de chaque point porteur, une réaction d'intensité égale et de sens opposé à la charge provenant de la superstructure. Ainsi, si nous supposons sous un radier, qui équilibre principalement des planchers, une réaction uniforme du terrain et si nous adoptons des moments de continuité, déduits des moments isostatiques par les mêmes rapports que ceux qui ont été utilisés pour les planchers, nous savons que l'équilibre sera réalisé au niveau de tous les points porteurs. Ceci explique pourquoi on calcule en planchers renversés un grand nombre de radiers.



Chapitre 3 : Les fondations profondes

3. Fondations profondes.

Ce type de fondation est à utiliser lorsque les fondations superficielles ne sont plus possibles, ceci peut généralement provenir du défaut de portance du terrain en surface ou de la qualité trop médiocre de celui-ci. Il existe deux types principaux de fondations profondes. D'une part les puits, où l'effet de portance est calculé uniquement par la résistance de pointe et d'autre part les pieux, où l'effet de portance résulte du cumul de la résistance de pointe et de la résistance latérale par frottement. Un puits de fondation s'apparente à un gros pilier armé ou non prenant appui sur le sol résistant à une profondeur > 2 m, recevant de fortes charges. On utilise les pieux lorsque le sol résistant est à grande profondeur (10 m et plus), et qui sont destinés à reporter les charges d'une construction sur ce sol. Ces pieux sont groupés par deux ou plus et réunis en tête par une semelle très épaisse afin de répartir la charge sur chacun des pieux.

3.1. Semelles sur pieux.

3.1.1. Action centrique.

3.1.1.1. Semelle reposant sur deux pieux.

On considère que les charges sont transmises aux pieux par l'intermédiaire de bielles de béton suivant le schéma représenté sur la figure V.15.a.

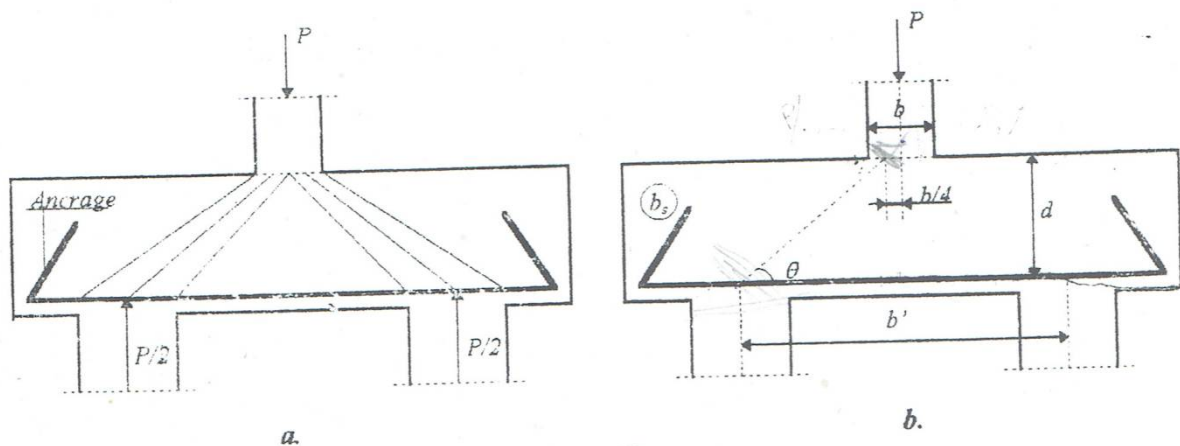


Fig. V.15

où :

P : la charge transmise aux pieux;

a et b : les dimensions du poteau, avec $a \leq b$;

b' : la distance entre les axes des pieux;

b_s : la largeur de la semelle,

d : la hauteur utile de la semelle.

L'inclinaison de l'axe des bielles a pour valeur, (Fig. V.15.a).

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{d}{\frac{b' - b}{2} - \frac{b}{4}}}{\frac{b' - b}{2}} = \frac{2 \cdot d}{b' - \frac{b}{2}}$$

Pour que le fonctionnement de la bielle soit correct on doit avoir :

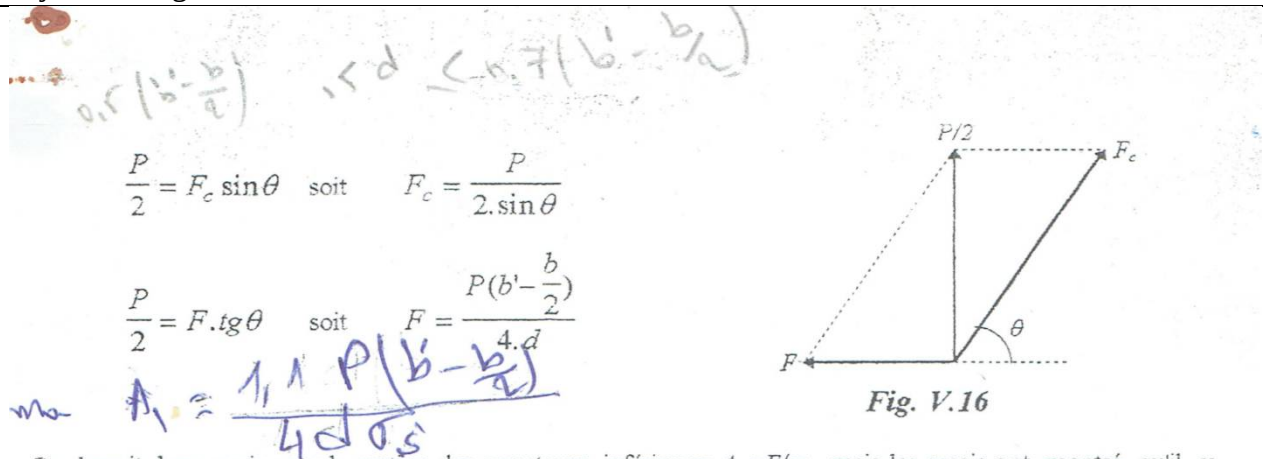
$$45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$$

c'est à dire : $\operatorname{tg} 45^\circ \leq \operatorname{tg} \theta \leq \operatorname{tg} 55^\circ$

Comme $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ et $\operatorname{tg} 55^\circ \approx 1,4$; il en résulte :

$$0,5 \cdot \left(b' - \frac{b}{2}\right) \leq d \leq 0,7 \cdot \left(b' - \frac{b}{2}\right)$$

L'effort $P/2$ dans un pieu se décompose en une force de compression F_c dans la bielle de béton et une force de traction F qui doit être équilibré par les armatures, (Fig. V.16).



On devrait donc avoir pour la section des armatures inférieures $A_s = F/\sigma_s$, mais les essais ont montré qu'il y avait lieu de majorer ce résultat de 10%.

Dans ces conditions on aura:

Ces armatures doivent être ancrées totalement à partir du nu extérieur des pieux, (Fig.V.15.a).

En dehors des armatures précédentes, il est nécessaire de prévoir, pour équilibrer des efforts de torsion éventuels: des armatures supérieures A_s , telles que l'on ait:

$$A_s = \frac{A_s^*}{10} \quad (\text{environ})$$

des cadres verticaux et des cadres horizontaux, de faible diamètre, et espacés de 15 à 20 cm. A titre indicatif,

on pourra pour les barres à haute adhérence. $\frac{A_v}{b_s \cdot s_v} = \frac{A_h}{b_s \cdot s_h} \geq \frac{2}{1000}$;

des épingles reliant les armatures des deux faces.

D'où le ferrailage ci-dessous, (Fig.V.17).

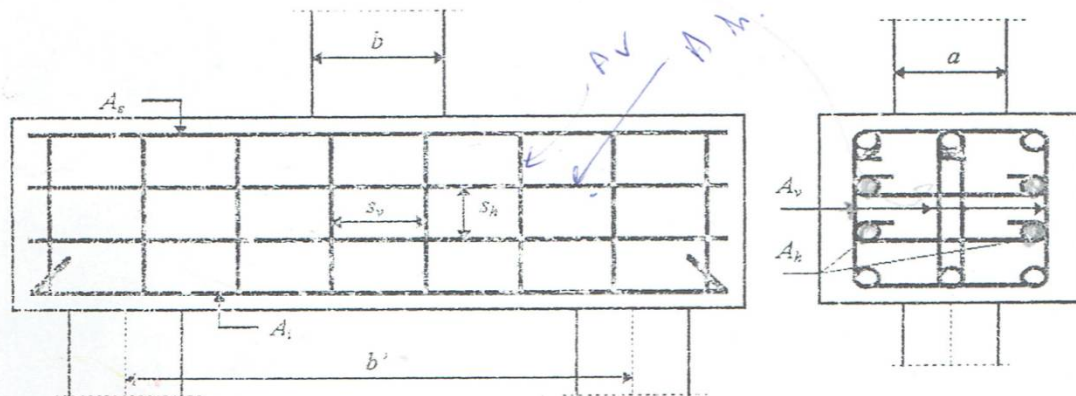


Fig. V.17

En outre, il est nécessaire de respecter les conditions suivantes afin que les efforts de compression dans les bielles et les efforts de cisaillement dans la semelle demeurent dans des limites convenables.

A la partie supérieure, la section droite d'une bielle a pour valeur :

$$S_s = \frac{a \cdot b}{2} \sin \theta, \quad \text{donc l'effort de compression dans la bielle est:} \quad \sigma_b^s = \frac{F_c}{S_s} = \frac{\frac{P}{2 \sin \theta}}{\frac{a \cdot b}{2} \sin \theta} = \frac{P}{a \cdot b \cdot \sin^2 \theta}$$

A la partie inférieure, la section droite d'une bielle a pour valeur :

$$S_i = S_0 \cdot \sin \theta \quad (S_0 \text{ est la section d'un pieu}), \quad \text{d'où:} \quad \sigma_b^i = \frac{F_c}{S_i} = \frac{\frac{P}{2 \sin \theta}}{S_0 \sin \theta} = \frac{P}{2 \cdot S_0 \sin^2 \theta}$$

Dans les formules précédentes, l'angle θ est défini par: $\tan \theta = \frac{2.d}{b - \frac{b}{2}}$

On admet que l'on doit avoir, pour l'état-limite ultime,

$$\sigma_b^t \text{ et } \sigma_b^c \leq 1,35 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Donc, si P_u est la charge transmise aux pieux dans le cas de l'état-limite ultime, on devra avoir:

$$\frac{P_u}{a.b.\sin^2 \theta} \leq 1,35 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b} \quad \text{et} \quad \frac{P_u}{2.S_0 \sin^2 \theta} \leq 1,35 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

En ce qui concerne la contrainte de cisaillement, on admet que l'on doit avoir pour l'état-limite ultime,

$$\tau \leq 0,15 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Donc, si P_u est la charge transmise aux pieux dans le cas de l'état-limite ultime, on doit avoir:

$$\tau = \frac{V_u}{d.b_s} = \frac{P_u}{2.d.b_s} \leq 0,15 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b} \quad \text{soit} \quad P_u \leq 0,3.d.b_s \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

3.1.1.2. Semelle reposant sur quatre pieux.

Pour simplifier l'exposé, on suppose que le poteau et la semelle sont carrés. La méthode donnée ci-après pourrait être généralisée au cas d'un poteau rectangulaire reposant sur une semelle rectangulaire, Voir 3.1.1.1.

Appelons:

P : la charge transmise aux pieux,

a : le côté du poteau,

a' : la distance entre axes des pieux, distance mesurée parallèlement au bord de la semelle,

d : la hauteur utile de la semelle.

On considère que les charges sont transmises aux pieux par des bielles de béton, dont la partie inférieure est constituée par la section d'un pieu et la partie supérieure par un carré de section égale au quart de la section du poteau. Les axes de ces bielles sont représentés sur la figure V.18.

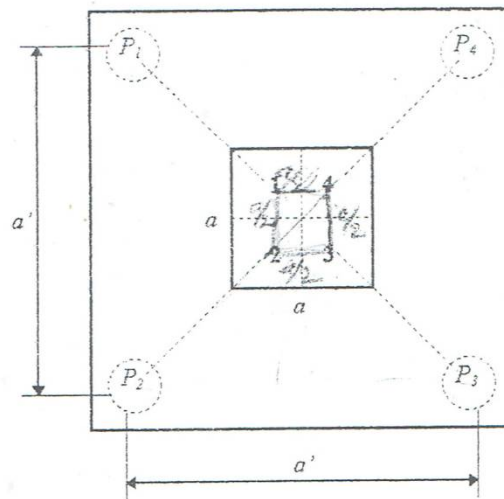


Fig. V.18

Faisons une coupe suivant le plan diagonal P_2P_4 (Fig. V.19), Nous avons:

$$P_2P_4 = a'\sqrt{2} \quad \text{et} \quad 2 - 4 = \frac{\text{diagonale du carré}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

L'inclinaison de l'axe des bielles a pour valeur:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{d}{\frac{a'\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4}} = \frac{d\sqrt{2}}{a' - \frac{a}{2}}$$

Pour que le fonctionnement de la bielle soit correct on doit avoir:

$$45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$$

c'est à dire: $\operatorname{tg} 45^\circ \leq \operatorname{tg} \theta \leq \operatorname{tg} 55^\circ$

Comme $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ et $\operatorname{tg} 55^\circ \approx 1,4$; il en résulte:

$$0,7 \cdot \left(a' - \frac{a}{2}\right) \leq d \leq \left(a' - \frac{a}{2}\right)$$

L'effort $P/4$ dans un pieu se décompose en une force de compression F_c dans la bielle de béton et une force de traction F qui doit être équilibrée par les armatures et dirigée suivant la diagonale P_2P_4 , (Fig. V.19).

$$\frac{P}{4} = F_c \sin \theta \quad \text{soit} \quad F_c = \frac{P}{4 \cdot \sin \theta}$$

$$\frac{P}{4} = F \cdot \operatorname{tg} \theta \quad \text{soit} \quad F = \frac{P \left(a' - \frac{a}{2}\right) \sqrt{2}}{8 \cdot d}$$

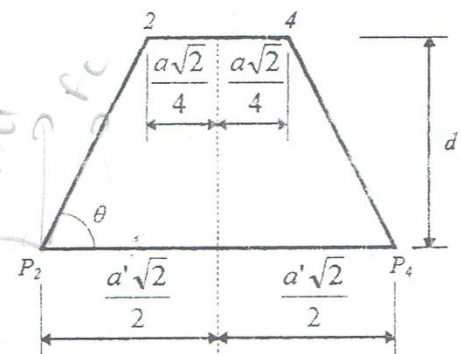


Fig. V.19

La force F peut à son tour être décomposée suivant les côtés P_2P_1 et P_2P_3 du carré $P_1P_2P_3P_4$. On a:

$$F_1 = F_2 = \frac{P}{8 \cdot d} \left(a' - \frac{a}{2}\right) \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{P}{8 \cdot d} \left(a' - \frac{a}{2}\right)$$

Parmi les différentes solutions possibles pour le ferrailage, on peut envisager celle représentée sur la figure V.20., et consistant à équilibrer une partie α des efforts à l'aide de cerces de section totale A_c , l'autre partie soit $1-\alpha$, étant équilibrée par des barres de section A_d disposées suivant chaque diagonale et convenablement ancrées à leurs extrémités.

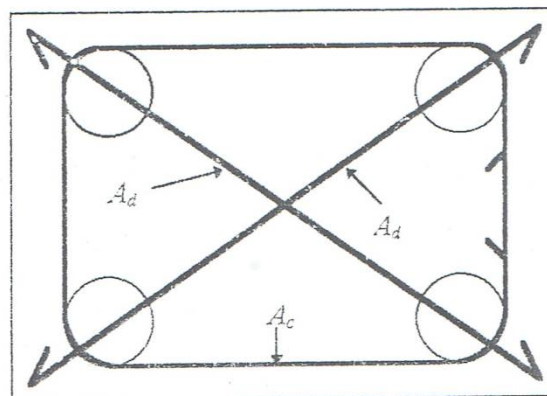


Fig. V.20

On a :

$$A_c = \frac{\alpha \cdot P \left(a' - \frac{a}{2}\right)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s} \quad \therefore A_d = (1 - \alpha) \cdot \frac{P}{8 \cdot d \cdot \sigma_s} \left(a' - \frac{a}{2}\right) \sqrt{2} = \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \sqrt{2} \cdot A_c$$

On prend généralement $0,4 \leq \alpha \leq 0,6$.

Si l'on prend $\alpha = 0,5$, les formules précédentes deviennent :

$$A_c = \frac{P \left(a' - \frac{a}{2}\right)}{16 \cdot d \cdot \sigma_s} \quad A_d = \sqrt{2} \cdot A_c$$

Il est nécessaire de respecter les conditions suivantes afin que les efforts de compression dans les bielles demeurent dans des limites convenables.

A la partie supérieure, la section droite d'une bielle a pour valeur :

$$S_s = \frac{a^2}{4} \sin \theta, \text{ donc l'effort de compression dans la bielle est: } \sigma_b^s = \frac{F_c}{S_s} = \frac{\frac{P}{4 \sin \theta}}{\frac{a^2}{4} \sin \theta} = \frac{P}{a^2 \sin^2 \theta}$$

A la partie inférieure, la section droite d'une bielle a pour valeur :

$$S_i = S_0 \cdot \sin \theta \quad (S_0 \text{ est la section d'un pieu}), \text{ d'où: } \sigma_b^i = \frac{F_c}{S_i} = \frac{\frac{P}{4 \sin \theta}}{S_0 \sin \theta} = \frac{P}{4 \cdot S_0 \sin^2 \theta}$$

Dans les formules précédentes, l'angle θ est défini par: $\tan \theta = \frac{d \sqrt{2}}{a' - \frac{a}{2}}$

On admet que l'on doit avoir, pour l'état-limite ultime, σ_b^i et $\sigma_b^s \leq 2,25 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$

Donc, si P_u est la charge transmise aux pieux dans le cas de l'état-limite ultime, on devra avoir:

$$\frac{P_u}{a^2 \sin^2 \theta} \leq 2,25 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b} \quad \text{et} \quad \frac{P_u}{4 \cdot S_0 \sin^2 \theta} \leq 2,25 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

3.1.2. Action excentrique.

3.1.2.1. Semelle reposant sur deux pieux.

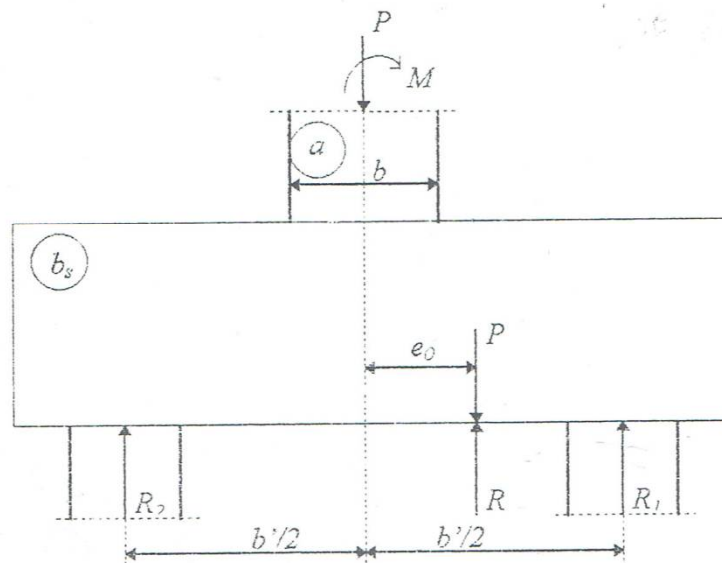


Fig. V.21

L'équilibre de la construction nous donne, (Fig.V.21.),

$$R_1 + R_2 = P$$

$$R_2 \left(\frac{b'}{2} + e_0 \right) - R_1 \left(\frac{b'}{2} - e_0 \right) = 0$$

Comme $M = P.e_0$, on aura, des deux expressions précédentes:

$$R_1 = \left(\frac{P}{2} + \frac{M}{b'} \right) \quad \text{et} \quad R_2 = \left(\frac{P}{2} - \frac{M}{b'} \right)$$

(Sauf cas exceptionnel, on devra avoir $R_2 > 0$). La hauteur utile d de la semelle sera déterminée, comme en 3.1.1.1, de manière que:

$$0,5 \cdot \left(b' - \frac{b}{2} \right) \leq d \leq 0,7 \cdot \left(b' - \frac{b}{2} \right)$$

Si la base du poteau est entièrement comprimée, c'est à dire si $e_0 \leq \frac{b}{6}$, les armatures A_1 seront déterminées par la formule donnée en 3.1.1.1 en y remplaçant $P/2$ par R_1 , on aura donc:

$$A_1 = \frac{1,10 \cdot R_1 \cdot \left(b' - \frac{b}{2} \right)}{2 \cdot d \cdot \sigma_s}$$

Si $e_0 > \frac{b}{6}$, les armatures seront déterminées pour équilibrer le moment M_1 existant dans la section (S_1) située à $0,35 \cdot b$ de l'axe du poteau:

$$M_1 = R_1 \left(\frac{b'}{2} - 0,35 \cdot b \right)$$

Dans chacun des cas envisagés, les armatures A_1 seront complétées par des armatures A_2 et des cadres comme pour la charge centrique. Les conditions données en 3.1.1.1, pour la limite de P devront également être vérifiées après y avoir remplacé P par $2R_1$.

3.1.2.2. Semelle reposant sur quatre pieux.

Les notations sont indiquées sur la figure V.22. Par le même raisonnement qu'en 3.1.1.2, on obtient pour l'inclinaison des bielles:

$$\tan \theta = \frac{2 \cdot d}{\sqrt{a'^2 + b'^2} - \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}}$$

on doit avoir: $1 \leq \tan \theta \leq 1,4$

L'équilibre de la construction nous donne, (Fig.V.22.),

$$2 \cdot R_1 + 2 \cdot R_2 = P$$

$$2 \cdot R_2 \left(\frac{b'}{2} + e_0 \right) - 2 \cdot R_1 \left(\frac{b'}{2} - e_0 \right) = 0$$

Comme $M = P.e_0$, on aura, des deux expressions précédentes:

$$R_1 = \left(\frac{P}{4} + \frac{M}{2 \cdot b'} \right) \quad \text{et} \quad R_2 = \left(\frac{P}{4} - \frac{M}{2 \cdot b'} \right)$$

sauf cas exceptionnel on devra avoir $R_2 > 0$.

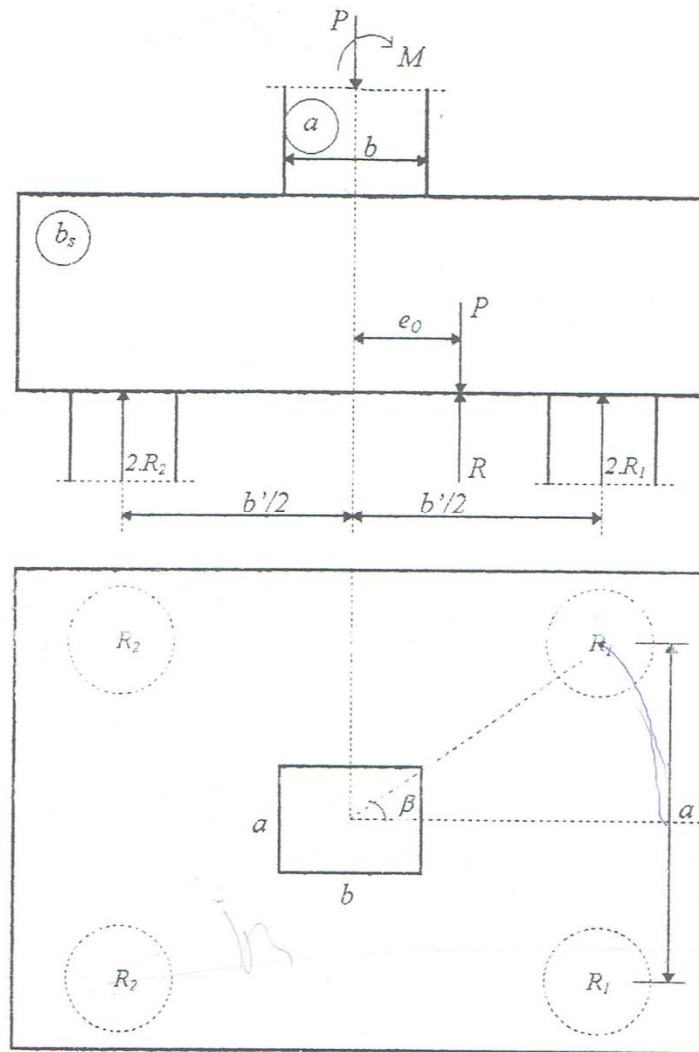


Fig. V.22

On peut, pour simplifier le problème et par mesure de sécurité, considérer que toutes les réactions sont égales à R_1 qui peut être décomposée en une force de compression F_c dans la bielle de béton et une force de traction F dirigée suivant la diagonale $R_1 R_2$.

$$F_c = \frac{R_1}{\sin \theta} \quad F = \frac{R_1}{\tan \theta}$$

F peut à son tour être décomposée suivant les côtés du rectangle $R_1 R_2 R_3 R_4$,

$$F_{a'} = \frac{F \cdot a'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} \quad F_{b'} = \frac{F \cdot b'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} = \frac{R_1 \cdot b'}{\tan \theta \sqrt{a'^2 + b'^2}}$$

Comme $b' > a'$, $F_{a'} < F_{b'}$.

Si $e_0 \leq \frac{b}{6}$ on peut, parmi d'autres solutions possibles pour le ferrailage, retenir la suivante qui consiste à équilibrer une partie α des efforts à l'aide de cerces de section totale A_c , l'autre partie soit $1-\alpha$, étant équilibrée par des barres de section A_s disposées suivant chaque diagonale et convenablement ancrées à leurs extrémités. On prend généralement $0,4 \leq \alpha \leq 0,6$.

On a:

$$A_c = \frac{\alpha \cdot R_1 \cdot b'}{\sigma_s \cdot \tan \theta \cdot \sqrt{\alpha'^2 + b'^2}} \quad A_d = \frac{(1 - \alpha) \cdot R_1}{\sigma_s \cdot \tan \theta}$$

et on obtient le ferrailage représenté sur la figure V.20.

Si $e_0 > \frac{b}{6}$, on calculera la section A des armatures nécessaires pour équilibrer le moment M_1 :

$$M_1 = 2 \cdot R_1 \left(\frac{b'}{2} - 0,35 \cdot b \right)$$

La section A pourra être décomposée en:

- des cerces de section $A_c = \frac{\alpha \cdot A}{2}$
- des armatures de section A_d , placées suivant les diagonales et telles que: $A_d = \frac{(1 - \alpha) \cdot A}{2 \cdot \cos \beta}$

Dans les deux cas, on vérifiera la compression dans les bielles par analogie avec ce qui a été indiqué en 3.1.1.2.