I) Introduction

Un système qui possède un régime transitoire passera d'une situation stabilisée à une autre au bout d'un certain temps, et avec ou non des fluctuations de la grandeur de sortie.

I.1) Gain statique:

On définit le **gain statique** par le rapport de la variation de la sortie sur la variation de l'entrée en régime stabilisé

$$\boxed{K=\left(\frac{\Delta s}{\Delta e}\right)_{t\to\infty}}$$

I.2) Le temps de réponse à 5% :

C'est le temps au bout duquel la grandeur de sortie est comprise entre 95% et 105% de sa valeur finale

I.1) Les façons d'aborder un régime transitoire:

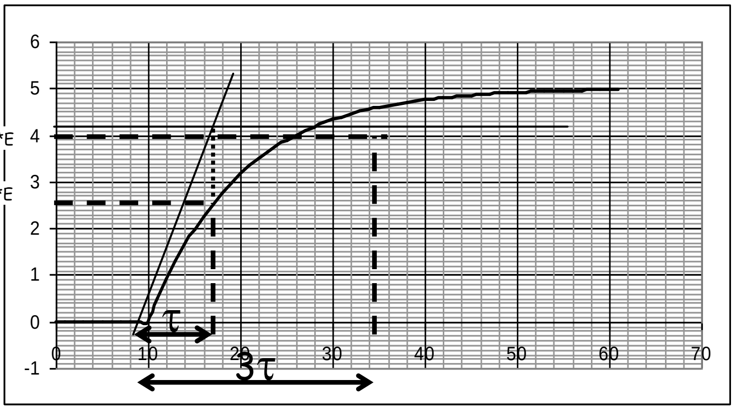
- Si l'analyse de l'équation différentielle est facile l'analyse classique sera abordable.
- Dans les cas contraires l'analyse par l'intermédiaire de la transformation de la Laplace du système sera préférable. En effet comme la transition d'un système est une fonction causale faisant intervenir les grandeurs d'entrée et sortie et leurs dérivées.

  On écrira $\frac{df(t)}{dt}\to pF(p)$ et $\int f(t)dt\to\frac{1}{p}F(p)$ si $f(0)=0$ et $f'(0)=0$

  Ainsi l'équation différentielle sera transformée en équation polynomiale

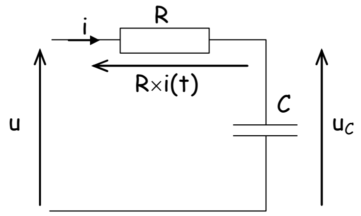
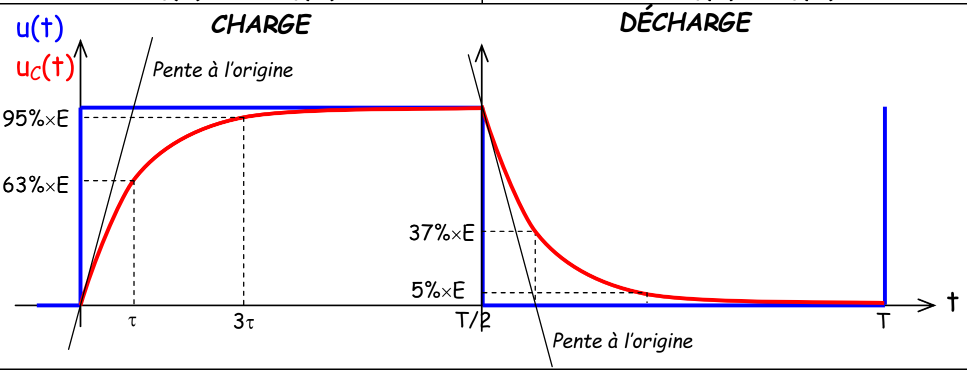
II) Régimes transitoires du premier ordre

II.1) Equation différentielles du premier ordre à coefficients constants :

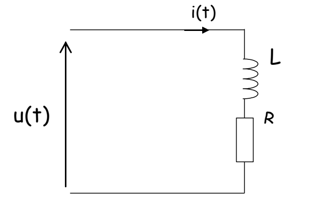
Equation différentielle	Solution générale	Solution particulière	SG+SP
$a\frac{dy(t)}{dt}+by(t)=f(t)$ Ou $\underbrace{\tau}_{a/b}\frac{ds}{dt}+s=\underbrace{k}_{1/b}\times e(t)$	$s(t)=Ke^{-\frac{b}{a}\cdot t}$ avec $\frac{a}{b}=\tau$	De la forme de e(t)	$\boxed{s(t)=Ke^{-\frac{t}{\tau}}+s_0(t)}$
Fonction de transfert isomorphe			
$a\times pS(p)+b\times S(p)=E(p)$ si $s(0^+)$ nulle. $\boxed{H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{\frac{1}{b}}{1+\underbrace{\frac{a}{b}}_{\tau}p}}$ Méthode de résolution vue en mathématique et lors d'exemples			
Le temps de réponse d'un système du premier ordre est 3xτ			

II.2) Exemple 1 : Charge et décharge d'un condensateur par une tension en créneau E:

Equation différentielle	Charge	Décharge
$u(t)=\underbrace{RC}_{\tau}\frac{du_c}{dt}+u_c$ soit	$\tau\frac{du_c}{dt}+u_c=E$ SG+SP = $u_c=K_1e^{-t/\tau}+K_2$	$\tau\frac{du_c}{dt}+u_c=0$ $u_c=Ee^{-t/\tau}$

$\tau\dfrac{du_c}{dt}+u_c=u(t)$	$u_c=-Ee^{-t/\tau}+E=E(1-e^{-t/\tau})$	
	CI : $u_c(0)=0$ et $u_c(\infty)=E$	CI : $u_c(0)=E$ $u_c(\infty)=0$
		

II.3) Exemple 2 : Etude théorique de l'établissement et de l'extinction du courant dans une bobine

Equation différentielle	Etablissement du courant	Extinction	Schéma
$i(t)+\underbrace{\frac{L}{R}}_{\tau}\cdot\frac{di}{dt}=\frac{u(t)}{R}$	$i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$	$i(t)=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$	

II.4) Exemple 3 : MCC soumise à un échelon de tension:

$$\boxed{J\frac{d\Omega}{dt}=T_{moteur}-T_{résist}}\Rightarrow J\frac{d\Omega}{dt}+f\Omega=K\frac{U-K\Omega}{r}-T_{sec}\Rightarrow J\frac{d\Omega}{dt}+\left(f+\frac{K^2}{r}\right)\Omega=K\frac{U}{r}-T_{sec}$$

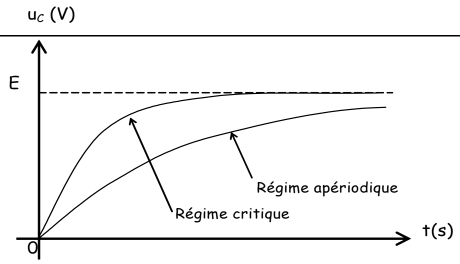
$$\boxed{\underbrace{\frac{J}{\left(f+\frac{K^2}{r}\right)}}_{\tau}\frac{d\Omega}{dt}+\Omega=\underbrace{\frac{K\frac{U}{r}-T_{sec}}{\left(f+\frac{K^2}{r}\right)}}_{\Omega_{final}}}$$

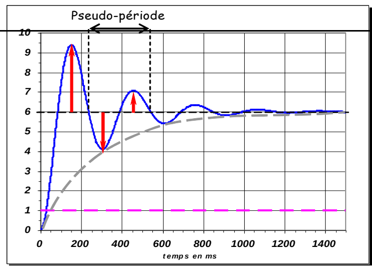
III) Régimes transitoires du second ordre

III.1) Equation différentielles du second ordre à coefficients constants :

III.1.1) Définitions

Equation différentielle	Solution générale (suivant le signe de Δ de l'équation caractéristique)		Solution particulière
Elle est mise préférentiellement sous cette forme : $\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2s(t)}{dt^2}+\frac{2m}{\omega_0}\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=ke(t)$	Δ>0	$Y(t)=C_1e^{r_1t}+C_2e^{r_2t}$ apériodique	De la forme de e(t)
	Δ=0	$Y(t)=(C_1+C_2t)e^{-rt}$	
	Δ<0	$Y(t)=e^{\alpha t}(C_1\cos\beta t+C_2\sin\beta t)$ pseudo oscillant	
Fonction de transfert isomorphe			



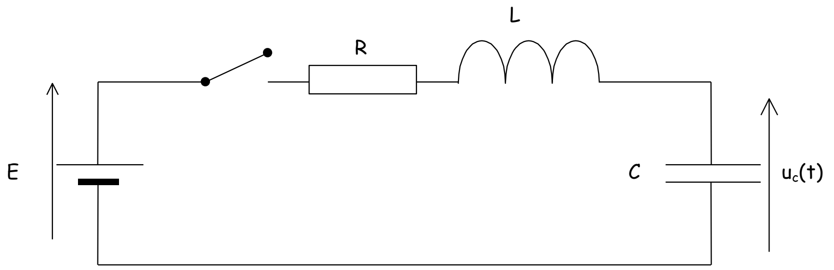


$H(p)=k\dfrac{1}{1+\dfrac{2mp}{\omega_0}+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$	

- On peut noter que $t_{r5\%min}$ est minimale si le coefficient d'amortissement m=0.7.

III.2) Exemple 1 :Etude théorique de la réponse indicielle d'un circuit RLC série

III.2.1) Schéma du montage :



III.2.2) Etablissement de l'équation différentielle du 2nd ordre :

L'équation de la maille s'écrit : $E - Ri(t) - L\dfrac{di}{dt} - u_C(t) = 0$ (1)

Pour le condensateur on peut écrire : $i(t) = C\dfrac{du_C}{dt}$ (2)

En reportant (2) dans (1), on obtient : $\boxed{LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C(t) = E}$ Equation différentielle du second degré

On pose $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ (**pulsation propre** du circuit) et $\boxed{m = \dfrac{R}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{C}{L}}}$ (**coef d'amortissement**)

L'équation s'écrit alors : $\boxed{\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + 2m\omega_0\dfrac{du_C}{dt} + \omega_0{}^2u_C = \omega_0{}^2E}$

III.2.3) Résolution de l'équation différentielle:

On résout *l'équation caractéristique* : $r^2 + 2m\omega_0 r + \omega_0{}^2 = 0$

Le discriminant réduit est : $\Delta' = m^2\omega_0{}^2 - \omega_0{}^2 = \omega_0{}^2(m^2-1)$

L'étude du signe de Δ' amène à distinguer trois cas : $\Delta' = 0$, $\Delta' > 0$, $\Delta' < 0$

Les **conditions initiales** permettant de déterminer les constantes sont :

$u_C(0)=0$ et $i_C(0)=0 \Rightarrow C\dfrac{du_C}{dt}\Big|_{t=0} = 0$

- $\Delta' > 0 \Rightarrow m > 1 \Rightarrow R > R_C$ L'équation caractéristique compte deux racines réelles. On peut considérer ce système comme l'association de deux circuits du premier ordre. Le régime est fortement amorti. La réponse est dite apériodique (voir figure ci-après). La réponse est exponentielle et le dépassement est nul

$$\boxed{u(t) = E + A_1e^{r_1t} + A_2e^{r_2t}}$$

avec $r_1 = -m\omega_0 + \omega_0\sqrt{m^2-1}$ $r_2 = -m\omega_0 - \omega_0\sqrt{m^2-1}$

$A_1 = -E\dfrac{m+\sqrt{m^2-1}}{2\sqrt{m^2-1}}$ $A_2 = +E\dfrac{m-\sqrt{m^2-1}}{2\sqrt{m^2-1}}$

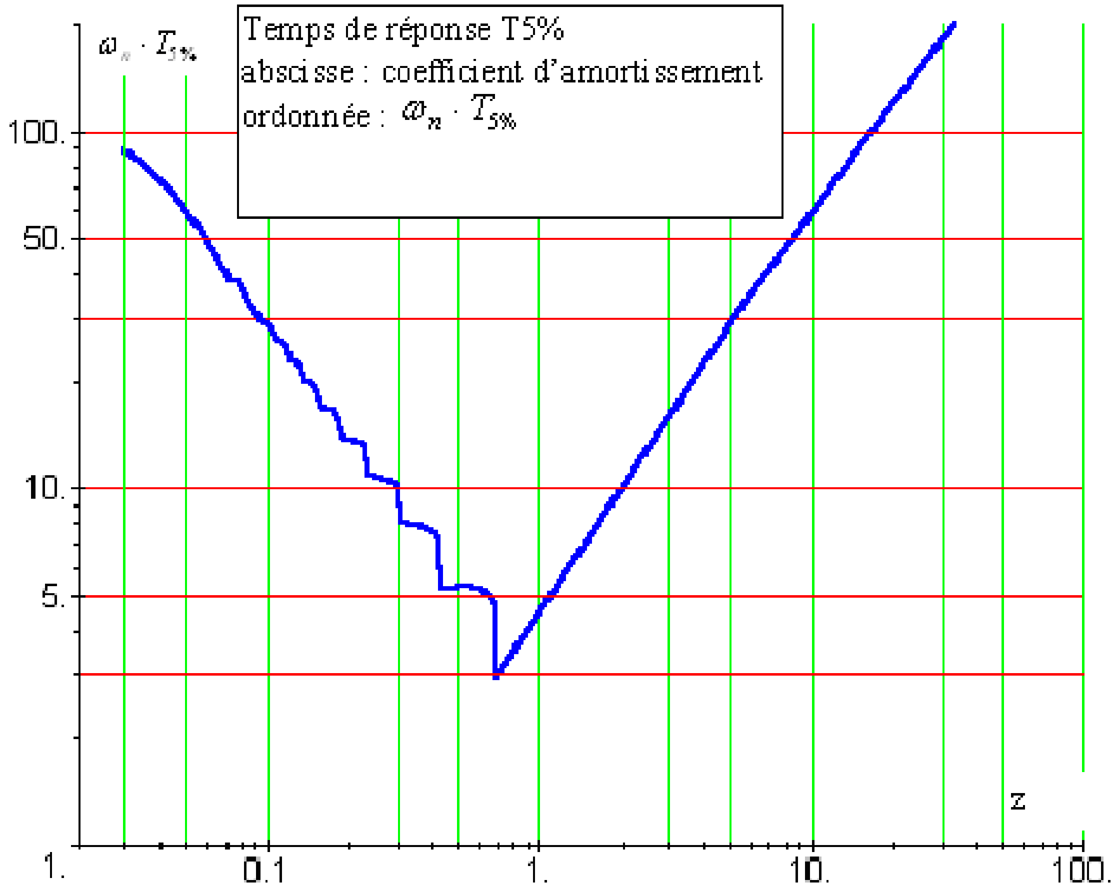
- $\Delta' < 0 \Rightarrow m < 1 \Rightarrow R < R_C$ L'équation caractéristique possède deux racines complexes conjuguées. On a affaire cette fois à un régime oscillatoire (ou sinusoïdal) amorti, la réponse est dite « pseudo-périodique » ; on note ω_p la pulsation des oscillations. L'allure de la réponse indicielle est donnée ci-dessous.

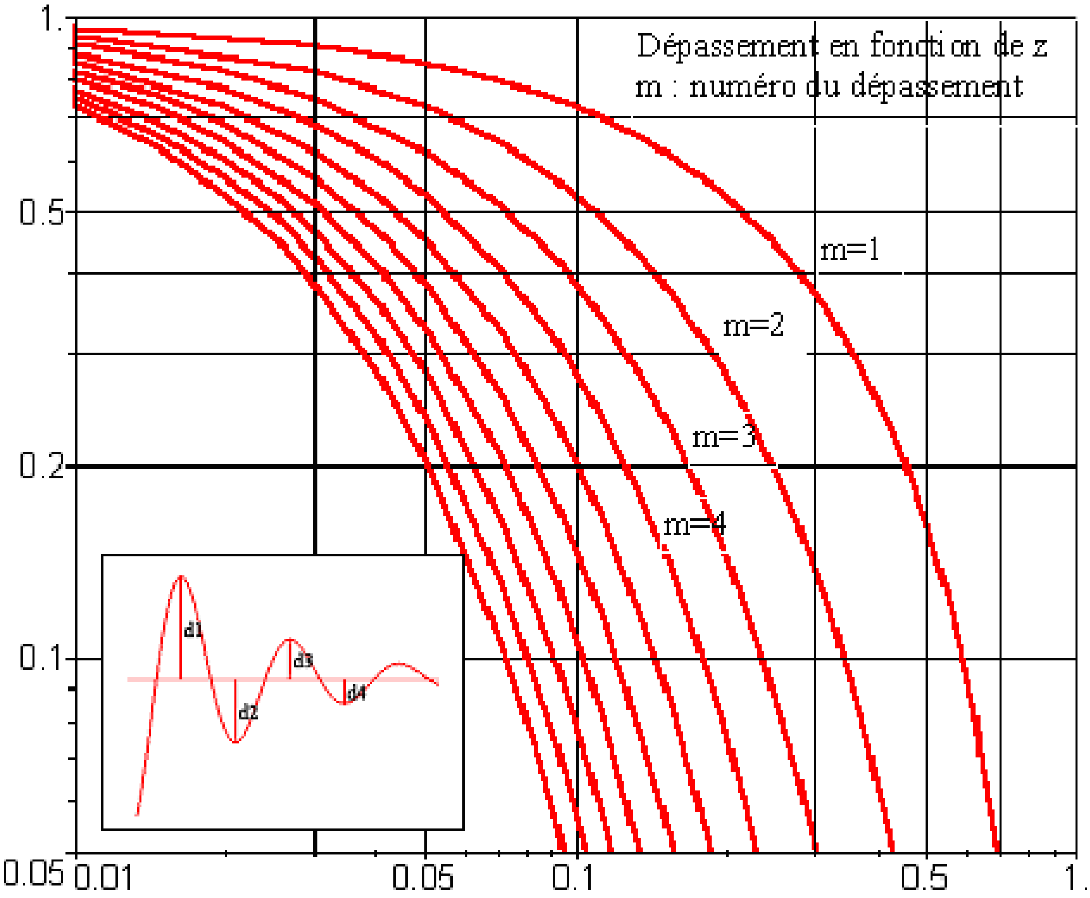
  Son expression est la suivante : $\boxed{u_C(t) = E\left[1 - (\cos \omega_p t + \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \sin \omega_p t) e^{-m\omega_0 t}\right]}$

  Avec $\omega_p = \omega_0 \sqrt{1-m^2}$

- $\Delta' = 0 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \boxed{R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}}$ Pour cette valeur particulière de R, appelée « résistance critique » et notée R_C , l'équation caractéristique compte deux racines doubles . La solution de l'équation est :

$$\boxed{u_C(t) = E\left[1 - (1 + \omega_0 t) e^{-\omega_0 t}\right]}$$




Dépassement en fonction de z
m : numéro du dépassement
m=1
m=2
m=3
m=4
d1
d2
d3
d4
1.
0.5
0.2
0.1
0.05
0.01
0.05
0.1
0.5
1.