

Pour 60 % on a: $\alpha = 0,60$; $(1 - \alpha)/2 = 0,20$ et $z_{(1-\alpha)/2} = 0,84$
 Pour 75 % on a: $\alpha = 0,75$; $(1 - \alpha)/2 = 0,15$ et $z_{(1-\alpha)/2} = 1,15$
 Pour 90 % on a: $\alpha = 0,90$; $(1 - \alpha)/2 = 0,05$ et $z_{(1-\alpha)/2} = 1,64$

Le tableau complet est donné en annexe 9. Les colonnes 7 et 8, 9 et 10, 11 et 12 donnent respectivement les bornes inférieures et supérieures des intervalles de confiance à 60, 75 et 90 %.

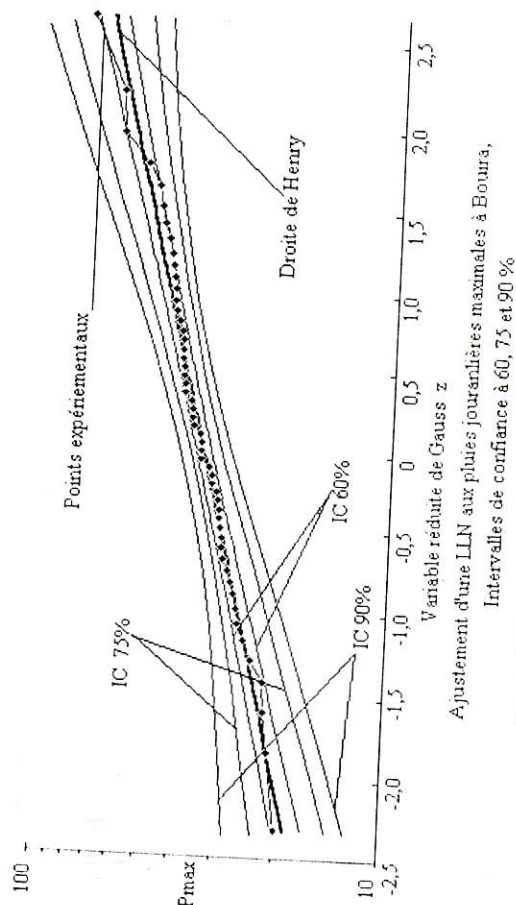


Figure V-3 Courbes enveloppes à 60, 75 et 90 %

A - LA LOI DE GUMBEL

1 - Définition

Pour l'étude des pluies extrêmes (ou n'importe quel autre événement d'une rare fréquence), on constitue un échantillon de N valeurs, chacune d'elles représentant la précipitation journalière la plus forte d'une des N années.

On parvient généralement à ajuster à cet échantillon la loi de Gumbel ou la loi de Galton (Log-Normale).

La fonction de répartition de la loi de Gumbel est :

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-x_0)}} \quad (1)$$

où $F(x)$ = fréquence au NON-DEPASSEMENT = FND = F
 et α, x_0 = coefficients d'ajustement.

Par un changement de variable $y = \alpha(x - x_0)$, la loi de Gumbel s'écrit :

$$F(x) = F(y) = e^{-e^{-y}} \quad (2)$$

où y est la variable réduite de Gumbel, liée à la probabilité attachée à la valeur x,

et $F(y)$ = fréquence au non dépassement de la variable réduite y.

L'équation $y = \alpha(x - x_0)$ présentée sous la forme :

$$x = 1/\alpha y + x_0 \quad (3)$$

est l'équation d'une droite qui représente la loi de Gumbel sur du papier diagramme à l'échelle de probabilité Gumbel (page 72).

Le papier de probabilité Gumbel porte en graduation d'abscisse deux (2) échelles:

- une échelle de fréquences au non-dépassement FND;
- une échelle arithmétique de la variable réduite y. A chaque valeur de y de la seconde échelle correspond, sur la première échelle, la valeur de la fréquence au non-dépassement calculée par l'expression :

$$F(x) = e^{-e^{-y}}$$

L'ordonnée, sur le papier de probabilité Gumbel, représente, sur une échelle arithmétique, la variable étudiée x. La représentation graphique de l'échantillon des valeurs extrêmes sur papier Gumbel est obtenue en portant en ordonnées les valeurs de x et en abscisses les fréquences expérimentales au non-dépassement : $F(x) = (i - 0,5) / N$

Les valeurs de $1/\alpha$ et x_0 sont déterminées en utilisant:

- soit la méthode des moindres carrés qui minimise la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées et les valeurs estimées par le modèle considéré;
- soit la résolution d'un système d'équations formé avec les moments des deux premiers ordres.

Ces méthodes ne sont pas détaillées ici. Une approximation des valeurs de $1/\alpha$ et x_0 est donnée par:

$1/\alpha = 0,780s$ et $x_0 = \bar{x} - 0,577/\alpha$ où : $\bar{x}$ = moyenne de la série des x et s = écart-type de la série des x.

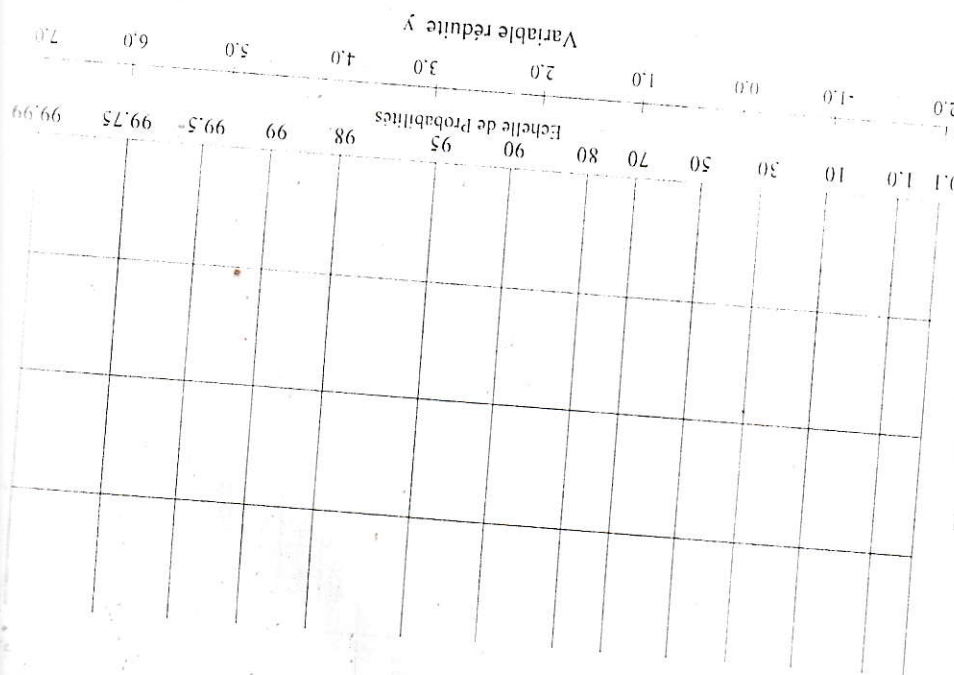


Figure V-4 Papier de probabilité Gumbel

Une fois les paramètres de la droite de Gumbel déterminés, on trace la droite en calculant trois valeurs de x à partir de la valeur de y en utilisant l'équation (3) ci-dessus.

L'estimation de la valeur que prendrait la variable étudiée pour une probabilité donnée peut se faire soit par la lecture directe du graphe, soit en la calculant grâce à la formule:

$$x = (1/\alpha) y + x_0 \text{ avec } y = - [\ln (-\ln(F(x)))]$$

Ci-dessous, on trouve les valeurs de y pour quelques périodes de retour :

Période de Retour années	Fréquences Au Dépassement FD ou F1	Fréquence au Non-Dépassement FND ou F	Variable Réduite de Gumbel y
10	0,1	0,9	2,25
20	0,05	0,95	2,97
50	0,02	0,98	3,9
100	0,01	0,99	4,55
1000	0,001	0,999	6,9

Tableau V-2 Quelques valeurs, les plus usitées, de la variable réduite de Gumbel

2 - Ajustement d'une loi de Gumbel à un échantillon

On applique maintenant la loi de Gumbel à l'exemple du chapitre IV. Comme dans la loi de Gumbel on utilise la fréquence au non dépassement (FND), on classe nos valeurs des pluies par ordre croissant.

(1) Valeurs classées P_i	(2) Rangs (i)	(3) FND exp.
19,7	1	0,0094
21	2	0,0283
21,8	3	0,0472
...	...	...
63	51	0,9528
63,8	52	0,9717
79,1	53	0,9906

Tableau V-3 Ajustement d'une loi de Gumbel aux pluies journalières maximales à Bouira

Le tableau complet est porté en annexe 10.

On reporte les couples (P_i , FND) sur le papier de probabilité Gumbel. On a déjà calculé $\bar{P} = 37,35$ mm et $s = 11,14$ mm d'où: $1/\alpha = 0,780$, $s = 8,69$ et $x_0 = \bar{P} - (0,577/\alpha) = 32,34$ mm.

On trace maintenant la droite d'ajustement: $P = 1/\alpha \cdot y + x_0$ où:

$$y = -(\ln(-\ln(F(x))))$$

En remplaçant $1/\alpha$ et x_0 par les valeurs trouvées, l'équation de la droite devient: $P = x = 8,69y + 32,34$.