TP Systèmes Linéaires Multivariables

TP#1 : Initiation à MATLAB Control Toolbox

1. REPRESENTATION DES SYSTEMES LINEAIRES

Trois différentes représentations des systèmes sont disponibles, à travers trois sous-classes de la classe LTI (pour Linear Time-Invariant). Les deux classes $\boldsymbol{zpk}$ et $\boldsymbol{tf}$ pour la représentation par fonction de transfert et $\boldsymbol{ss}$ pour la représentation d'état.

1.1. FONCTION DE TRANSFERT ET MATRICE DE TRANSFERT

- La classe $\boldsymbol{tf}$ correspond à des systèmes dont les fonctions de transfert sont sous forme polynomiale, comme

  Cas SISO : $H1(s) = \frac{20}{s^2+2s+4}$; $H2(s) = \frac{e^{-2s}(5s-3)}{s^3+3*s+5}$

  Cas MIMO : $G1(s) = \begin{bmatrix} \frac{20}{s+1} & \frac{s+2}{s^2+5s+4} \\ 10 & \frac{s-1}{6s+3} \end{bmatrix}, G2(s) = \begin{bmatrix} \frac{10}{s^2+3s+4} & \frac{e^{-5s}(3s+2)}{s+5} \\ \frac{3}{s+2} & \frac{s+4}{s+7} \end{bmatrix}$,

  L'instruction $\boldsymbol{tf}$ permet la création des fonctions de transfert à partir du polynôme de son numérateur et le polynôme de son dénominateur.

  Exemple :

  $H1 = \boldsymbol{tf}([20], [1\ 2\ 4])$

  $H2 = \boldsymbol{tf}([20], [1\ 0\ 3\ 5], '\ iodelay', 2)$

  $G1 = \boldsymbol{tf}(\{[20]\ [1\ \ 2];\ [10]\ [1\ -1]\}, \{[1\ \ 1]\ \ [1\ \ 5\ \ 4];\ [1]\ \ [6\ \ 3]\})$

  $G2 = \boldsymbol{tf}(\{[10]\ [3\ \ 2];\ [3]\ [1\ \ 4]\}, \{[1\ \ 3\ \ 4]\ \ [1\ \ 5\ ];\ [1\ \ 2]\ \ [1\ \ 7]\}, 'iodelay', [0\ \ 5; 0\ \ 0])$

- La classe $\boldsymbol{zpk}$ correspond à des systèmes sous forme factorisé qui met en évidence les pôles et les zéros de la fonction de transfert, comme

  Cas SISO : $H3(s) = \frac{5(s+1)}{(s+2)(s+3)}$; $H4(s) = \frac{100e^{-5s}(s+0.5)}{(s+2)(s+3)}$;

  Cas MIMO : $G3(s) = \begin{bmatrix} 2 & \frac{4(s+1)}{s(s-2)(s+3)} \\ \frac{5}{s+1} & \frac{s-1}{s+3} \end{bmatrix}, G4(s) = \begin{bmatrix} 5\frac{s+1}{s+5} & \frac{10}{s+3} \\ 20\frac{e^{-s}(s+3)}{(s+4)(s+1)} & \frac{s-1}{s+2} \end{bmatrix}$,

  Exemple :

  $H3 = \boldsymbol{zpk}([-1], [-2\ -3], 5)$

  $H4 = \boldsymbol{zpk}([-0.5], [-2\ -3], 100, 'iodelay', 5)$

  $G3 = \boldsymbol{zpk}(\{[\ ]\ \ [-1];\ [\ ]\ [1]\}, \{[\ \ ]\ \ [0\ \ 2\ \ -3];\ [-1]\ \ [-3]\}, [2\ \ 4; 5\ \ 1])$

  $G4 = \boldsymbol{zpk}(\{[-1]\ [\ \ ];\ [-3]\ [1]\}, \{[-5]\ \ [-3\ ];\ [-4\ \ -1]\ \ [-2]\}, 'iodelay', [0\ \ 0; 1\ \ 0])$

  On peut introduire directement les fonctions de transfert en utilisant l'instruction : $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{tf}('\boldsymbol{s}')$;

  Exécuter :

  $s = tf('s')$;

  $H1 = 20/(s^\wedge 2 + 2 * s + 4))$

  $G2 = [10/(s^\wedge 2 + 3 * s + 4)\quad \exp(-5 * s) * (3 * s + 2)/(s + 5); 3/(s + 2)\quad (s + 4)/(s + 7)\ ]$

- On peut passer d'une forme à une autre par les mêmes instructions $\boldsymbol{tf}$ et $\boldsymbol{zpk}$

  $H1_{zpk} = \boldsymbol{zpk}(H1)$; $H2\_tf = \boldsymbol{tf}(H3)$; $H2\_tf = \boldsymbol{tf}(Syst\_ss)$; $H2\_zpk = \boldsymbol{zpk}(Syst\_ss)$

- $[\,Num, Den\,] = \boldsymbol{tfdata}(Syst)$, *extraire les polynômes du numérateur et dénominateur de la fonction de transfert du système* $Syst$.
- $[\,Z, P, K\,] = \boldsymbol{zpk}(Syst)$, *extraire les pôles, les zéros et le gain de la fonction du système* $Syst$.
- Pour calculer les pôles d'une fonction de transfert ou matrice de transfert: $\boldsymbol{pole}(H1)$; $\boldsymbol{pole}(H2)$; $\boldsymbol{pole}(G3)$.
- Pour calculer les zéros d'une fonction de transfert : $\boldsymbol{zero}(H1)$; $\boldsymbol{zero}(H2)$; $\boldsymbol{zero}(G3)$

1.2. REPRESENTATION D'ETAT

- La classe $\boldsymbol{ss}$ correspond à des systèmes sous forme d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BU \\ y = Cx + DU \end{cases}$$

Exemples : Cas SISO : $\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} -4 & -1 \end{bmatrix} x \end{cases}$ Cas MIMO : $\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} U \\ y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} x \end{cases}$

L'instruction $\boldsymbol{ss}$ permet la création des modèles d'état

- $Syst\_ss = \boldsymbol{ss}(A, B, C, D)$: *permet de crier un modèle d'état du système* (A, B, C, D)
- $Syst\_ss = \boldsymbol{ss}(syst)$: *permet de crier un modèle d'état du système* $Syst$.
- *On peut passer d'une RE à une autre RE similaire par la matrice de transformation* T $(\tilde{x} = Tx)$ *par* $Syst1 = \boldsymbol{ss2ss}(Syst, T)$
- *Pour une Réalisation minimale, on utilise* $Syst\_m = \boldsymbol{ss}(Sys, 'min')$ *ou* $Syst\_m = \boldsymbol{minreal}(Sys)$
- On peut passer de la RE à la FT et vis versa :

  $[\,Num, Den\,] = \boldsymbol{ss2tf}(A, B, C, D,\ u_i)$ *et* $[\,Z, P, K\,] = \boldsymbol{ss2zpk}(A, B, C, D, u_i)$ *: permet le passage de la RE à la FT sous forme polynomiale et factorisé respectivement à partir de l'entrée* u_i.

  $[\,A, B, C, D\,] = \boldsymbol{tf2ss}\ (Num, Den)$: *permet le passage de la FT à la RE*
- $[A, B, C, D] = \boldsymbol{ssdata}(Syst)$ *donne les matrices* (A, B, C, D) *de la RE du système Syst.*
- $Syst\_cm = \boldsymbol{canon}(Syst, \text{'modal'})$ *et* $Syst\_cc = \boldsymbol{canon}(SYS, \text{'companian'})$ *permettent respectivement de donner les formes canoniques diagonale et de commande si elle existe.*
  $[\,Syst\_c, T] = \boldsymbol{canon}(Syst, type)$ *donne la forme canonique et la matrice de transformation correpondante T.*
- $Qc = \boldsymbol{ctrb}(A, B)$: *donne la matrice de commandabilité du système* (A, B)
- $Qo = \boldsymbol{obsv}(A, C)$: *donne la matrice de d'observabilité du système* (A, C)
- $\boldsymbol{eig}(A)$: valeurs propres de la matrice *A*
- $\boldsymbol{rank}(A)$: *rang de la matrice A.*

2. REPONSE TEMPORELLE

- $\boldsymbol{impulse}(SYS)$ et $\boldsymbol{step}(SYS)$ permettent de tracer respectivement les réponses impulsionnelle et indicielle du système SYS
- Pour voir la réponse indicielle pendant 10 sec : $tf = 10$; $\boldsymbol{step}(H1, tf)$. Pour sauvegarder la réponse $\boldsymbol{y}$ et le temps $\boldsymbol{t}$ utiliser : $[y, t] = \boldsymbol{step}(H1, tf)$. Pour tracer la réponse : $\boldsymbol{plot}(t, y)$
- Pour obtenir la réponse à un signal quelconque utiliser $\boldsymbol{lsim}$,

  Exécuter : $t = 0 : 0.1 : 15;\ u = \boldsymbol{sin}(t);\ y = \boldsymbol{lsim}(H1, u, t);\ plot(t, y)$.