Université de Jijel
Faculté de Sciences et de la Technologie
Département d'Electrotechnique (Master 2, option : Machines Electriques)

Série N°2 (Echauffement et refroidissement)

Comment s'effectuent les transferts thermiques ?

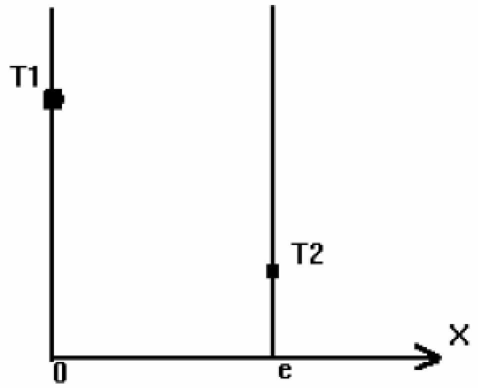
EXERCICE 1 :

1. Une paroi d'une surface de $5m^2$ a une température de 700 °C d'un côté et de 20 °C de l'autre. Calculer la conductivité et l'épaisseur du mur. Utiliser la figure 7.9 (chapitre 7) pour le choix d'un matériau qui garantisse une densité de flux de chaleur de 300 kW/m^2. L'épaisseur max. possible est de 50 cm, $k \neq f(T)$.

EXERCICE 2 :

2. Déterminer le profil de température dans un mur avec les paramètres suivants:

x = 0 ; T1 = 1000 °C
x = e ; T2 = 200 °C
e = 1m



a) k = 1 W/m°C = constante

b) $k(T) = k_o + k_1 * T$ avec $k_o = k(200\ °C) = 0{,}55$ W/mK et $k_1 = 0{,}025$ W/mK^2

Illustrer le résultat par un diagramme.

EXERCICE 3 :

Supposons qu'il y ait production de chaleur en son milieu. La température est imposée sur une face et le flux sur l'autre.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{\dot{q}_p}{k}$$

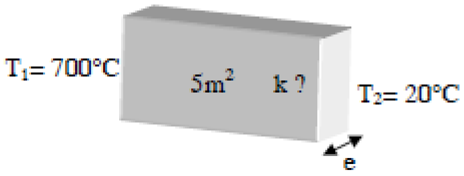
$T = T_0$ si $x = 0$
$q = q_1$ si $x = e$

Quelle est la température de la face arrière? (Equation)

EXERCICE 4 :

7. La paroi d'un échangeur de chaleur est constituée d'une plaque de cuivre d'épaisseur. Les coefficients d'échange de chaleur sur les deux côtés de la plaque 6100 $kcal/hm^2°C$ correspondant respectivement aux températures 82 °C et 32 ° En supposant que la conductivité thermique de la paroi est 344,5 kcal/hm°C, densité du flux de chaleur et calculer la température des surfaces.

Exercice 1



$$\begin{cases} q = 300\ kW/m^2 \\ e_{max} = 50cm \\ k = const. \\ k, e = ? \end{cases}$$

avec

$$\boxed{\frac{P}{S} = q = \frac{k}{e}(T_1 - T_2)} \quad \text{et} \quad \boxed{T(x) = \frac{(T_2 - T_1)}{e}x + T_1}$$

équ. 3.14 et 3.15

$$q = 300 \cdot 10^3 = \frac{k}{e} \cdot 680$$

$$\frac{k}{e} = 441,2\left[\frac{W}{m^2\,°C}\right]$$

$$k_{max} = 441,2 \cdot 0,5 = 220\,[W/m°C]$$

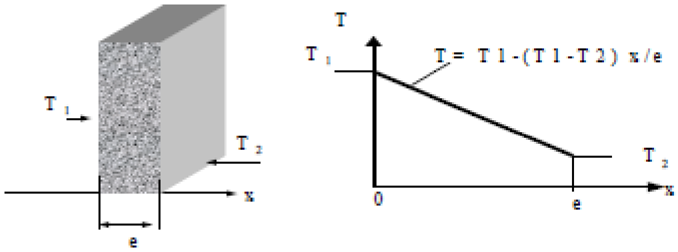
On cherche donc un matériau ayant une conductivité thermique $k \leq 220$ [W/mK]

Cu, Al, Zn pas possible (voir Fig 7.9)

Acier doux $k_{(350°C)} = 33\,[W/m°C]$; $\quad e = 7,5cm$

Acier inox. $k_{(350°C)} = 20\,[W/m°C]$; $\quad e = 4,5cm$

Magnésie $k_{(350°C)} \approx 3\,[W/m°C]$; $\quad e = 0,68cm$



Problème

Solution

EXERCICE 2 :

$$k_{moyen} = \frac{1}{T_2 - T_1}\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT \text{ (équ.3.34)}$$

$$T(x) = T_1 - \frac{[k_m]_{T_1}^{T_2}}{[k_m]_{T_1}^{T_x}} \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{e} \cdot x$$

avec $k(T) = k_0 + k_1 \cdot T$

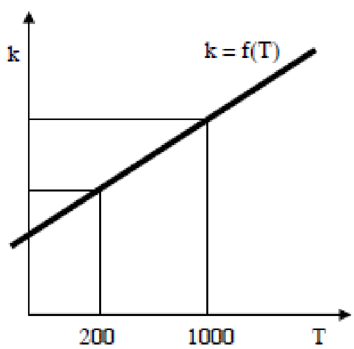
$$k_m = \frac{1}{T_2 - T_1}\int_{T_1}^{T_2}(k_0 + k_1 T)dT$$

$$k_m = \frac{1}{T_2 - T_1}\left[k_0 T + \frac{k_1}{2}T^2\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$k_m = \frac{1}{T_2 - T_1}\left[k_0 T_2 + \frac{k_1}{2}T_2^2 - k_0 T_1 - \frac{k_1}{2}T_1^2\right]$$

$$k_m = \frac{1}{T_2 - T_1}\left[k_0(T_2 - T_1) + \frac{k_1}{2}(T_2^2 - T_1^2)\right]$$

$$k_m = k_0 + \frac{k_1}{2}(T_2 + T_1)$$



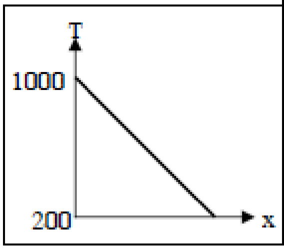
$$k_m\Big|_{1000}^{200} = 0,55 + \frac{0,025}{2}\big((1000 - 200) + (200 - 200)\big) = 10,55\ [\frac{W}{m°C}]$$

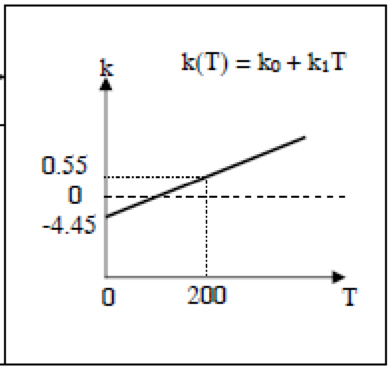
$$k_m\Big|_{1000}^{T(x)} = 0,55 + 0,0125\big((1000 - 200) + (T(x) - 200)\big)$$

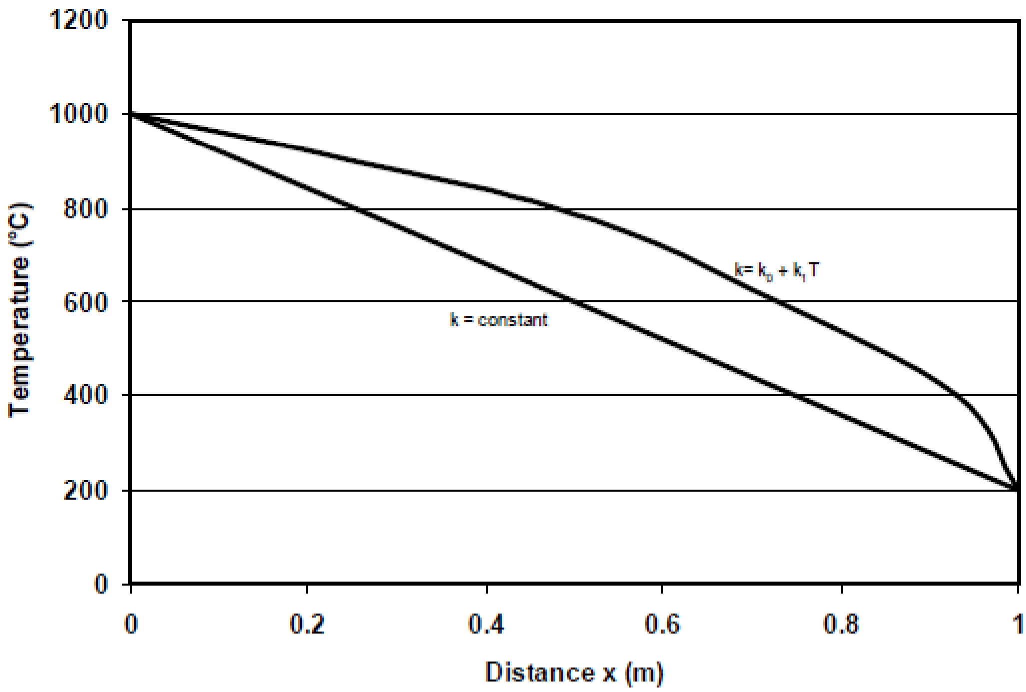
$$T(x) = 1000 - \frac{10,55}{0,55 + 0,0125\left[(1000-200) + (T(x) - 200)\right]} \frac{(1000-200)}{1} \cdot x =$$

$$= 1000 - \frac{10,55 \cdot 800}{0,55 + 0,0125\left[(T(x) - 200) + (800)\right]} \cdot x$$

autre interprétation (plus « mathématique ») :
de $k(T) = k_0 + k_1 T$ on tire le « vrai » k_0 (le « b » de y = ax + b)
$k_0 = k(T) - k_1 T = 0.55 - 0.025x200 = -4.45$
pour se ramener à un graphique « simple »
il faut ramener l'origine à zéro :
on a donc :
$k(T) = -4.45+0.025\ T$ et on trouve pour
$k_m = -4.45+(0.025/2)1200=10.55$
(avant on avait $k=k_0+k_1(T-200)$)







x (m)	T (°C)
0	1000
0,48	800
0,73	600
0,92	400
1	200

EXERCICE 3

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{\dot{q}_p}{k}$$ en intégrant deux fois on trouve : $T(x) = \frac{-\dot{q}_p}{2k}x^2 + Ax + B$

avec la 1ère C.L on a : $T(0) = T_0 \Rightarrow B = T_0$ on a donc $T(x) = \frac{-\dot{q}_p}{2k}x^2 + Ax + T_0$

avec $q = -k\frac{dT}{dx} = \dot{q}_p x - Ak \;\Rightarrow\; q_1 = \dot{q}_p e - Ak$ et donc : $A = \frac{\dot{q}_p e - q_1}{k}$

$T(e) = \frac{-\dot{q}_p e^2}{2k} + \frac{\dot{q}_p e^2}{k} - \frac{q_1 e}{k} + T_0$ on trouve l'équation cherchée

$$T(e) = \frac{\dot{q}_p e^2}{2k} - \frac{q_1 e}{k} + T_0$$

EXERCICE 4

$$\begin{cases} e = 0,0095m \\ h_1 = 2340 kcal/hm^2{}^\circ C \\ h_2 = 6100 kcal/hm^2{}^\circ C \\ T_1 = 82^\circ C \\ T_2 = 32^\circ C \\ k = 344,5 kcal/hm^\circ C \\ q = \dfrac{T_1 - T_2}{\Sigma\dfrac{e}{\lambda} + \Sigma_{rj} + \Sigma\dfrac{1}{h_k}} \\ \Sigma_{rj} = 0 \end{cases}$$

$$q = \frac{82-32}{\frac{0,0095}{344,5} + \frac{1}{2340} + \frac{1}{6100}} = 80793\,[\frac{kcal}{hm^2}]$$

$q = 93922.5\,[W/m^2]$ (*inutile ici*)

avec $q = \dfrac{T_1 - T_1'}{\dfrac{1}{h_1}}$ ou $\dfrac{T_2' - T_2}{\dfrac{1}{h_2}}$

on trouve alors : $T_1' = 47,5^\circ C$ *et* $T_2' = 45,2^\circ C$