# Références

(1) L. Landau et E. Lifchitz, *Théorie des champs, chapitre 1. (Ellipses, 1994).*

(2) H. Lumbroso, *Relativité. Problèmes résolus.* (McGraw-Hill, 1983).

# Chapitre 1

## Relativité avant Einstein

### 1) Référentiels galiléens et principe de relativité:

**Référentiels galiléens**: Un référentiel galiléen est un référentiel fix ou animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

**Principe de relativité:** Tous les référentiels galiléens sont équivalents et les lois fondamentales de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Cela signifie qu'une équation décrivant une certaine loi de la nature en fonction des coordonnées et du temps conserve sa forme mathématique dans différents référentiels d'inertie.

### 2) Transformations de Galilée:

Soient deux référentiels inertiels $(\mathcal{R})$ et $(\mathcal{R}')$ d'axes respectivement $xyz$ et $x'y'z'$. Le référentiel $(\mathcal{R}')$ est en translation uniforme par rapport à $(\mathcal{R})$ avec une vitesse $\overrightarrow{V}$ suivant le sens positif des axes $x$ et $x'$ (voir Fig. 01 ). On suppose, pour simplifier, qu'à l'instant $t = t' = 0$ les origines des deux référentiels coïncident.

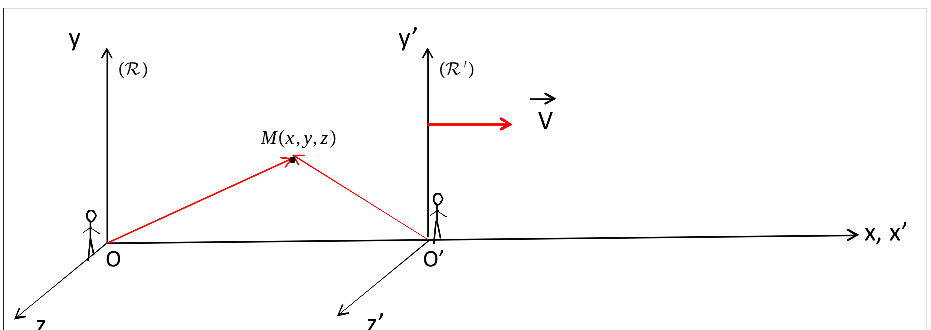


Fig. (01)

A l'instant $t$ on a:

$$\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{V} t \; . \tag{1}$$

Un point $M$ dont les coordonnées sont $x$, $y$ et $z$ dans $(\mathcal{R})$ et $x'$, $y'$ et $z'$ dans $(\mathcal{R}')$. Son vecteur de position dans $(\mathcal{R})$ est:

$$\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k} \;,$$

et dans $(\mathcal{R}')$ est:

$$\overrightarrow{O'M} = x'\,\overrightarrow{i'} + y'\,\overrightarrow{j'} + z'\,\overrightarrow{k'}, \qquad (\overrightarrow{i'} = \overrightarrow{i},\ \ \overrightarrow{j'} = \overrightarrow{j}\ \ , \overrightarrow{k'} = \overrightarrow{k}).$$

On a

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}\ .$$

Ainsi, on obtient les égalités suivantes:

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t. \end{cases} , \tag{2}$$

qu'on appelle *transformations de Galilée.*

On obtient les formules réciproques donnant les coordonnées dans $(\mathcal{R})$ en fonction des coordonnées dans $(\mathcal{R}')$, en les permutant et en changeons $V$ en $-V$. Ces transformations sont à la base de la cinématique newtonienne. Selon les transformations de Galilée, on note également les points suivants:

(i) Le temps est un absolu ( il est le même dans tous les référentiels d'inertie).

(ii) Le concept de distance ou de longueur est aussi absolu ($\ell = \ell'$ comme le montre l'exemple ci-dessous).

Les lois de la nature doivent être invariantes (ont la même forme mathématique) par rapport aux lois de transformations, permettant de passer d'un référentiel galiléen à un autre référentiel galiléen.

**Exemple 01:** Utilisez les transformations de Galilée pour montrer que la distance mesurée est indépendante du référentiel.

**Solution** : Soient $(x'_1, y'_1, z'_1)$ et $(x'_2, y'_2, z'_2)$ les coordonnées des deux points $P_1$ et $P_2$ respectivement à un instant $t'$ $(= t)$ par rapport à $(\mathcal{R}')$. La distance entre $P_1$ et $P_2$ comme observée dans $(\mathcal{R}')$ est:

$$\begin{aligned} \ell' &= \left[(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2\right]^{1/2} \\ &= \left[\{x_2 - Vt - (x_1 - Vt)\}^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right]^{1/2}\ , \end{aligned}$$

où on a utilisé les transformations de Galilée (2). Ainsi, on obtient:

$$\ell' = \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right]^{1/2} = \ell\ ,$$

$\ell$ est la distance mesurée dans $(\mathcal{R})$.

**Exemple 02:** Montrer l'invariance de la relation fondamentale de la dynamique par les transformations de Galilée.

**Solution:** Soit un point M de coordonnées $(x, y, z)$ relativement à un référentiel inertiel $(\mathcal{R})$ supposé fixe.

L'accélération de M dans $(\mathcal{R})$ est donc:

$$\overrightarrow{a} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_{\mathcal{R}} = \ddot{x}\,\overrightarrow{i} + \ddot{y}\,\overrightarrow{j} + \ddot{z}\,\overrightarrow{k}$$

et dans un autre référentiel $(\mathcal{R}')$ en translation uniforme avec une vitesse $\overrightarrow{V}$ par rapport à $(\mathcal{R})$, l'accélération de M est:

$$\overrightarrow{a}' = \left(\frac{d^2\overrightarrow{O'M}}{dt'^2}\right)_{\mathcal{R}} = \ddot{x}'\,\overrightarrow{i} + \ddot{y}'\,\overrightarrow{j} + \ddot{z}'\,\overrightarrow{k}\ .$$

Comme $\overrightarrow{V}$ =cte et $t = t'$ les transformations de Galilée (2) conduisent à l'invariance de l'accélération c-à-d : $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}'$. La masse étant un invariant scalaire. L'invariance de l'accélération entraine nécessairement celle de la force:

$$\overrightarrow{f} = m\overrightarrow{a} = m\overrightarrow{a}' = \overrightarrow{f}' \Rightarrow \text{Invariance de la force} \tag{3}$$

### 3) L'électromagnétisme pose problème:

L'électromagnétisme repose sur les quatre équations de Maxwell suivantes

$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad , \quad \mathrm{div}\,\overrightarrow{B} = 0,$$

$$\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{E} = -\frac{\partial\overrightarrow{B}}{\partial t} \quad , \quad \overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{B} = \mu_0\,\overrightarrow{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial t}$$

Le problème est que ces équations ne sont pas *toutes invariantes* par les transformations de Galilée. Comme l'électromagnétisme est aussi une théorie fondamentale comme la mécanique newtonienne, les physiciens ont été confrontés à un problème très sérieux. Ils avaient trois possibilités de choisir:

(i) La théorie électromagnétique (en particulier les équations de Maxwell) est erronée et doit être abandonnée.

(ii) Le principe de la relativité doit être abandonné.

(iii) Les concepts de l'espace absolu et du temps absolu sont inexacts et doivent être abandonnés.

---