



وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة جيجل

Université de Jijel

كلية العلوم والتكنولوجيا

Faculté des Sciences et de la Technologie

قسم الهندسة الكهربائية

Département de Génie Electrique

---

## *Logique floue et ses applications*

---

Master II : Electrotechnique Industrielle

Module : Techniques d'intelligences artificielles



## Introduction

Nous faisons de la logique floue...?.....Sans le savoir...!

### Exemple de règles floues:

Règles de conduite automobile à l'approche d'un carrefour contrôlé par des feux tricolores.

si le feu est rouge...	si ma vitesse est élevée ...	et si le feu est proche ...	alors je freine fort.
si le feu est rouge...	si ma vitesse est faible ...	et si le feu est loin ...	alors je maintiens ma vitesse.
si le feu est orange...	si ma vitesse est moyenne ...	et si le feu est loin ...	alors je freine doucement.
si le feu est vert...	si ma vitesse est faible ...	et si le feu est proche ...	alors j'accélère.

Les règles floues sont transformées en langage naturel



## Introduction

### Transformation de la 1<sup>ère</sup> règle de notre exemple selon un modèle plus mathématique « moins flou »

Si le feu est rouge, si ma vitesse dépasse **85,6 Km/h** et si le feu est à moins de **62,3 m**, alors j'appuie sur la pédale de frein avec une force de **33,2 N !!!**

**Notre cerveau fonctionne en logique floue**

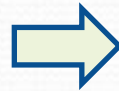
Elle apprécie les variables d'entrées de façon approximative (faible, élevée, loin, proche), fait de mêmes pour les variables de sorties (freinage léger ou fort) et construit un ensemble de règles permettant de déterminer les sorties en fonction des entrées.



## Introduction

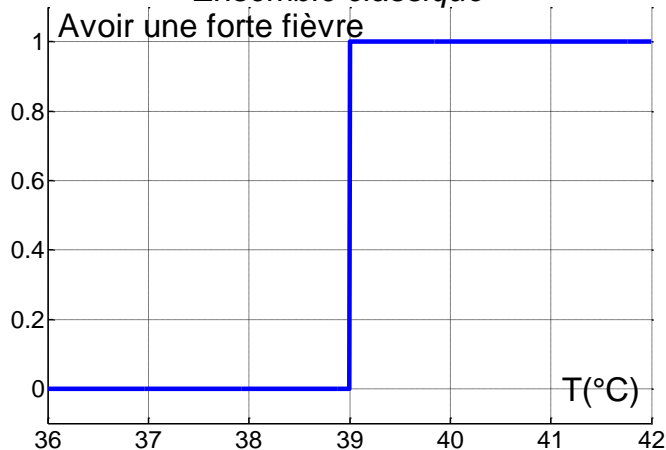
### Limite de la logique booléenne

Un patient atteint d'hépatite présente généralement les symptômes suivants

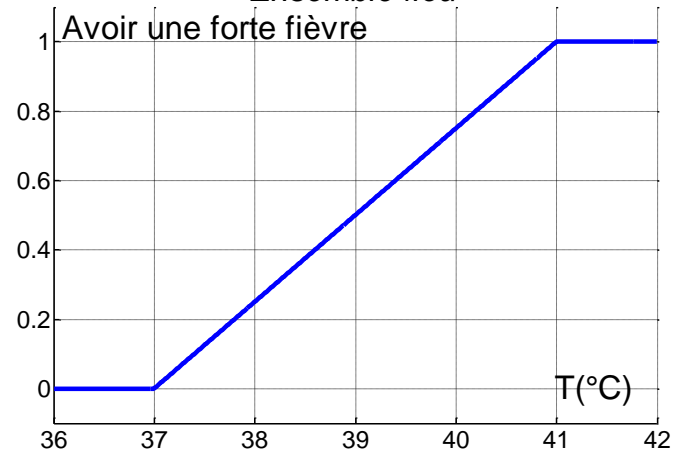


- forte fièvre
- peau présente une coloration jaune
- il a des nausées

Ensemble classique



Ensemble flou



Si le patient à  $38,9^{\circ}\text{C}$  de température ??.

**Logique classique:** Le patient n'a pas de forte fièvre  $\Rightarrow$  Le patient n'a pas d'hépatite.

**Logique floue:** Le patient a une forte fièvre à 48%  $\Rightarrow$  Le patient a une hépatite à  $X\%$ .



## *Introduction*

### Champ d'applications de la logique floue

- Aide à la décision et au diagnostic
- Gestion de base de données
- Reconnaissance de forme
- Optimisation multicritère
- Identification floue
- Commande floue de systèmes...



## Bref historique



**Lotfi Zadeh**, chercheur en théorie des systèmes.

Il a posé les fondements de la logique floue en 1965.

- 1965: Concept introduit par Lotfi Zadeh (Berkeley): « Fuzzy set theory »: Définition des ensembles flous et opérateurs associés.
- 1970: Premières applications: Systèmes experts, Aide à la décision en médecine, commerce...etc.
- 1974: Première application industrielle: Régulation floue d'une chaudière à vapeur réalisée par Mamdani.

### Après un longtemps universitaire.....

- 1985: Les premiers, les japonais introduisent des produits grand public « Fuzzy Logic Inside ».
- 1990: Généralisation de l'utilisation de cette technique.
  - Appareils électroménagers (lave-linge, aspirateurs,...etc),
  - Systèmes audio-visuels (appareils photos, caméscope, photocopieurs,...etc),
  - Systèmes automobiles (ABS, suspension, climatisation,...etc),
  - Systèmes industriels (contrôle/commande dans la plupart des domaines).



## *Les deux concepts principaux de la logique floue*

1. Les ensembles et variables flous et opérateurs associés.
2. Prise de décision à partir d'une base de règles **Si...Alors...**  
C'est l'inférence floue.

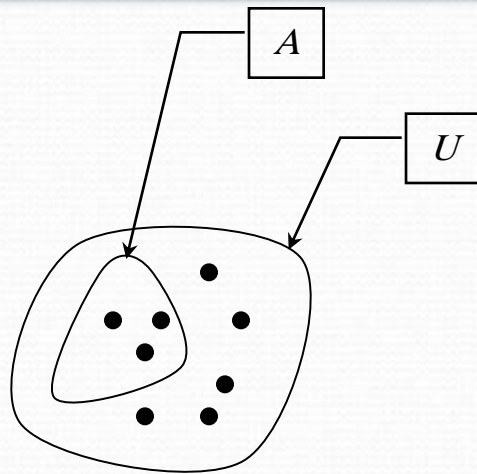
L'approche des problèmes par la logique floue est différente de celle adoptée dans une démarche scientifique.

Elle est beaucoup plus pragmatique (pratique, expérimental)  
que déterministe.

La décision en logique floue est basée sur la notion d'expertise, qui permet de quantifier le flou à partir de connaissance a priori ou acquise antérieurement.



## L'ensemble flou



Soit  $U$ : L'univers du discours

$A$ : un sous-ensemble de  $U$

### Théorie classique des ensembles:

Si  $\mu_A$  est la fonction d'appartenance de l'ensemble  $A$

$$\forall x \in U \quad \mu_A(x) = 0 \quad \text{si } x \notin A$$

$$\mu_A(x) = 1 \quad \text{si } x \in A$$

### Concept d'ensemble flou:

Si  $\mu_A$  est la fonction d'appartenance de l'ensemble flou  $A$

$$\forall x \in U \quad \mu_A(x) \in [0;1]$$

Si  $\mu_A(x) = 0,30$

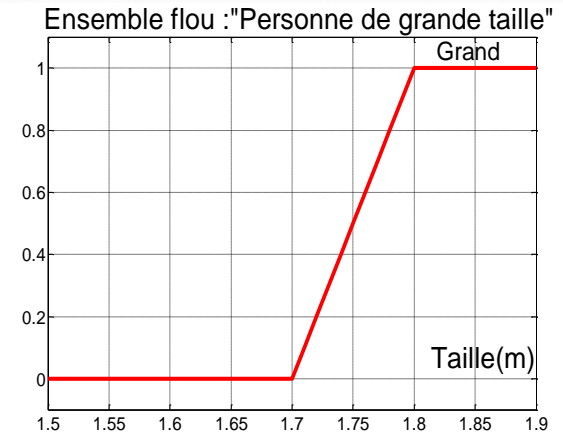
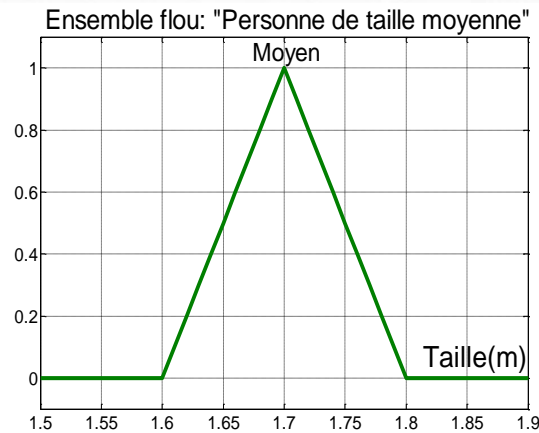
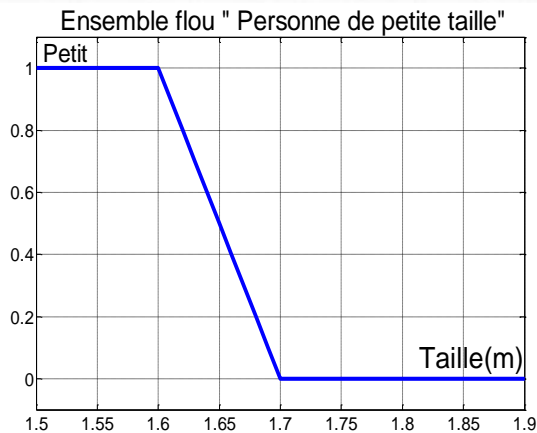
$x$  appartient à l'ensemble flou  $A$  avec un degré d'appartenance de 30%

Degré d'appartenance = Valeur de vérité

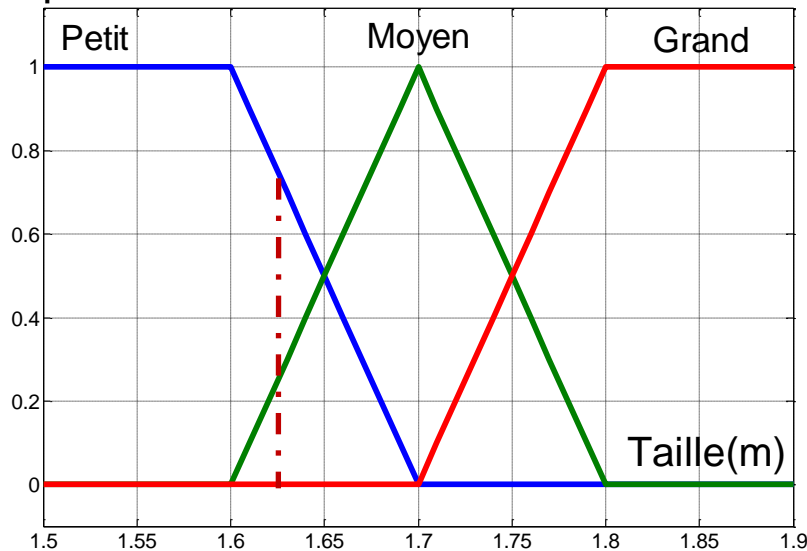
Un ensemble flou est totalement déterminé par sa fonction d'appartenance



## Exemples d'ensembles flous



partition floue de l'univers du discours



Ici, Omar mesure 1m et 62,5cm  
se traduit en logique floue par  
« Omar est petit » à un degré de 75%  
« Omar est moyen » à 25%  
« Omar est grand » à 0%

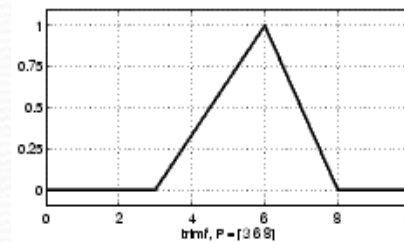


## Formes des fonctions d'appartenance

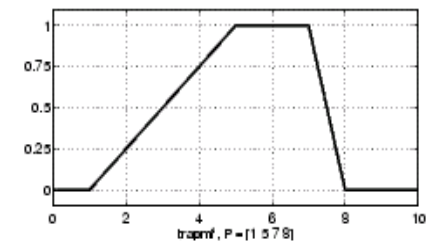
Les fonctions d'appartenance peuvent avoir diverses formes selon leur définition :

### ◆ triangulaire, trapézoïdale,

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$$



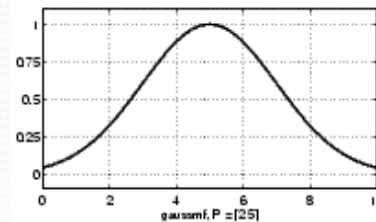
trimf



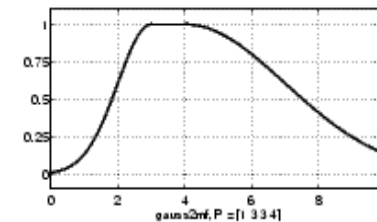
trapmf

### ◆ Gaussienne,

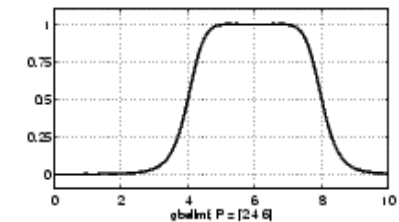
$$f(x; \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$



gaussmf



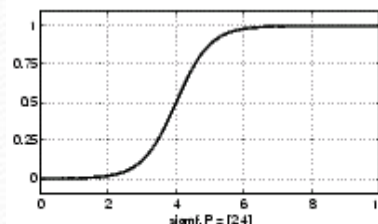
gauss2mf



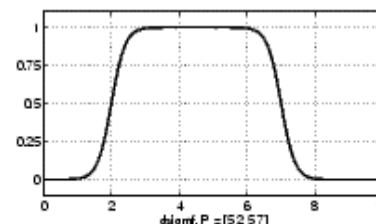
gbellmf

### ◆ Sigmoides...

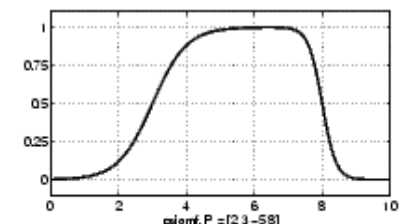
$$f(x, a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$



sigmf



dsigmf



psigmf



## Opérateurs de logique floue

- Comme pour la théorie classique des ensembles.

On définit l'union, l'intersection, le complément....d'ensembles flous

La logique booléenne standard est un cas particulier de la logique floue



**Tous les résultats obtenus en logique classique  
doivent être retrouvés par la logique floue**

Les définitions les plus souvent rencontrées sont :

- le **Min** et le **Max** (**Mamdani**): l'intersection (**ET**) et l'union (**OU**)
- le **Produit** et la **Somme-Produit** (**Sugeno**): l'intersection (**ET**) et l'union (**OU**)



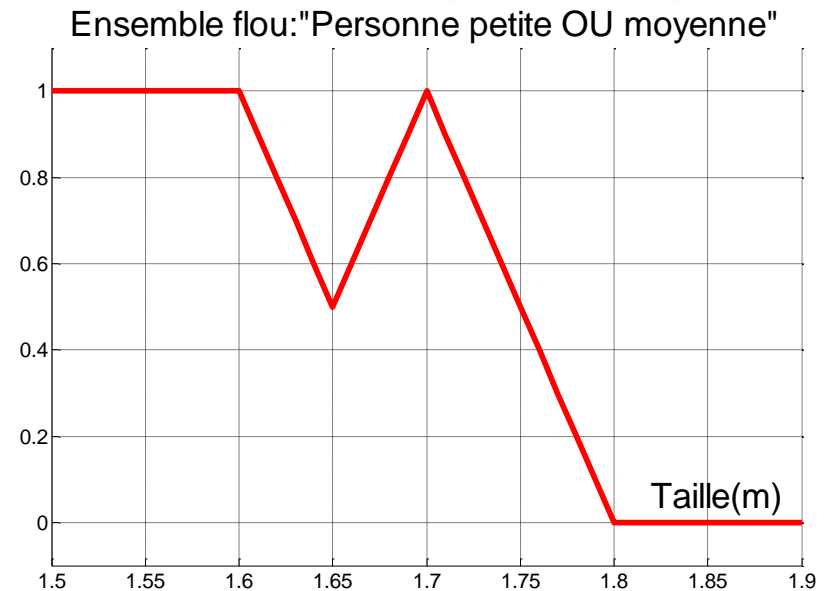
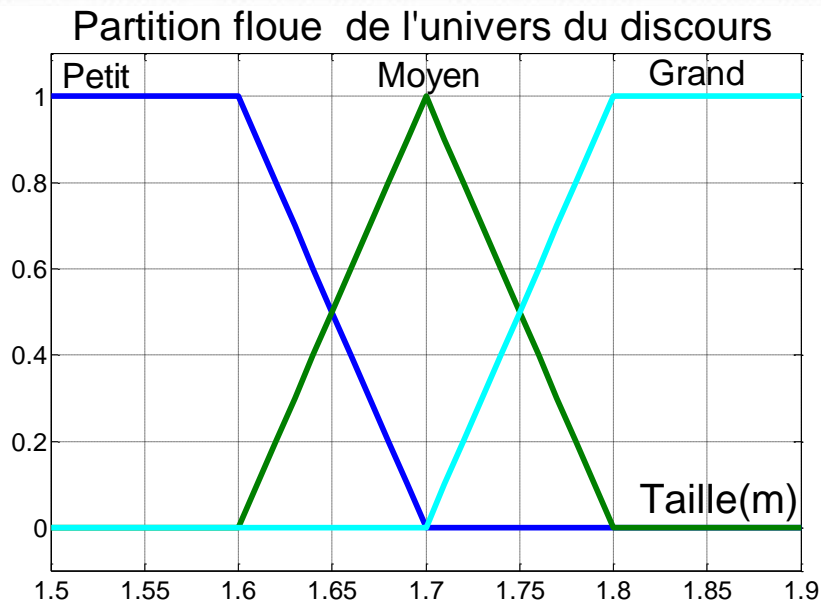
## *L'union*

$A$  est l'ensemble flou des personnes petites.

$B$  est l'ensemble flou des personnes moyennes.

L'ensemble des personnes Petites **OU** Moyennes est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U$$





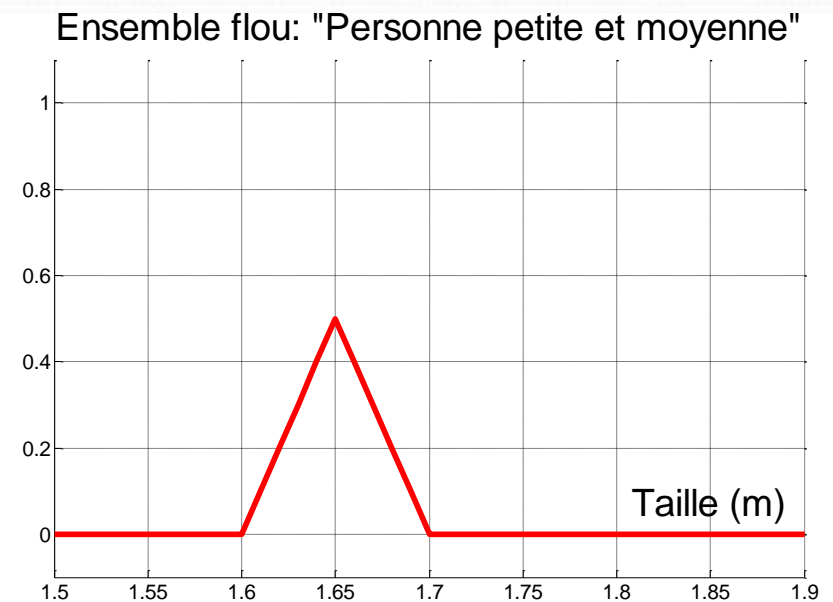
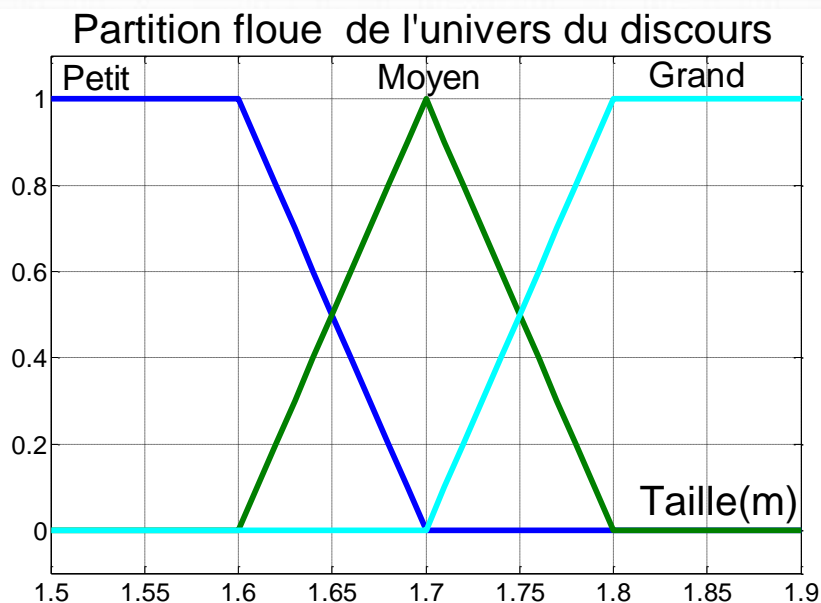
## L'intersection

$A$  est l'ensemble flou des personnes petites.

$B$  est l'ensemble flou des personnes moyennes.

L'ensemble des personnes Petites **ET** Moyennes est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U$$



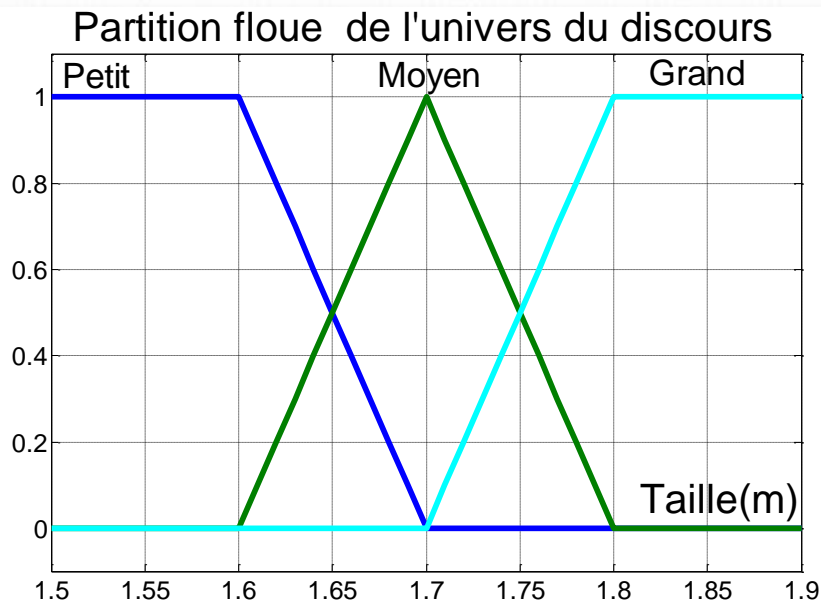


## Le complément

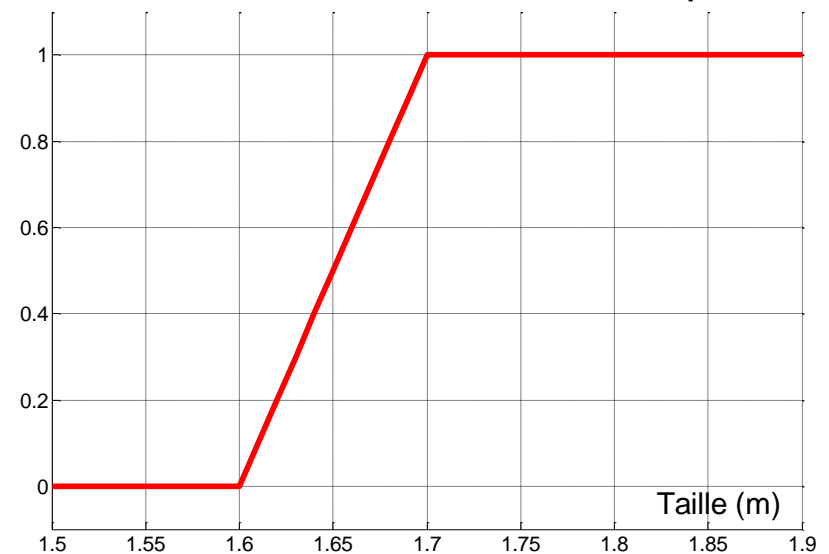
A est l'ensemble flou des personnes petites.

L'ensemble des personnes **NON** Petites est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in U$$



Ensemble floue : "Personnes non petites"





## Synthèse des opérateurs

### Opérateurs logiques flous les plus utilisés

Dénomination	Intersection ET	Union OU	Complément NON
Opérateurs de Zadeh MIN/MAX	$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$\mu_A^-(x) = 1 - \mu_A(x)$
Opérateurs de Sugeno Probabiliste	$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$\mu_A^-(x) = 1 - \mu_A(x)$



## Propriétés des ensembles flous

Comme dans le cas des ensembles «classiques», les ensembles flous possèdent certaines propriétés.

*Commutativité*:  $A \cup B = B \cup A$ ,  $A \cap B = B \cap A$

*Associativité* :  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ ,  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$

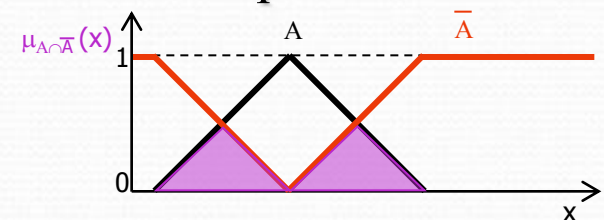
*Distributivité* :  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ,  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

*Identité* :  $A \cup \phi = A$ ,  $A \cup 1_U = 1_U$ ,  $A \cap \phi = \phi$ ,  $A \cap 1_U = A$

Les deux propriétés suivantes ne sont pas «classiques»

- L'intersection d'un ensemble flou et de son complément n'est pas vide

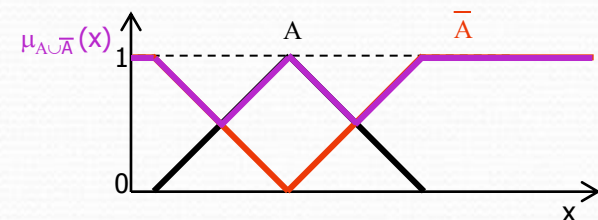
$$A \cap \bar{A} \neq \phi$$



- L'union d'un ensemble flou et de son complément ne donne pas l'univers

du discours

$$A \cup \bar{A} \neq 1_U$$

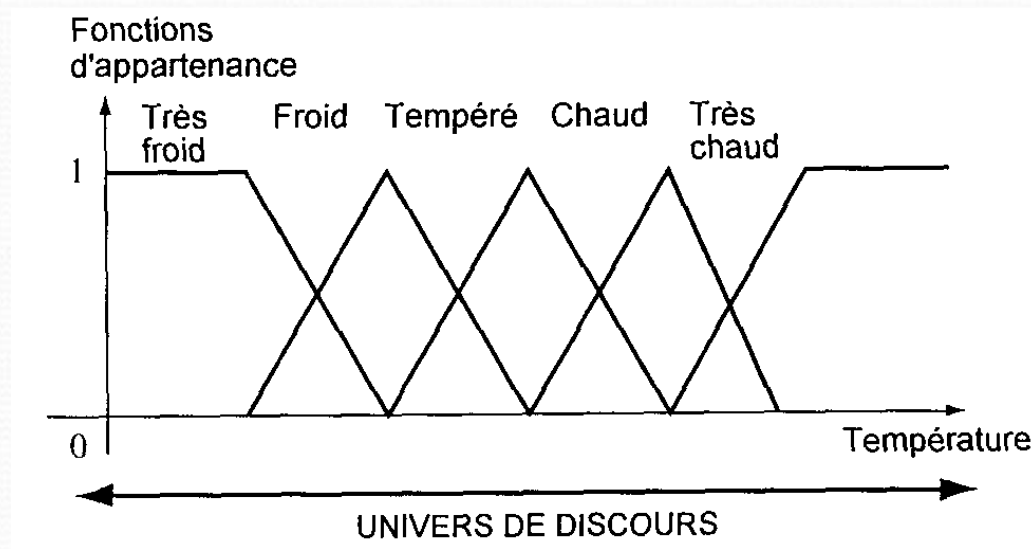




## Variables floues

- Logique floue → basée sur des variables floues dites **variables linguistiques** à valeurs linguistiques dans l'univers du discours  $U$ .
- Chaque valeur linguistique constitue alors un ensemble flou de l'univers du discours.

### Exemple:



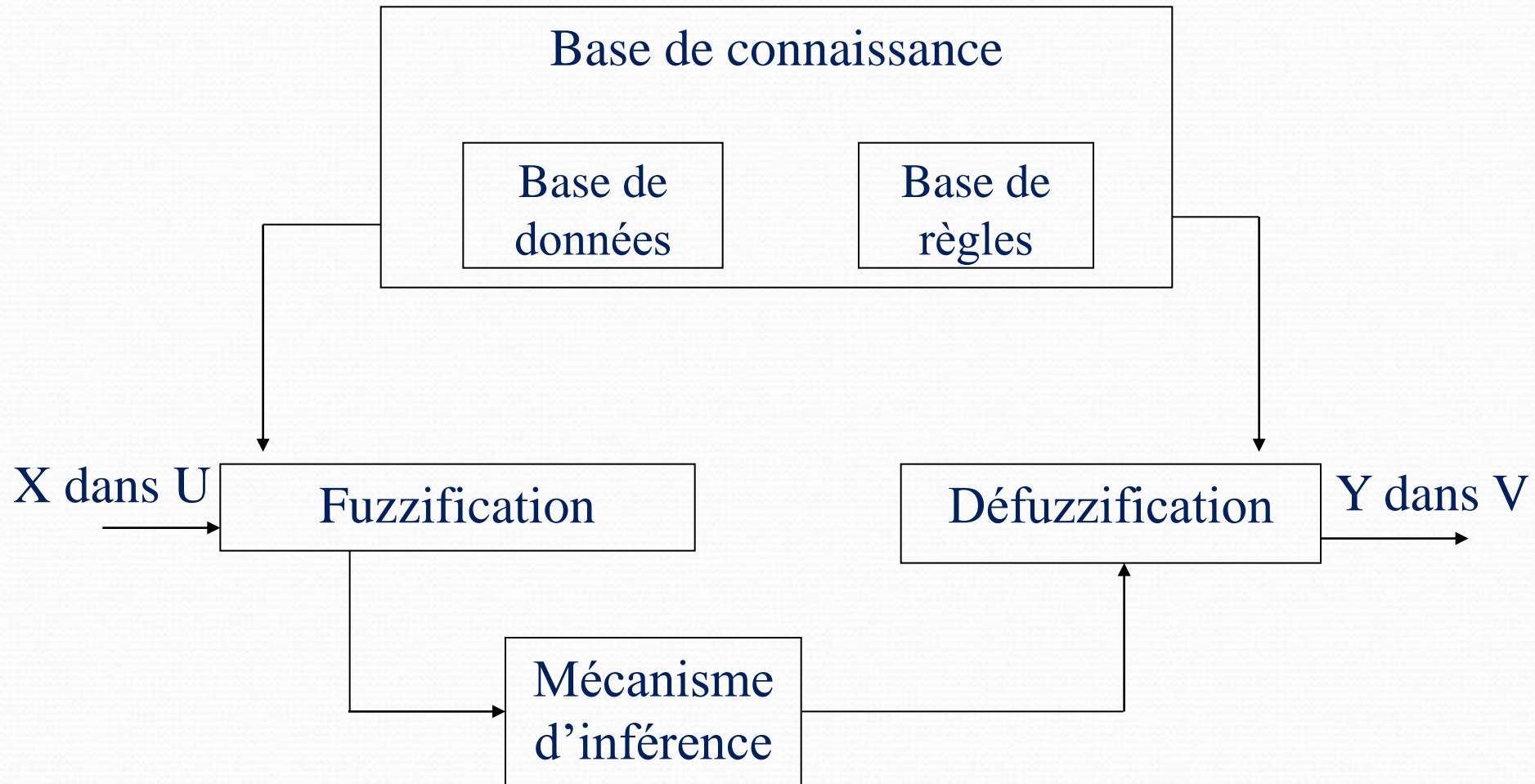
**Univers du discours** : Gamme de température de 0°C à 200°C.

**Variable linguistique** : La température.

**Valeurs linguistiques** : « Très froid » « Froid » « Tempéré » « Chaud » « Très Chaud »



## *Configuration de base d'un système flou*





## Base de règles

Les systèmes à logique floue utilisent un expertise exprimé sous forme d'une base de règles de type: **Si....Alors...**

*Si ( X est A ) Alors ( Y est B )*

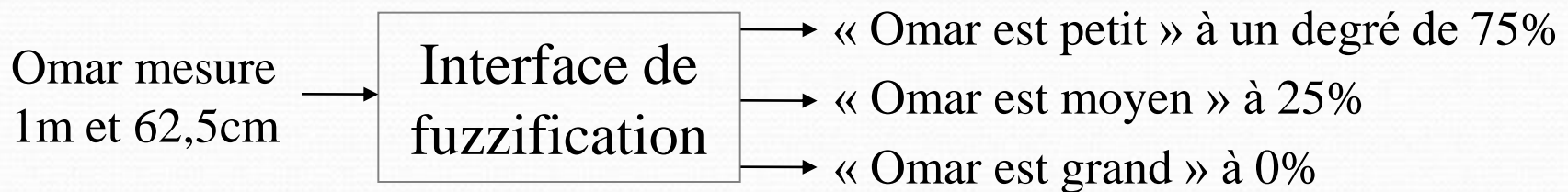
1. Si (Résultats sont excellents) Alors (Evaluation est excellente)
2. Si (Résultats sont moyens) Alors (Evaluation est moyenne)
3. Si (Résultats sont médiocres) Alors (Evaluation est médiocre)
4. Si...



## *La fuzzification*

Les systèmes à logique floue traitent de variables d'entrées floues et fournissent de résultats sur des variables de sorties elles-mêmes floues

La fuzzification est l'étape qui consiste en la quantification floue des valeurs réelles d'une variable.



**Il faut fuzzifier les entrées et les sorties du processus flou.**



## Inférence floue



### Inférence :

Exprime la relation qu'il existe entre les variables d'entrée (exprimées comme variables linguistiques) et la variable de sortie (également exprimée comme variable linguistique).

#### En logique classique

$$\begin{cases} \text{Si } p \text{ Alors } q \\ p \text{ vrai Alors } q \text{ vrai} \end{cases}$$

#### En logique floue

$$\text{Si } (X \text{ est } A) \text{ Alors } (Y \text{ est } B)$$

- La variable floue X appartient à la classe floue A avec un degré de validité  $\mu(x_0)$
- La variable floue Y appartient à la classe floue B à un degré qui dépend du degré de validité  $\mu(x_0)$  de la prémisse



## Agrégation des règles

***Agrégation*** : Sachant que pour un état donné des entrées, plusieurs règles peuvent être validées au même temps, il faut disposer d'une méthode de composition pour obtenir le résultat final. Cette tâche appelée **Agrégation**.

La méthode d'inférence **Max – Min** utilise l'agrégation comme une première étape pour calculer les ensembles flous de la sortie.



## Activation des règles

R1: *Si* ( $X_1$  est  $A_{11}$ ) *et* ( $X_2$  est  $A_{12}$ ) *alors*  $Y$  est  $B_1$

R2: *Si* ( $X_1$  est  $A_{21}$ ) *ou* ( $X_2$  est  $A_{22}$ ) *alors*  $Y$  est  $B_2$

R3: *Si* ( $X_1$  est  $A_{31}$ ) *et* ( $X_2$  est  $A_{32}$ ) *et* ( $X_3$  est  $A_{33}$ ) *alors*  $Y$  est  $B_3$

.....

- Une règle est activée dès qu'elle a une prémisse ayant une valeur de vérité non nulle.
- Plusieurs règles peuvent être activées simultanément et préconiser des actions avec différents degrés de validités; ces actions peuvent être contradictoires.

⇒ Il convient d'agrèger les règles pour fournir une appartenance de la variable floue de sortie à une classe floue

### Composition de règles

On considère que les règles sont liées par un opérateur OU.

$$\mu_B(y) = \text{MAX} \left[ \mu_{B_i}(y) \right] \quad i \in \{\text{indices des règles activées}\}$$

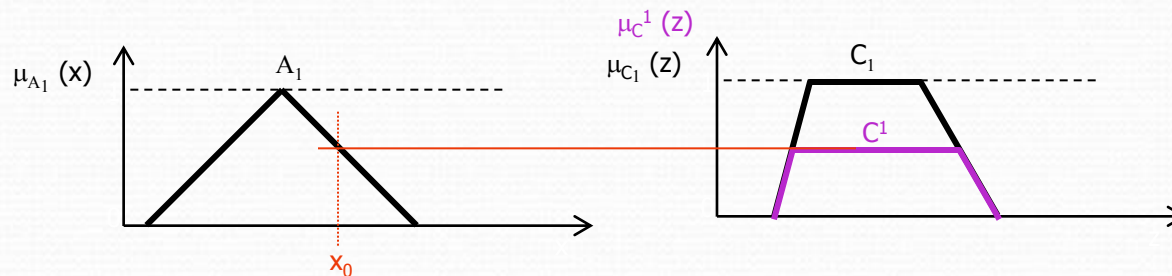


## Règle d'inférence (au sens Mamdani)

- $\mathfrak{R}_1$  : si  $x$  est  $A_1$  alors  $z$  est  $C_1$
- fait :  $x$  est  $x_0$
- conséquence :  $z$  est  $C_1$
- où la conséquence  $C_1$  est déterminée par :

—

$$\text{soit } \mu_{C^1}(z) = \min(\mu_{A_1}(x_0), \mu_{C_1}(z)) \quad , \quad z \in Z$$





## Agrégation des règles (au sens Mamdani)

$\mathfrak{R}_1$  : si x est  $A_1$  alors z est  $C_1$

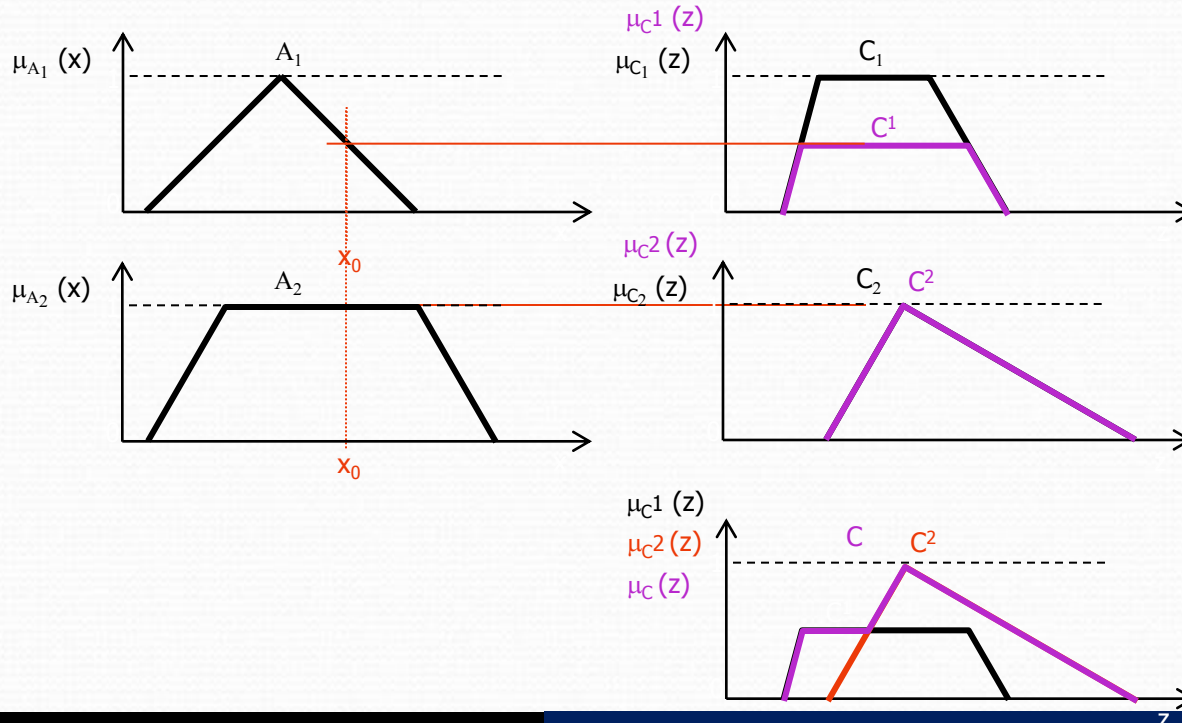
...

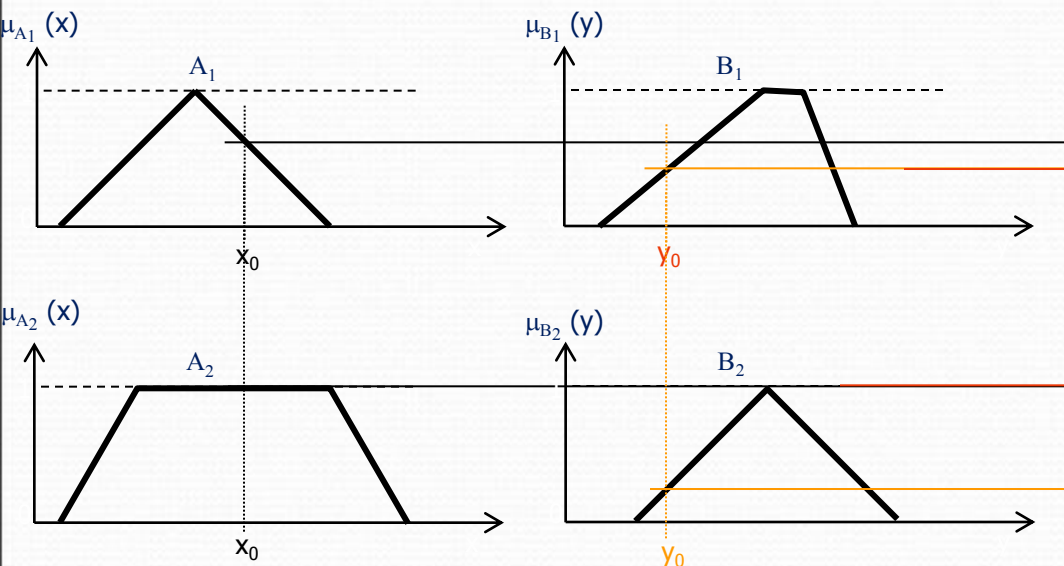
$\mathfrak{R}_n$  : si x est  $A_n$  alors z est  $C_n$

Fait : x est  $x_0$

Conséquence : z est C

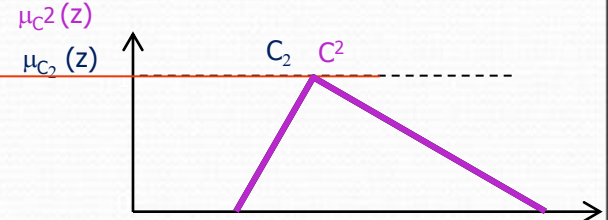
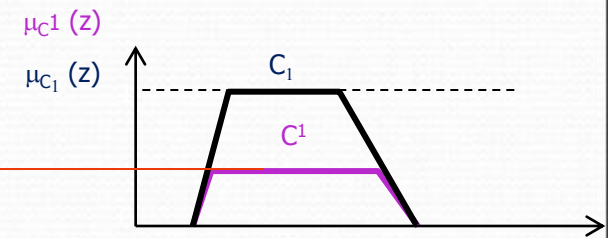
où la C est déterminée par : soit  $\mu_C(z) = \max_{i=1,n} \left( \min \left( \mu_{A_i}(x_0), \mu_{C_i}(z) \right) \right), \quad z \in Z$





ET

OU

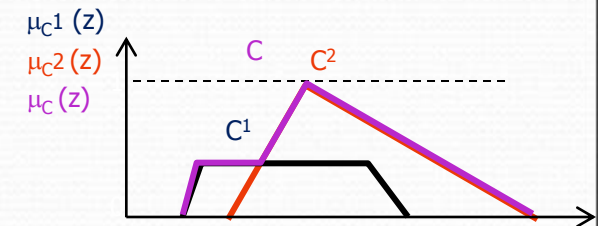


$R_1$  : si  $x$  est  $A_1$  et  $y$  est  $B_1$  alors  $z$  est  $C_1$

$R_2$  : si  $x$  est  $A_2$  ou  $y$  est  $B_2$  alors  $z$  est  $C_2$

Fait :  $x$  est  $x_0$  et  $y$  est  $y_0$

Conséquence :  $z$  est  $C$

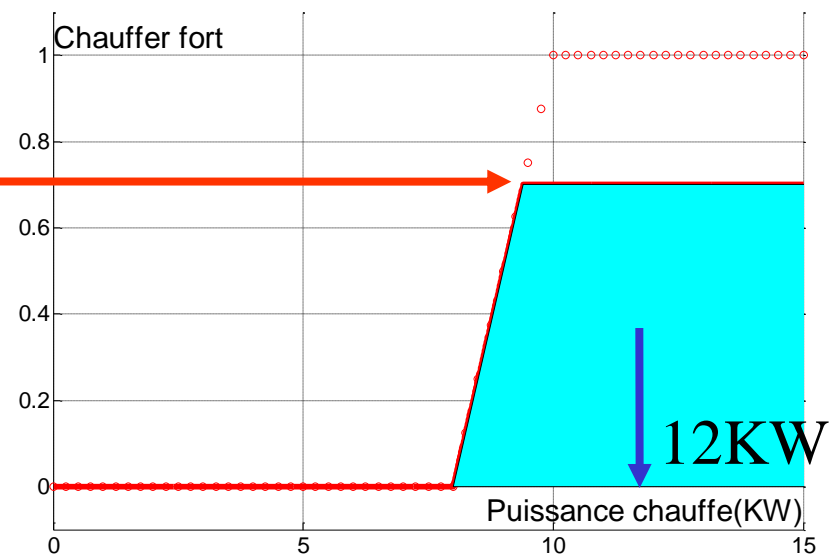
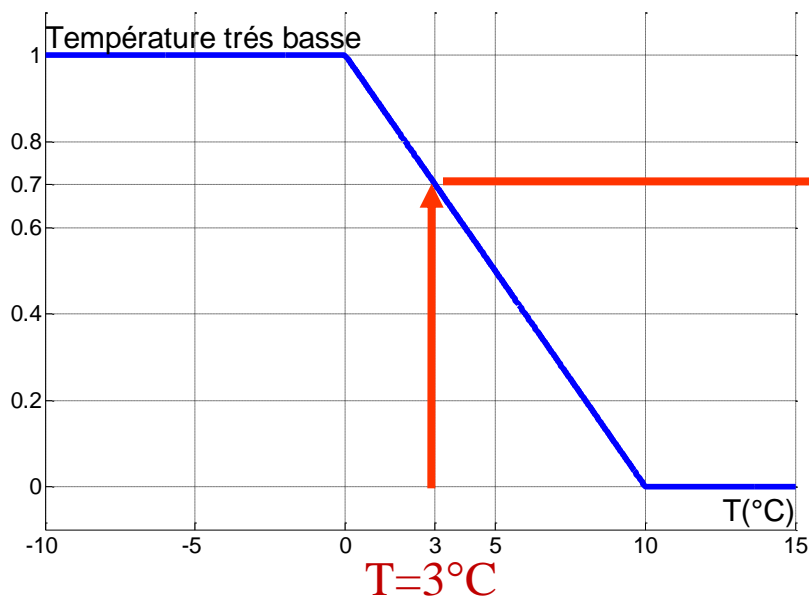




## Exemple (Mamdani)

Plus la condition sur les entrées est vraie.  
Plus l'action préconisée pour les sorties doit être respectée.

Règle: SI la température est *Très basse* ALORS *Chauffer fort*

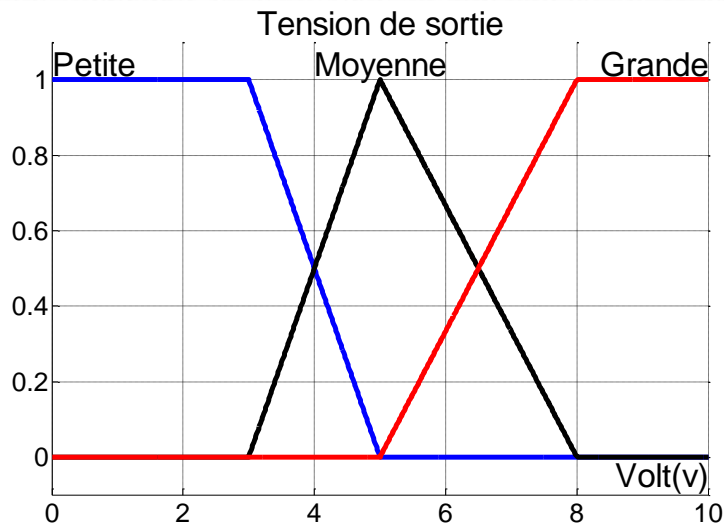
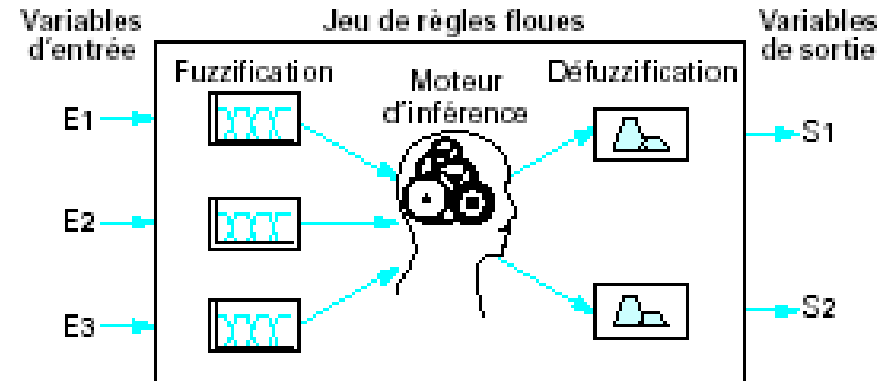
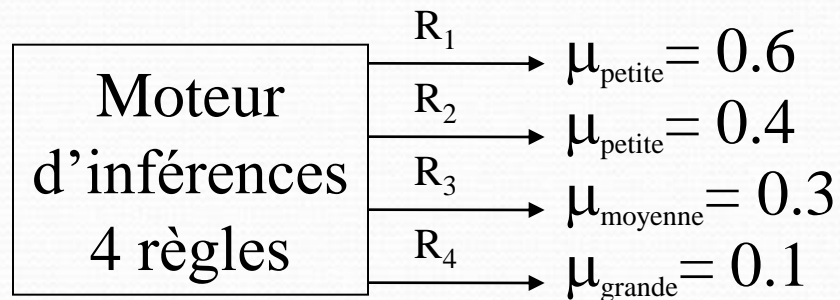


Selon la règle considérée, si  $T=3^{\circ}\text{C}$  alors Puissance de chauffe = 12KW

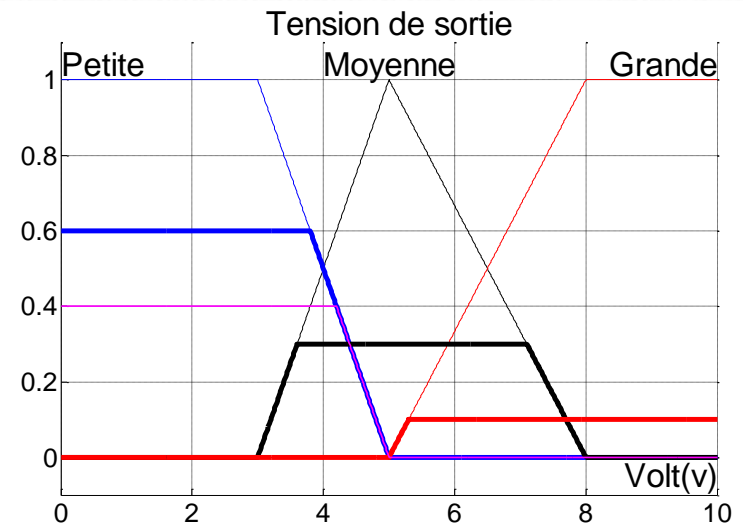


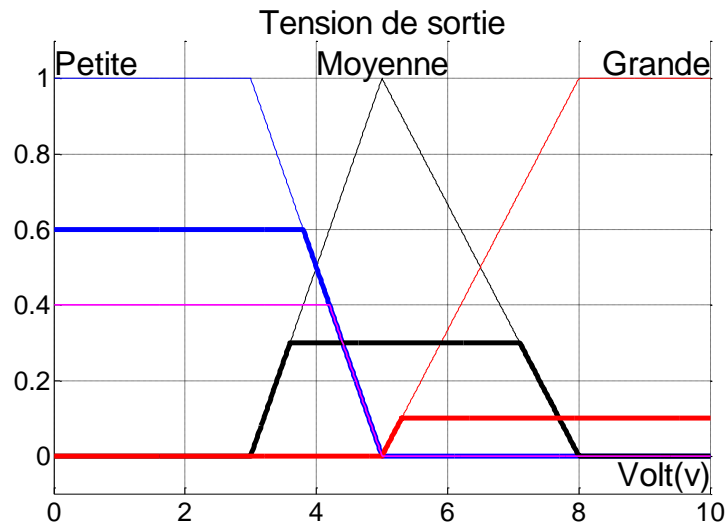
## Exemple (1)

On considère un moteur d'inférence à 4 règles qui fournit pour sa sortie (tension  $S_1$ ) les résultats suivants :

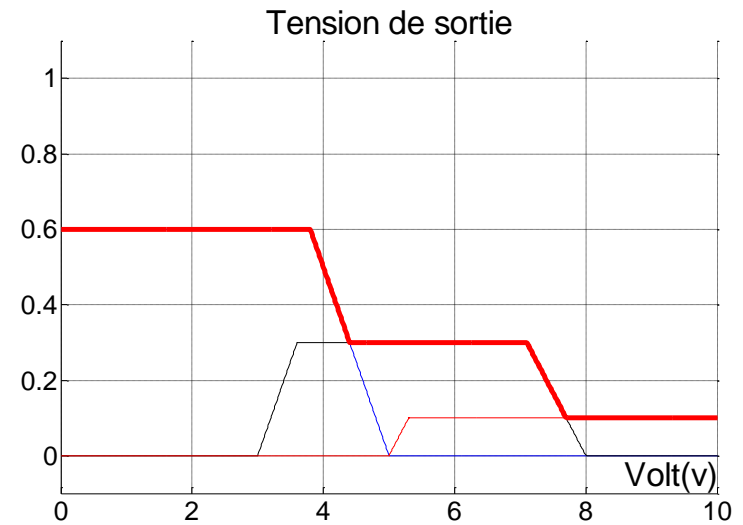


Implication floue de Mamdani





→  
Agrégation  
des conclusions



A ce stade,  
on a la fonction d'appartenance qui caractérise le résultat

Il faut défuzzifier, c'est à dire :

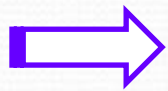
Associer à cette ensemble flou un nombre interprétable par l'utilisateur, l'interface de commande...



## Principales méthodes de défuzzification

### 1. Méthode de moyenne des maximums (MM)

C'est la moyenne des valeurs supports des fonctions d'appartenance maximales

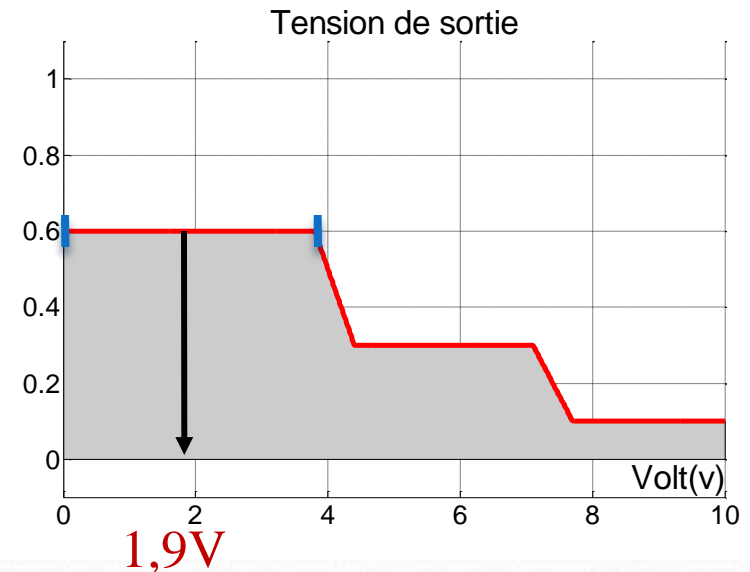


$$Sortie = \sum \frac{\omega_j}{N}$$

Où:

$\omega_j$  est la valeur support dont la fonction d'appartenance atteint le maximum de ses valeurs  $\mu(\omega_j)$ .

N : le nombre de valeurs support.





## Principales méthodes de défuzzification

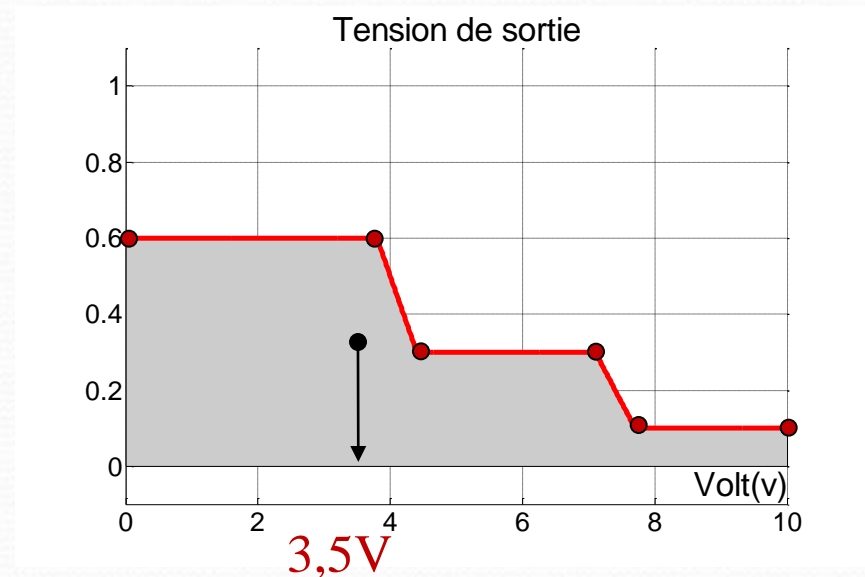
### 2. Méthode du centre de gravité (CG)

C'est l'abscisse du centre de gravité de la surface sous la courbe de résultat

⇒  $Sortie = \frac{\sum \mu(\omega_j) \omega_j}{\sum \mu(\omega_j)}$

Où:

$\omega_j$  est la valeur support dont la fonction d'appartenance.





## *Principales méthodes de défuzzification*

- ✚ En système floue, la défuzzification CG est presque toujours utilisée. Elle prend en compte l'influence de l'ensemble des valeurs obtenues par la solution floue.
- ✚ La défuzzification MM est plutôt utilisée lorsqu'il s'agit de classifier une valeur de sortie.



## *Application de la commande floue à un système du 2<sup>ème</sup> ordre*

**Application:** La commande floue CF-PD (Contrôleur Flou Proportionnel Dérivée) à un système linéaire du 2<sup>ème</sup> ordre.

La commande du système s'obtient en fonction de l'erreur  $e(k)$ , et de sa dérivée première  $e'(k)$ , suivant des règles de la forme:

**Si**  $e(k)$  est E et  $e'(k)$  est DE **Alors**  $u(k)$  est U



## Application de la commande floue à un système du 2<sup>ème</sup> ordre

La loi de commande du contrôleur PD flou est :

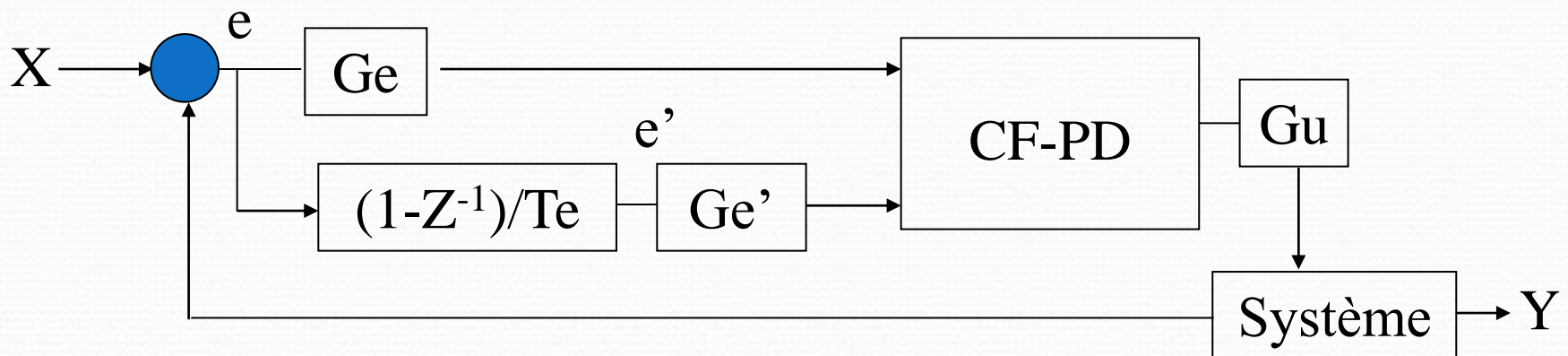
$$u=(e,e').$$

avec:

$$e(k) = X(k) - Y(k),$$

$$e'(k) = (e(k) - e(k-1)) / T_e$$

La structure de commande est comme suit:

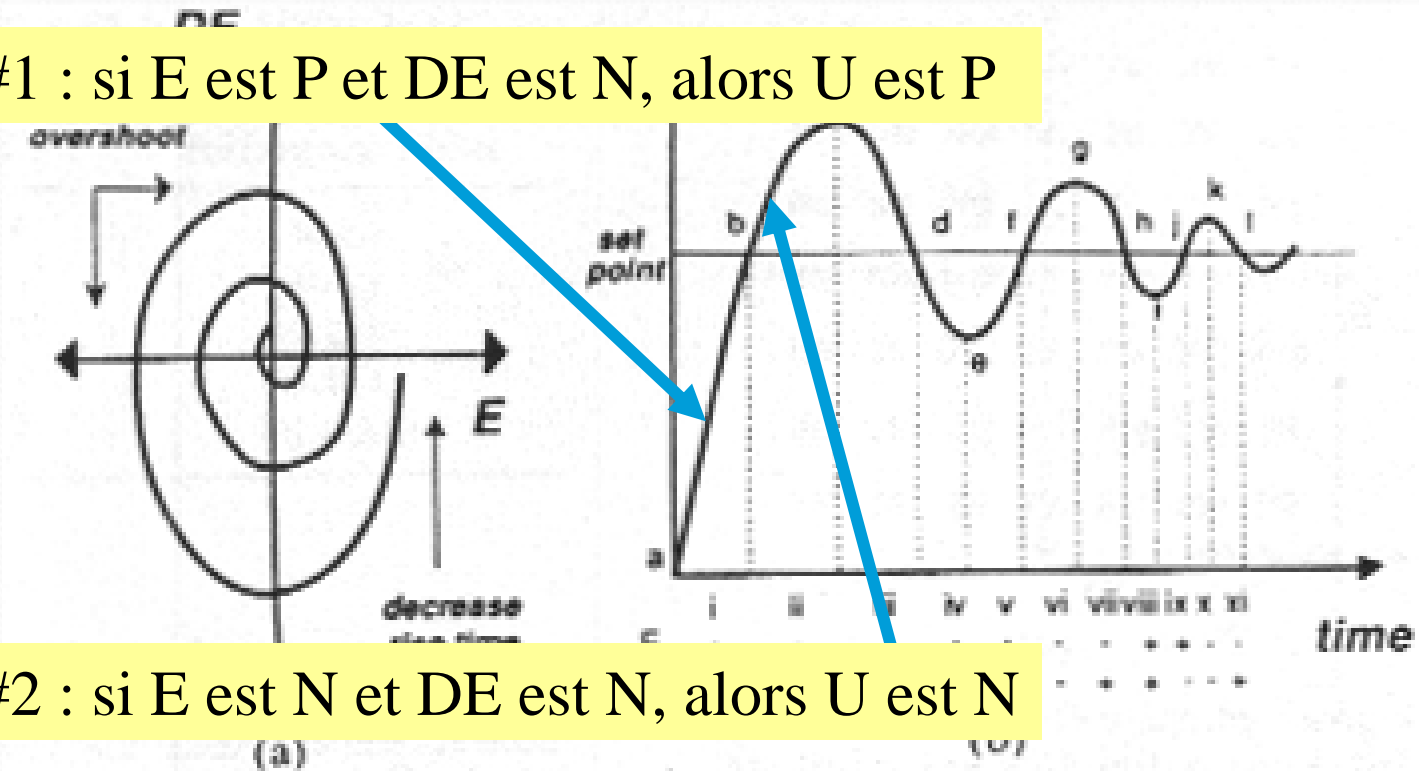




## Application de la commande floue à un système du 2<sup>eme</sup> ordre

- Exemple des règles d'un contrôleur PD:

Règle #1 : si E est P et DE est N, alors U est P

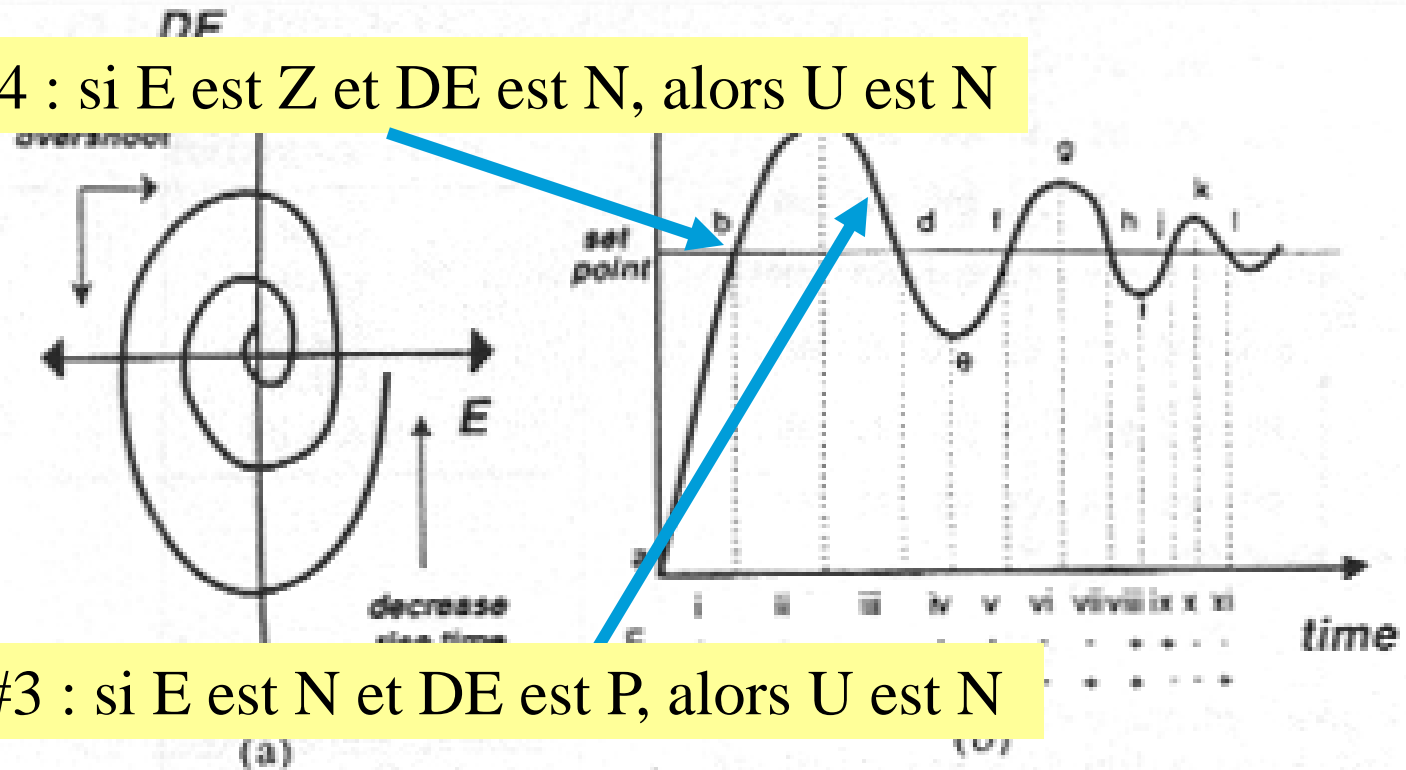


Règle #2 : si E est N et DE est N, alors U est N



## Application de la commande floue à un système du 2<sup>ème</sup> ordre

Règle #4 : si E est Z et DE est N, alors U est N

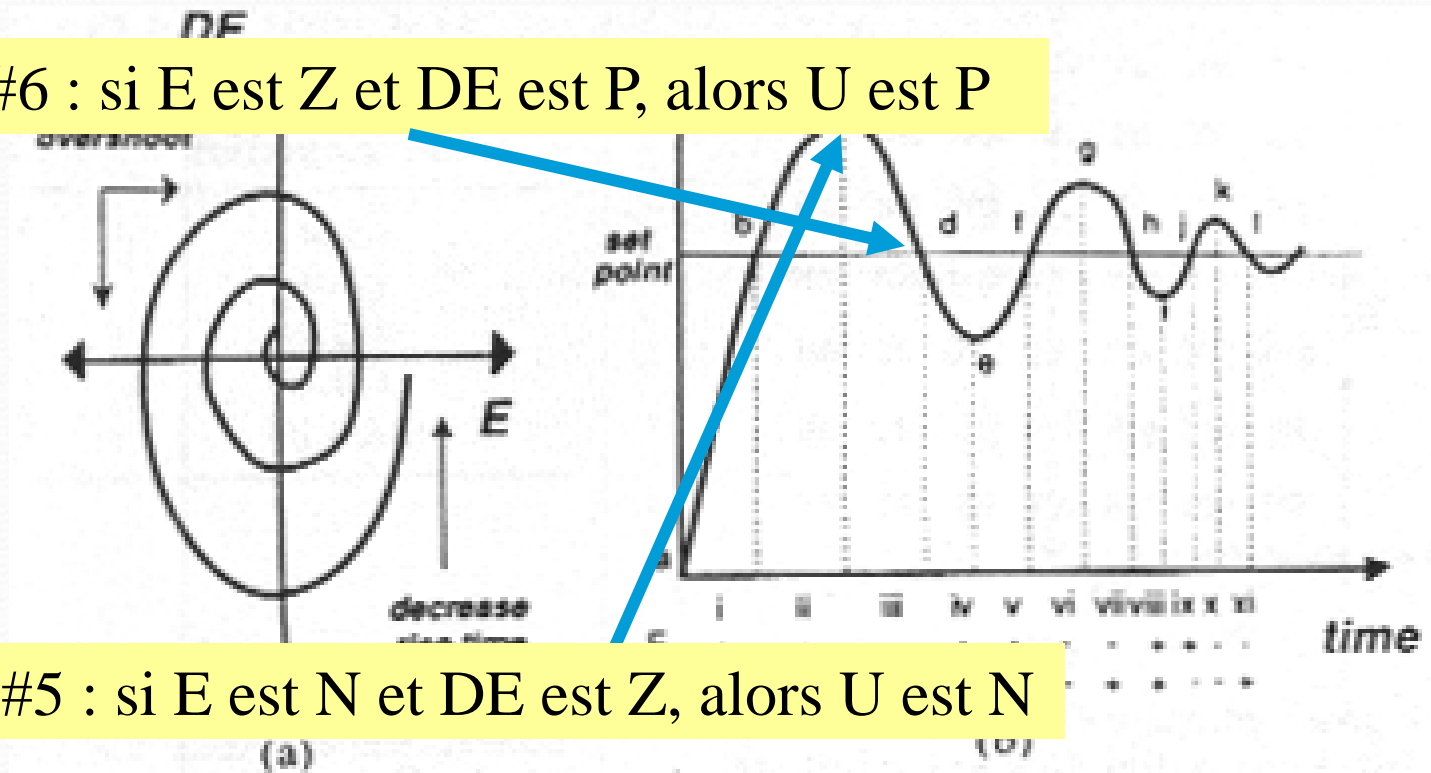


Règle #3 : si E est N et DE est P, alors U est N



## Application de la commande floue à un système du 2<sup>ème</sup> ordre

Règle #6 : si E est Z et DE est P, alors U est P

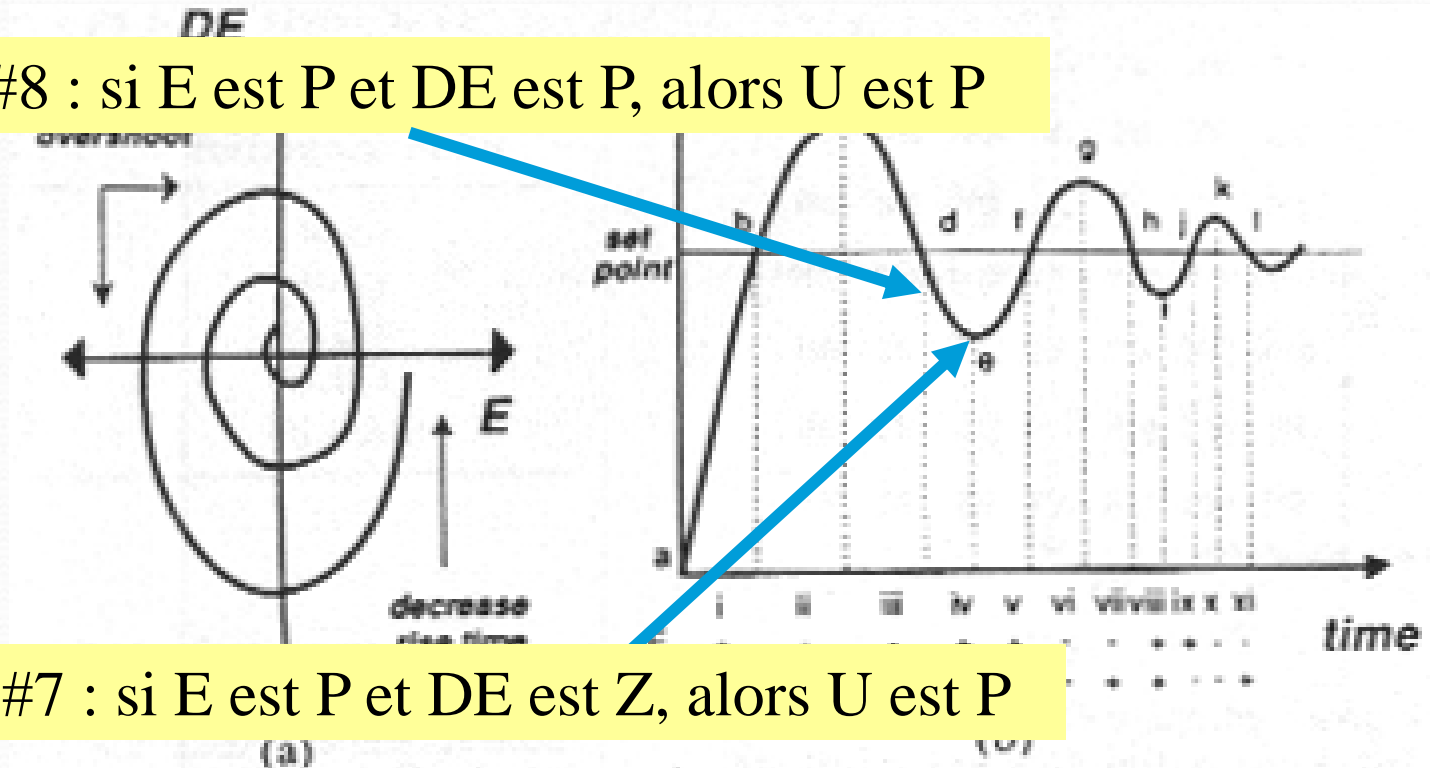


Règle #5 : si E est N et DE est Z, alors U est N



## Application de la commande floue à un système du 2<sup>ème</sup> ordre

Règle #8 : si E est P et DE est P, alors U est P

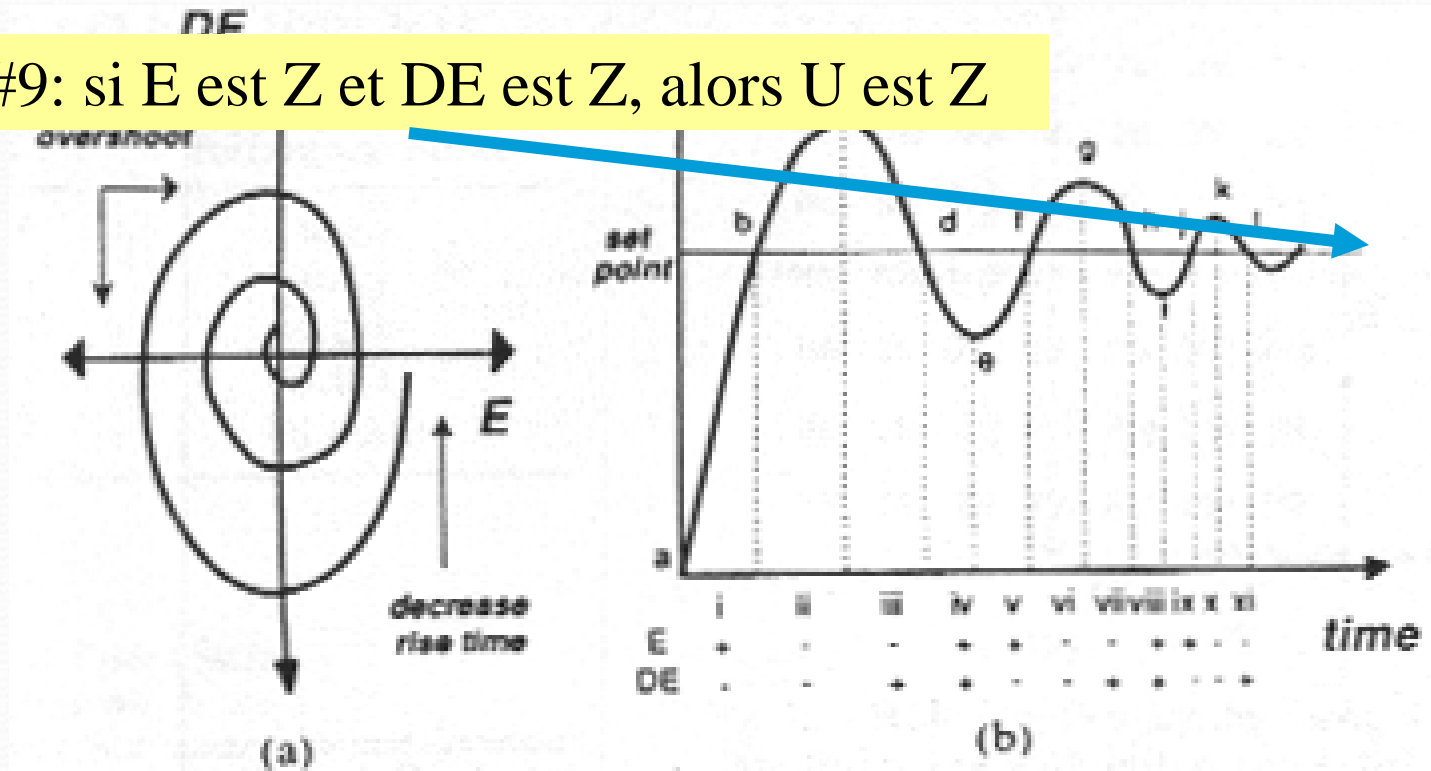


Règle #7 : si E est P et DE est Z, alors U est P



## Application de la commande floue à un système du 2<sup>eme</sup> ordre

Règle #9: si E est Z et DE est Z, alors U est Z





# Application de la commande floue à un système du 2<sup>ème</sup> ordre

## Construction des règles

- Souvent les règles sont représentés sous une forme matricielle :

		E		
DE	U	N	Z	P
	P	N	P	P
	Z	N	Z	P
	N	N	N	P

## Agrégation des règles

◆ **Exemple:**

U	N (0)	Z (0.2)	P (0.8)
P (0.03)	N (0)	P (0.03)	P (0.03)
Z (0.97)	N (0)	Z (0.2)	P (0.8)
N (0)	N (0)	N (0)	P (0)

Conclusion:

$$\mu_P(U) = 0.8$$

$$\mu_Z(U) = 0.2$$

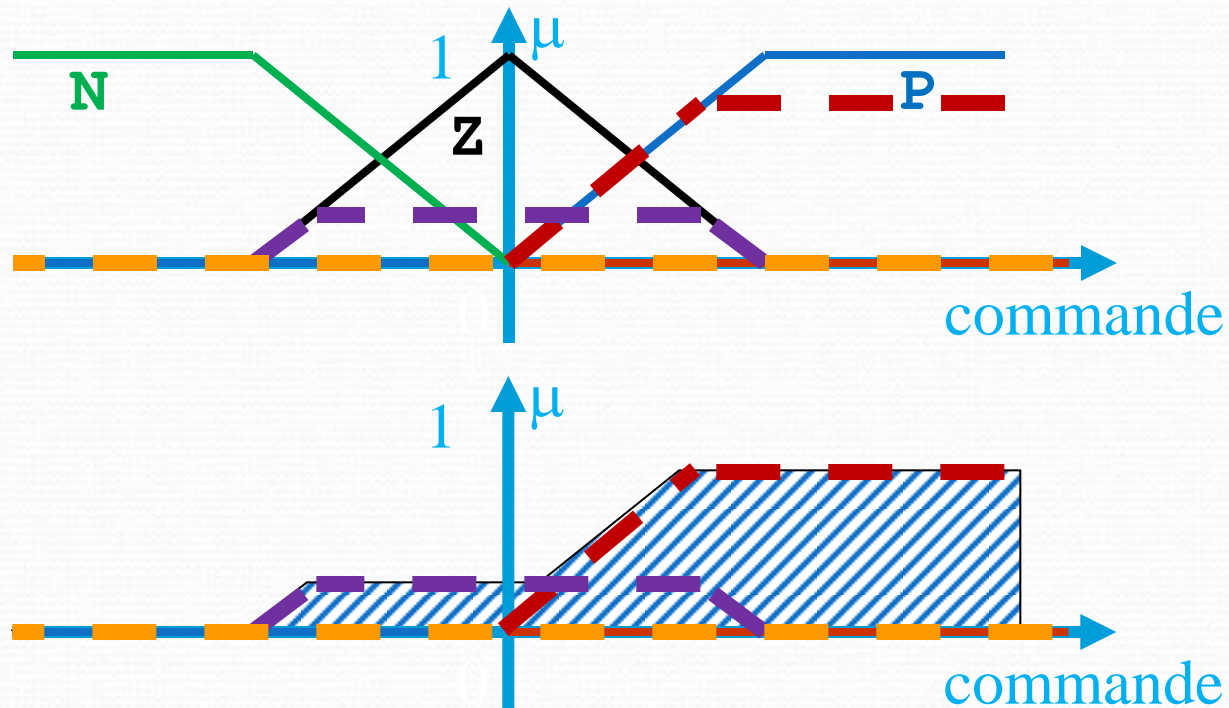
$$\mu_N(U) = 0.0$$



## Application de la commande floue à un système du 2<sup>ème</sup> ordre

### Défuzzification

Opérateur « ou » appliquées aux ensembles flous de sortie (max).





## *Conclusion*

Enfin, la logique floue n'est pas restreinte aux systèmes dont la modélisation est difficile, qui sont contrôlés par des experts humains où ceux qui ont plusieurs E/S et des réponses non linéaires. Elle est intéressante dans les domaines de la reconnaissance de la parole, intelligence artificielle et systèmes experts, programmation et base de données, Robotique,....

Mais les problèmes majeur de la logique floue est l'élaboration des règles et les largeurs des sous ensembles flous où il faut des experts pour les déterminer, mais en fait appelle à d'autres éléments de soft computing tel que les RN et les AG pour jouer le rôle de l'expert humain.